

УДК 519.87:621.35

С. С. ПОРЕЧНЫЙ, А. Р. МАННАПОВ, Р. Р. МУКСИМОВА

## МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ФОРМООБРАЗОВАНИЯ ВЫСТУПОВ ПРИ ЭЛЕКТРОХИМИЧЕСКОЙ ОБРАБОТКЕ

Рассматривается задача об электрохимическом формообразовании с помощью электрода-инструмента в виде плоскости со щелью в стационарной и нестационарной постановке. Найдены и исследованы два типа решений: имеющие предельную форму конечной высоты и с вертикальной асимптотой. *Задача Хеле – Шоу; нестационарное формообразование; установление предельных конфигураций*

### ВВЕДЕНИЕ

В качестве одного из способов повышения эффективности газотурбинной техники может применяться установка уплотнений (рис. 1) газовоздушного тракта, которые позволяют существенно сократить утечки рабочей среды между разделяемыми полостями.

Наиболее рациональным способом изготовления уплотнений следует признать применение методик импульсной электрохимической обработки (ЭХО), основные преимущества которой формулируются следующим образом: отсутствие поверхностного измененного слоя, долговечность инструмента, низкие значения параметров шероховатости при работе на высоких амплитудных плотностях тока и высокая точность копирования формы и повторяемость процесса при работе на достаточно малых межэлектродных зазорах (МЭЗ) (1...20 мкм) по схеме с вибрацией электрода-инструмента (ЭИ).

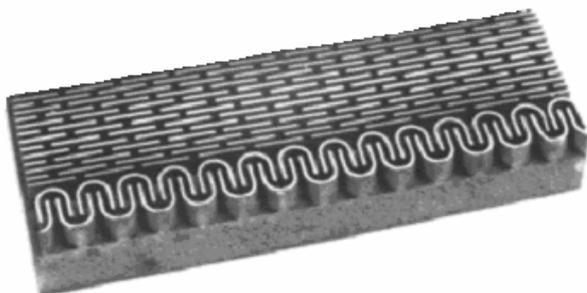


Рис. 1. Образец уплотнения для турбоустановки

Для моделирования процесса формообразования выступов на обрабатываемой поверхности рассмотрим плоскую задачу электрохимического растворения с помощью ЭИ, представляющего собой фольгу со щелью ширины  $2L$  с изолированной тыльной частью  $FC$  и  $GC''$  (рис. 2).

Нестационарные процессы ЭХО, как показано далее, с течением времени устанавливаются, и образуется стационарный режим. Стационарные решения могут быть исследованы независимо и использованы для проверки работы алгоритмов и программ решения нестационарных задач.

### 1. СТАЦИОНАРНОЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ЭХО ПЛОСКИМ ЭИ СО ЩЕЛЮЮ

При стационарном режиме обработки ЭИ осуществляет движение по вертикали вниз, сохраняя форму растворяемой поверхности заготовки неизменной (рис. 2). Точка  $M$  – точка перегиба.

Задача решается в параметрическом виде [1]. Необходимо найти две аналитические функции  $W(\zeta) = \Phi + i\Psi$ ,  $Z(\zeta) = X + iY$ , где  $\zeta$  – комплексная параметрическая переменная,  $\Phi$  – потенциал,  $\Psi$  – функция тока. Рассматриваемая поверхность на плоскости комплексного потенциала  $W$  имеет вид полосы ширины  $U$  с разрезом, где  $U$  – разность потенциалов между катодом и анодом (рис. 3, а). Вертикальные участки границы соответствуют рабочим поверхностям ЭИ  $A'F$ ,  $GB'$  и обрабатываемой поверхности  $AB$ . Горизонтальный разрез соответствует изолированным поверхностям  $FC$  и  $GC''$ .

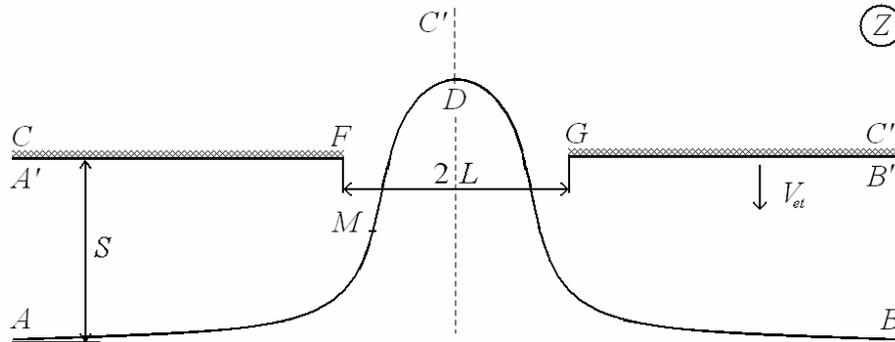


Рис. 2. Форма межэлектродного пространства (МЭП)

