Уфа : УГАТУ, 2010 Вестник УГАТУ Т. 14, № 2 (37). С. 202–208

УПРАВЛЕНИЕ, ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА И ИНФОРМАТИКА • МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ…

УДК 519.87

Т. В. ЛЕВАНОВА, О. В. УСЬКО

АЛГОРИТМ МУРАВЬИНОЙ КОЛОНИИ ДЛЯ ОДНОЙ ЗАДАЧИ РАЗМЕЩЕНИЯ С ОГРАНИЧЕНИЯМИ НА МОЩНОСТИ ПРОИЗВОДСТВА

Рассматривается задача размещения с ограничениями на мощности производства в одной из ее постановок. Для решения предлагается вариант алгоритма муравьиной колонии. Вводится новый вид окрестности, учитывающей специфику задачи и позволяющей реализовать локальный поиск, улучшающий качество решений алгоритма. Приводятся и обсуждаются результаты вычислительного эксперимента для разработанного алгоритма. *Дискретная оптимизация*; *задачи размещения предприятий*; *алгоритм муравьиной колонии*

ВВЕДЕНИЕ

Во многих прикладных задачах возникают ситуации, при которых необходимо расположить в некоторых пунктах предприятия и назначить им потребителей для обслуживания. При этом требуется минимизировать суммарные затраты или максимизировать доходы. Под обслуживанием часто понимается транспортировка продукции от пунктов производства к пунктам потребления. Подобные задачи составляют широкий класс задач размещения предприятий. К ним относятся простейшая задача размещения, задача с ограничениями на мощности производства, задача о p-медиане, многоуровневые задачи размещения и другие. Исследованию их структуры и сложности, разработке точных и приближенных методов решения посвящено значительное число работ, например, [2–4, 6–8, 16–18].

Поскольку указанные задачи теоретически сложны, а реальные задачи имеют большую размерность, в последнее время значительное внимание уделяется разработке методов приближенного решения. Среди них важное место занимают алгоритмы, основанные на аналогиях с живой природой и физическими процессами. К таким алгоритмам можно отнести генетические алгоритмы, алгоритмы имитации отжига, нейронные сети, а также алгоритмы муравьиной колонии [9, 11, 15]. Данная статья продолжает исследования в этом направлении и посвящена разработке алгоритма муравьиной колонии для одной задачи размещения предприятий с ограничениями на мощности производства.

Контактная информация: (381-2) 67-01-44

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Задача размещения предприятий с ограничениями на мощности производства состоит в следующем. Имеется множество пунктов возможного размещения предприятий, производящих однородный продукт, и конечное множество клиентов. Известны стоимость открытия и объем производства предприятия в каждом пункте, а также спрос каждого клиента на продукт и затраты на удовлетворение этого спроса. Необходимо минимизировать суммарные производственно-транспортные расходы так, чтобы спрос каждого клиента был удовлетворен, и не нарушались ограничения на мощности предприятий.

Введем следующие обозначения:

$I = \{1,\dots,m\}$ – множество номеров предприятий,

$J = \{1,\dots,n\}$ – множество номеров клиентов (далее везде $i \in I$, $j \in J$);

c_i – стоимость открытия предприятия с номером i;

a_i – мощность производства предприятия i;

b_j – объем спроса клиента j;

t_{ij} – транспортные расходы на перевозку единицы продукта от предприятия i клиенту j, $T = (t_{ij})$.

Переменные задачи:

$$z_i = \begin{cases} 1, & \text{если предприятие } i \text{ открыто,} \\ 0 & \text{– в противном случае;} \end{cases}$$

x_{ij} – объем поставки от предприятия i клиенту j, $X = (x_{ij})$.