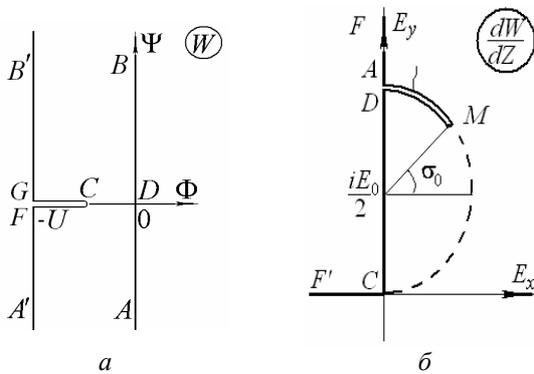


Рис. 3. Формы образа МЭП: а – на плоскости комплексного потенциала; б – на плоскости годографа напряженности

Построим образ МЭП на плоскости годографа напряженности  $\bar{E} = E_x - iE_y = \frac{dW}{dZ}$ . Для этого используем следующие соображения. В связи с симметрией МЭП можно рассматривать левую половину области  $AMDC'CF A'$ . Вектор напряженности электрического поля  $E$  перпендикулярен эквипотенциальным границам и параллелен непроницаемым. В точке  $A$  он составляет угол  $-\pi/2$  с осью абсцисс, а его модуль равен  $E_0 = U / S$ , где  $S$  – асимптотическое расстояние между электродами.

На плоскости  $dW/dZ$  отображаются величины комплексно-сопряженной напряженности  $E$ , поэтому аргументы принимают противоположные значения (рис. 3, б). Исходя из условий стационарности [2], образ стационарной поверхности анода на плоскости  $\bar{E}$  представляет собой дугу окружности радиуса  $E_0 / 2$  с центром в точке  $iE_0 / 2$ .

Угол наклона вектора напряженности при движении по поверхности анода от точки  $A$  к  $D$  изменяется от  $-\pi/2$  до некоторого минимального по модулю значения  $-\gamma$  в точке перегиба  $M$ ,

а затем снова уменьшается до значения  $-\pi/2$  в точке  $D$ . Поэтому на плоскости  $\bar{E}$  образом поверхности анода  $AMD$  является разрез, проведенный по дуге окружности  $\bar{E} = i \frac{E_0}{2} + \frac{E_0}{2} e^{i\sigma}$ , упомянутой выше, от значения  $\sigma = \pi/2$  до  $\sigma = \sigma_0$ , соответствующего точке перегиба  $M$ . На участке границы  $A'F$  аргумент напряженности равен  $-\pi/2$ , а модуль изменяется от  $E_0$  до бесконечности. На  $FC$  аргумент равен  $\pi$ , а модуль изменяется от бесконечности до нуля. На  $C'D$  аргумент равен  $-\pi/2$ , модуль изменяется от нуля до  $E_0$ . В связи с этим образом МЭП на плоскости  $\bar{E}$  являются три квадранта с разрезом по дуге окружности.

Поскольку имеются две плоскости  $W$  и  $dW/dZ$  с границами областей известной формы, то задачу можно решить методом конформных отображений.

Выберем в качестве области на параметрической плоскости  $\zeta$  полукольцо (рис. 4).

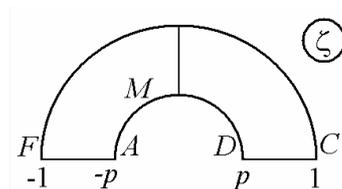


Рис. 4. Форма образа МЭП на плоскости параметрического переменного  $\zeta$

Конформное отображение осуществляется функцией

$$t_1 = E_0 \frac{dZ}{dW} = \frac{i}{1 + \alpha} \left[ \left( \frac{\zeta + 1}{\zeta - 1} \right)^3 + \sum_{m=1}^{\infty} \frac{p^m}{p^m - p^{-m}} d_m (\zeta^m - \zeta^{-m}) + \alpha \varphi(\zeta) \right], \quad (1)$$

$$\varphi(\zeta) = \left[ \frac{\zeta+1}{\zeta-1} + \sum_{m=1}^{\infty} \frac{2p^m}{p^m - p^{-m}} (\zeta^m - \zeta^{-m}) \right],$$

$$\alpha = - \sum_{m=1}^{\infty} (-1)^m \frac{mp^m}{p^m - p^{-m}} d_m \left( \frac{1}{4} + 2 \sum_{m=1}^{\infty} (-1)^m \frac{mp^m}{p^m - p^{-m}} \right)^{-1},$$

где  $d_m$  – коэффициенты разложения функции  $\left(\frac{\zeta+1}{\zeta-1}\right)^3$  в степенной ряд.

Конформное отображение на плоскость  $W$  (рис. 3, а) удобнее искать с плоскости  $\zeta_1 = iq/\sqrt{\zeta}$ , где  $q = \sqrt{p}$ . Функция  $i \ln \frac{\zeta_1 - 1}{\zeta_1 + 1}$  осуществляет отображение полукольца  $\zeta_1$  на вертикальную полосу с выброшенной лункой овальной формы. Тогда конформное отображение  $\zeta_1$  на  $W$  представим в виде

$$W(\zeta_1) = i \frac{2U}{\pi} \left[ \ln \frac{\zeta_1 - 1}{\zeta_1 + 1} - i \frac{\pi}{2} + 2 \sum_{m=0}^{\infty} \frac{1}{2m+1} \frac{q^{2m+1}}{q^{2m+1} + q^{-2m-1}} (\zeta_1^{2m+1} + \zeta_1^{-2m-1}) \right].$$

В силу (1),  $E_0 dZ/d\zeta = t_1 dW/d\zeta$ . Конформное отображение  $Z(\zeta)$  получается с помощью численного интегрирования.

На рис. 5 приведены формы стационарной поверхности для  $p = 0,1; 0,2; 0,3; 1$  (кривые 1, 2, 3, 4). На рис. 6 показана зависимость  $L/S$  от  $p$ . Отметим, что при обработке ЭИ с изоляцией стационарный выступ имеет конечную высоту только при ограниченных значениях  $L/S$ .

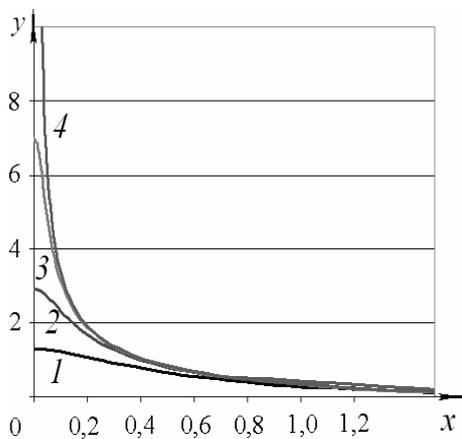


Рис. 5. Формы стационарной поверхности

Для точного определения критического значения  $L/S$  и формы обрабатываемой поверхности для  $L/S$ , превышающих это значение, необ-

ходимо решить следующую задачу (предельный случай  $p \rightarrow 1$ , рис. 7, а), где  $AF$  – рабочая поверхность ЭИ,  $FC$  – изолированная поверхность ЭИ,  $AD$  – обрабатываемая поверхность.

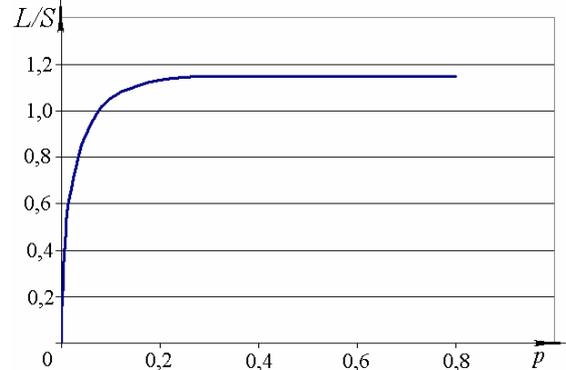


Рис. 6. Зависимость отношения  $L/S$  от параметра  $p$

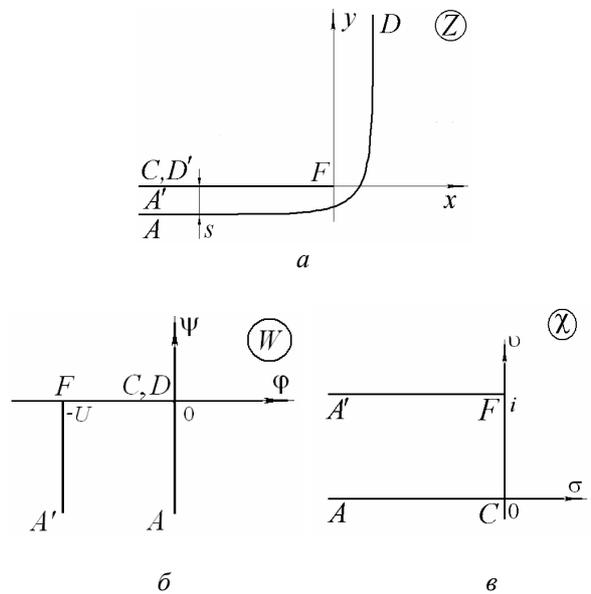


Рис. 7. Области, соответствующие МЭП на плоскостях: а – физической, б – комплексного потенциала; в – на параметрической плоскости  $\chi$

Форма образа МЭП на плоскости комплексного потенциала представлена на рис. 7, б. Для проведения конформных отображений выберем в качестве параметрической верхнюю часть полосы (рис. 7, в). Тогда  $W = iU\chi$ .

Форма области на плоскости годографа напряженности  $\bar{E} = dW/dZ$  получается удалением полукруга на рис. 3, б, поскольку при  $p \rightarrow 1$   $M \rightarrow C$ . Конформное отображение

$$t_1 = E_0 \frac{dZ}{dW} = -\frac{2}{\pi} \ln \operatorname{th} \frac{-\pi\chi}{4} - i + \frac{2}{\pi} \operatorname{ch} \frac{\pi\chi}{2} \operatorname{sh}^{-2} \frac{\pi\chi}{2}.$$

Тогда конформное отображение  $Z(\chi)$

$$Z(\chi) = is \left[ 2 \left( \frac{2}{\pi} \right)^2 \left( \sum_{k=0}^{\infty} \frac{e^{(2k+1)\pi\chi/2}}{(2k+1)^2} - i \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k}{(2k+1)^2} \right) - i(\chi - i) - \left( \frac{2}{\pi} \right)^2 \left( \operatorname{sh}^{-1} \frac{\pi\chi}{2} + i \right) \right].$$

Вертикальная асимптота определяется соотношением

$$\lim_{\sigma \rightarrow 0-0} \operatorname{Re} Z/S = (2/\pi)^2 (2G + 1) \approx 1,1477384800,$$

где  $G$  – постоянная Каталана. Этим числом определяется критическое значение  $L/S$  перехода от стационарной формы конечной высоты к бесконечной (рис. 5, кривая 4).

### 2. НЕСТАЦИОНАРНАЯ ОБРАБОТКА ПЛОСКИМ ЭИ СО ЩЕЛЬЮ

Предположим, что плоский ЭИ со щелью заглубляется в заготовку со скоростью  $V_{et}$  под прямым углом к поверхности, которая изначально является плоской (рис. 2). Начальный МЭЗ равен  $S_0$ . В результате растворения происходит сдвиг точек анодной границы, причем каждая из ее точек, согласно закону Фарадея, движется со скоростью

$$V_{ecm} = \frac{dh}{dt} = k\eta E_n, \quad k = \frac{M}{\rho n F} \kappa, \quad (2)$$

где  $M$  – молярная масса;  $n$  – валентность материала детали,  $t$  – время,  $\eta$  – анодный выход по току;  $F = N_A e$  – число Фарадея,  $N_A$  – число Авогадро,  $e$  – заряд электрона;  $\rho$  – плотность обрабатываемого металла,  $h$  – толщина снятого припуска;  $\kappa$  – электропроводность электролита,  $E_n$  – нормальная к границе составляющая напряженности электрического поля.

Асимптотическая величина зазора  $S$  изменяется и на бесконечности влево приближается к стационарной величине [2]

$$S_{st} = \frac{k\eta U}{V_{et}}.$$

При этом

$$V_{et} = V_{ecm} = \frac{k\eta U}{S_{st}}.$$

Задачи удобнее решать в безразмерном виде. Сведение к безразмерным величинам для данной задачи проведем следующим образом. В качестве характерного размера  $l$  выберем величину стационарного зазора, который устанавливается при обработке плоским ЭИ (при обработке поверхности с горизонтальной асимптотой, эта величина зазора устанавливается на бесконечности слева и справа).

Перейдем к безразмерным величинам  $z, x, y, \tau$  и  $w$ , где

$$z = \frac{Z}{S_{st}}, \quad x = \frac{X}{S_{st}}, \quad y = \frac{Y}{S_{st}},$$

$$\tau = \frac{V_{et}}{S_{st}} t = \frac{V_{ecm}}{S_{st}} t = \frac{k\eta U}{S_{st}^2} t, \quad w = \frac{W}{U}.$$

При этом согласно (2)

$$v_{et} = -\frac{dy_{A'}}{d\tau} = -\frac{1}{S_{st}} \frac{S_{st}^2}{k\eta U} \frac{dY_{A'}}{dt} = \frac{V_{et}}{V_{ecm}} = 1,$$

$$v_{ecm} = -\frac{dy_A}{d\tau} = -\frac{1}{S_{st}} \frac{S_{st}^2}{k\eta U} \frac{dY_A}{dt} = \frac{S_{st}}{S(t)} = \frac{1}{s(\tau)}.$$

Значение  $s(\tau)$  должно удовлетворять следующим условиям

$$s = s_0 - \tau + \int_0^\tau v_{ecm}(\tau_1) d\tau_1 = s_0 - \tau + \int_0^\tau \frac{1}{s(\tau_1)} d\tau_1, \quad (3)$$

$$\frac{ds}{d\tau} = -1 + \frac{1}{s(\tau)}.$$

Для решения задачи выберем в качестве области изменения параметрической переменной полосу  $\chi = \sigma + i\nu$  (рис. 8).

Тогда задачу можно сформулировать следующим образом: найти три аналитические внутри полосы  $0 < \operatorname{Im}\chi < 1$  функции  $w(\chi, \tau)$ ,  $z(\chi, \tau)$  и  $\frac{\partial z}{\partial \tau}(\chi, \tau)$ , удовлетворяющие определенным краевым условиям.

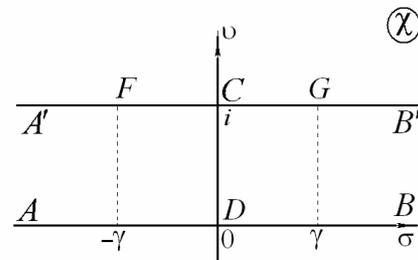


Рис. 8. Область, соответствующая МЭП, на параметрической плоскости  $\chi$

Функция  $w(\chi, \tau)$  осуществляет конформное отображение полосы на полосу с разрезом (рис. 3, а)

$$w = \frac{2i}{\pi} \ln \left( \operatorname{sh} \frac{\pi\chi}{2} + \sqrt{\operatorname{sh}^2 \frac{\pi\chi}{2} + \operatorname{ch}^2 \frac{\pi\gamma}{2}} \right). \quad (4)$$

Краевым условием для определения функции  $z(\chi, \tau)$  является равенство известной при каждом фиксированном  $t$  функции  $f(\sigma, \tau)$  мнимой (или действительной) части  $z(\chi, \tau)$  на границе  $\chi = \sigma + i0$  ( $-\infty < \sigma < \infty$ ). При решении задачи  $f(\sigma, 0)$  определяется начальной формой МЭП (например, при плоской начальной форме  $f(\sigma, 0) = 0$ ). Значения  $f(\sigma, \tau)$  при  $\tau > 0$  определяют

ся с помощью условия, которое является следствием закона Фарадея (2) и приведено в [3]

$$\operatorname{Im}\left(\frac{\partial z}{\partial \tau} \frac{\partial z}{\partial \sigma}\right) = -\frac{\partial \psi}{\partial \sigma}. \quad (5)$$

Таким образом, задача сводится к определению в каждый момент времени производной  $dw/dz$  в каждой точке границы анода и вычислению по формуле (5) частной производной  $\frac{\partial z}{\partial t}$ , определяющей сдвиг анодной границы.

Представим функцию, конформно отображающую полосу плоскости  $\chi$  на область МЭП физической плоскости в неподвижной системе координат в виде суммы

$$z(\chi, \tau) = s(\tau)\chi - i \int_0^\tau \frac{d\tau_1}{s(\tau_1)} + \eta(\tau) \operatorname{th} \frac{\pi\chi}{2} + z_\Delta(\chi, \tau),$$

где  $z_\Delta(\chi, \tau)$  – функция без особенностей. При  $\operatorname{Re} \chi \rightarrow \pm\infty$  величина  $\operatorname{Im} z_\Delta(\chi, \tau) \rightarrow 0$ .

Здесь  $\eta(\tau)$  – искомый параметр. При заданной величине  $l = L/S_{st}$  должно выполняться уравнение

$$l = s(\tau)\gamma(\tau) + \eta(\tau) \operatorname{cth} \frac{\pi\gamma(\tau)}{2} + z_\Delta(\gamma(\tau) + i, \tau), \quad (6)$$

где  $\gamma(\tau)$  – образ точки  $G$ , определяемый уравнением

$$\frac{\partial z}{\partial \sigma} = s(\tau) - \eta(\tau) \frac{\pi}{2 \operatorname{sh}^2 \frac{\pi\gamma(\tau)}{2}} + \frac{\partial z_\Delta}{\partial \sigma}(\gamma(\tau) + i, \tau) = 0. \quad (7)$$

Таким образом, параметры  $\eta(\tau)$  и  $\gamma(\tau)$  определяются на каждом временном шаге путем решения системы уравнений (6), (7).

Функция  $z_\Delta(\chi, \tau)$  получается следующим образом. Будем искать решение на границе  $\chi = \sigma$  в узловых точках  $\sigma_m$  ( $m = 0, \dots, n$ ). Искомыми будут значения  $\operatorname{Im} z_\Delta(\sigma_m, \tau_j) = y_m$ . Примем  $\operatorname{Im} z_\Delta(\sigma_0, \tau) = 0$ ,  $\operatorname{Im} z_\Delta(\sigma_n, \tau) = 0$ , поскольку  $z_\Delta(\sigma, \tau)$  быстро (как экспонента) убывает при  $\sigma \rightarrow \pm\infty$ . Значения  $\operatorname{Im} z_\Delta(\sigma, \tau)$  в промежуточных между узловыми точками найдем, аналогично [3], с помощью кубического сплайна, имеющего две непрерывные производные.

Для восстановления функции  $z_\Delta(\chi, \tau)$  используем формулу Шварца [3, 4] с учетом того, что  $z_\Delta(\chi, \tau)$  – аналитическая функция, имеющая, как и  $z_0(\chi, \tau)$ , чисто действительные значения на прямой  $\operatorname{Im} \chi = 1$ , и в силу симметрии  $\operatorname{Im} z_\Delta(\sigma, \tau) = \operatorname{Im} z_\Delta(-\sigma, \tau)$

$$z_\Delta(\chi, \tau) = \operatorname{sh} \pi\chi \int_0^\infty \operatorname{Im} z_\Delta(\sigma, \tau) \frac{d\sigma}{\operatorname{ch} \pi\sigma - \operatorname{ch} \pi\chi}. \quad (8)$$

Производная

$$\frac{\partial z_\Delta}{\partial \sigma}(\chi, \tau) = \int_0^\infty \operatorname{Im} \frac{\partial z_\Delta}{\partial \sigma}(\sigma, \tau) \frac{\operatorname{sh} \pi\sigma}{\operatorname{ch} \pi\sigma - \operatorname{ch} \pi\chi} d\sigma, \quad (9)$$

где  $\frac{\partial z_\Delta}{\partial \sigma}(\sigma, \tau)$  вычисляется путем дифференцирования сплайна.

### 3. АЛГОРИТМ ЧИСЛЕННОГО РЕШЕНИЯ

При решении нестационарной задачи на каждом временном шаге  $\tau_j$  решаются задачи конформного отображения полосы параметрической плоскости  $\chi$  на физическую плоскость  $z$ . При этом после каждого шага по времени значения переменных  $y_m(\tau_j)$  являются известными, и остается только подставить их в сплайн и интегралы Шварца (8), (9). После этого остается решить краевую задачу: найти частную производную  $\frac{\partial z_\Delta}{\partial \tau}(\chi, \tau_j)$  как аналитическую функцию комплексного параметра  $\chi$ , удовлетворяющую краевому условию (5).

Для вычисления производной  $\frac{\partial z_\Delta}{\partial \tau}(\chi, \tau_j)$  применяется способ, аналогичный применяемому для определения конформного отображения  $z_\Delta(\chi, \tau_j)$ . Искомыми параметрами на каждом временном шаге  $\tau_j = j\Delta\tau$  будут значения  $\operatorname{Im} \frac{\partial z_\Delta}{\partial \tau}(\sigma_m, \tau_j) = q_m$ . Значения  $\operatorname{Im} \frac{\partial z_\Delta}{\partial \tau}(\sigma, \tau_j)$  в промежуточных между узловыми точками найдем с помощью кубического сплайна  $R(\sigma, \tau)$ , аналогичного (5). Для восстановления  $\frac{\partial z_\Delta}{\partial \tau}(\chi, \tau_j)$  используем формулу Шварца, аналогичную (8)

$$\frac{\partial z_\Delta}{\partial \tau}(\chi, \tau) = \operatorname{sh} \pi\chi \int_0^\infty R(\sigma, \tau) \frac{d\sigma}{\operatorname{ch} \pi\sigma - \operatorname{ch} \pi\chi}.$$

С учетом (3) определим производные  $\frac{\partial z}{\partial \sigma}, \frac{\partial z}{\partial \tau}$  при  $\chi = \sigma + i0$

$$\frac{\partial z}{\partial \sigma} = s(\tau) + \frac{\pi\eta(\tau)}{2 \operatorname{ch}^2 \frac{\pi\sigma}{2}} + \frac{\partial z_\Delta}{\partial \sigma}(\sigma, \tau), \quad (10)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial z}{\partial \tau}(\sigma, \tau) &= \left( \frac{1}{s(\tau)} - 1 \right) \sigma - \frac{i}{s(\tau)} + \\ &+ \frac{d\eta}{d\tau}(\tau) \operatorname{th} \frac{\pi\sigma}{2} + \frac{\partial z_\Delta}{\partial \tau}(\sigma, \tau). \end{aligned} \quad (11)$$

Производную  $\frac{d\eta}{d\tau}(\tau)$  найдем, диффе-

ренцируя (6), (7). Значения  $q_m$  определяются методом коллокаций [3] по краевому условию (5) с учетом (10), (11) и (4). На катоде краевое условие  $\text{Im}(z(\sigma + i) + ih(\tau)) = 0$  выполняется за счет выбора вида искомой функции.

После решения системы линейных алгебраических уравнений и определения частных производных  $\frac{\partial y_{\Delta}}{\partial \tau} = q_m$  производится шаг по времени по методу предиктор-корректор второго порядка точности.

Далее снова повторяется процесс вычисления  $\frac{\partial z_{\Delta}}{\partial \sigma}$ ,  $q_m$  и т. д.

#### 4. ЧИСЛЕННЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Как было установлено выше, при различных значениях геометрического параметра  $l$  возможны два качественно различных стационарных решения.

При  $l < l_{cr} = \left(\frac{2}{\pi}\right)^2 (2G + 1) \approx 1,1477384800$

стационарная форма обрабатываемой поверхности имеет конечную высоту, в противном случае стационарная форма разрывается на две симметричные поверхности, имеющие вертикальные асимптоты, отстоящие от кромок на величину  $l_{cr}$ . Нестационарное решение 1-го типа, устанавливающееся к стационарной форме конечной высоты, иллюстрируется на рис. 9 для  $l = 1$ .

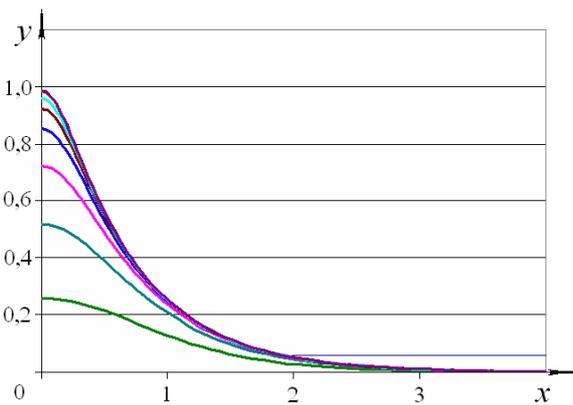


Рис. 9. Формы обрабатываемой поверхности при  $l = 1$  ( $\Delta\tau = 5$ )

Нестационарные решения 2-го типа показаны на рис. 10 для  $l = 2$ . Виден неограниченный рост высоты выступа и приближение формы его боковой поверхности к стационарной форме. Картина в системе координат, связанной с подвижной асимптотической поверхностью анода (рис. 10, а), позволяет увидеть формиро-

вание стационарного выступа на обрабатываемой поверхности; в неподвижной системе координат (рис. 10, б) показывает ход процесса растворения и формирование финальной формы.

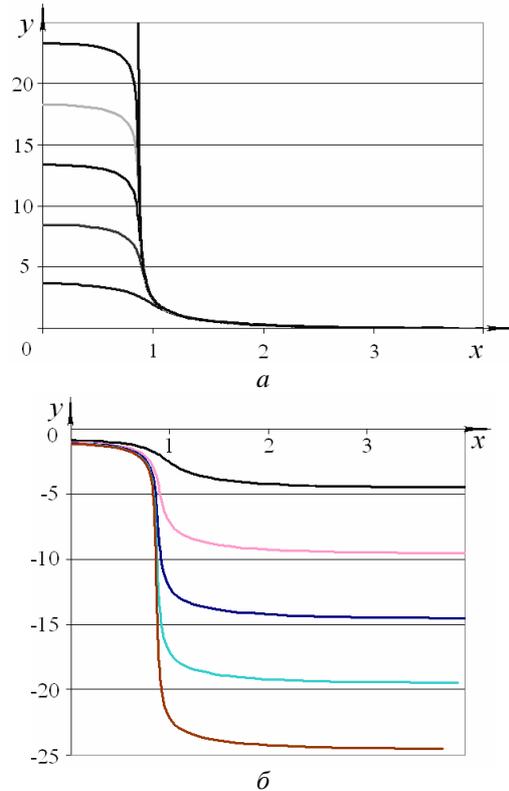


Рис. 10. Формы обрабатываемой поверхности при  $l = 2$ : а – в системе координат, связанной с подвижной поверхностью анода; б – в неподвижной системе координат ( $\Delta\tau = 20$ )

При заглублении ЭИ в материал заготовки растворение в верхней части гребешка прекращается и образуется финальная форма. На рис. 11 представлены зависимости величины  $\Delta y(l)$  растворенного материала (в отсчете от исходной поверхности заготовки) в верхней части формы.

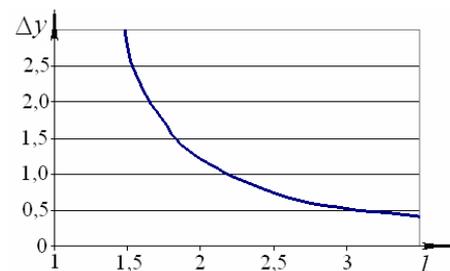


Рис. 11. Зависимость параметра финальной формы от  $l$

Оценка погрешности численных результатов проводилась с помощью фильтрации по методике [5].

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, в данной работе решены задачи стационарного и нестационарного электрохимического формообразования с помощью плоского ЭИ со щелью. Стационарные решения являются предельными, к которым стремятся решения нестационарных задач, и служат проверочными данными.

Приведенные решения задач могут быть использованы при проектировании технологических процессов.

## ЛИТЕРАТУРА

1. **Гуревич М. И.** Теория струй идеальной жидкости. М.: Наука, 1979. 536 с.
2. **Житников В. П., Зайцев А. Н.** Импульсная электрохимическая размерная обработка. М.: Машиностроение, 2008. 413 с.
3. **Житников В. П., Федорова Г. И.** Квазианалитический метод решения плоских задач нестационарного электрохимического формообразования // Вестник УГАТУ. 2006. Т. 7, № 1 (14). С. 110–117.
4. **Лаврентьев М. А., Шабат Б. В.** Методы теории функций комплексного переменного. М.: Наука, 1973. 736 с.
5. **Шерыхалина Н. М., Поречный С. С.** Моделирование погрешности и численная фильтрация при решении смешанных задач // Вестник УГАТУ (сер. Управление, вычислительная техника и информатика). 2008. Т. 11, № 1 (28). С. 181–188.

## ОБ АВТОРАХ



**Поречный Сергей Сергеевич**, асс. каф. компьютерн. математики. Дипл. инженер по САПР (УГАТУ, 2006). Дипл. магистр по информац. прогр. обеспеч. САПР (УГАТУ, 2006). Канд. физ.-мат. наук (БГУ, 2009). Иссл. в обл. мат. моделир. процессов электрохим. обработки.



**Маннапов Альберт Раисович**, асп. каф. оборудования и технологии сварочн. производства. Дипл. инж. по машинам и технологии высокоэффективн. процессов обработки материалов (УГАТУ, 2006). Иссл. в обл. процессов электрофиз. и электрохим. обработки материалов.



**Муксимова Роза Равилевна**, асп. каф. компьютерн. математики. Дипл. инж. по САПР (УГАТУ, 1995). Готовит дис. в обл. мат. моделирования физ. процессов.