С учетом введенных обозначений математическая модель задачи размещения может быть записана следующим образом:

$$f(z, X) = \sum_{i\in I} c_i z_i + \sum_{i\in I} \sum_{j\in J} t_{ij} x_{ij} \to \min, \qquad (1)$$

$$\sum_{i\in I} x_{ij} = b_j,\ j\in J, \qquad (2)$$

$$\sum_{j\in J} x_{ij} \le a_i z_i,\ i\in I, \qquad (3)$$

$$x_{ij} \ge 0,\ i\in I, j\in J, \qquad (4)$$

$$z_i \in \{0,1\},\ i\in I. \qquad (5)$$

В целевой функции (1) минимизируются суммарные затраты на открытие предприятий и обслуживание клиентов. Равенства (2) гарантируют удовлетворение спроса каждого клиента. Неравенства (3) означают, что общий объем потребления из i-го пункта не должен превосходить объема производства в этом пункте. Данная задача является NP-трудной в сильном смысле даже в том случае, когда мощности предприятий не ограничены [16].

Следует отметить, что известны и другие постановки рассматриваемой задачи. Так, в однопродуктовой задаче размещения с ограничениями на мощности [12, 18] переменные $x_{ij} \in \{0,1\}$. Существует также постановка, в которой задан спрос d_{ij} клиента i на продукцию предприятия j, $i\in I, j\in J$ [8].

2. МЕТОД РЕШЕНИЯ

В качестве метода решения указанной задачи выбран алгоритм муравьиной колонии, который ранее показал хорошие результаты при решении дискретных задач оптимального размещения [8].

В основе алгоритмов муравьиной колонии лежит идея коллективного разума живых муравьев. Исследования показали, что муравьи накапливают информацию и передают ее другим членам колонии с помощью специального химического вещества – феромона. Это же вещество позволяет находить муравьям кратчайший путь от муравейника до источника пищи [14].

Искусственный муравей (ИМ) представляет собой алгоритм, использующий различные процедуры для поиска решения и моделирующий поведение живых муравьев. ИМ является частью более сложного алгоритма муравьиной колонии (АМК), в котором накапливается информация (аналог феромона), влияющая на дальнейшую работу алгоритма. АМК завершает работу при выполнении некоторых условий, например, при достижении заданного числа итераций, окончании времени счета и др.

Впервые алгоритм муравьиной колонии был предложен для задачи коммивояжера [13] и в дальнейшем успешно применялся для решения ряда сложных комбинаторных проблем, например, для задач теории расписаний, квадратичной задачи о назначениях [14], о покрытии множества [1], об упаковке в контейнеры [5], о p-медиане [10] и других. Относительно теоретических исследований данных алгоритмов следует отметить, что имеются лишь отдельные результаты, касающиеся сходимости и связи АМК с другими методами [14].

Перейдем к описанию предложенного варианта алгоритма. Введем необходимые обозначения.

Допустимым решением s рассматриваемой задачи размещения предприятий с ограничениями на мощности производства будем называть пару (z, X), где $z = (z_i)$ – вектор открытия предприятий, $X = (x_{ij})$ – матрица перевозок, соответствующие ограничениям (2)–(5). Аналогом феромона для каждой перевозки x_{ij} будет служить статистическая информация τ_{ij}, которая накапливается и хранится в матрице $\Im = (\tau_{ij}), i\in I, j\in J$.

Параметрами алгоритма являются:

α – величина, регулирующая удельный вес стоимости перевозки и открытия нового предприятия;

ρ – коэффициент испарения феромона, $\rho\in(0,1)$;

$\tau_{\min}$ – нижняя граница уровня феромона.

Величина v_{ij} равна частоте вхождения перевозки x_{ij} в выбранные решения.

Обозначим через $s^k = (z^k, X^k)$ лучшее решение, полученное на итерации k алгоритма МК; $f^{\,k}$ – соответствующее значение целевой функции.

Алгоритм муравьиной колонии

Задаем значения параметров α, ρ, $\tau_{\min}$. Определяем начальные значения статистической информации $\tau_{ij} = \dfrac{1}{mn}, i\in I, j\in J$; начальный рекорд $f^* = \infty$; множество лучших по целевой функции решений $L^0_{best} = \varnothing$.

Итерация k, $k \ge 1$.

1. Строим L допустимых решений алгоритмом искусственного муравья.

2. Формируем множество L^k_{best} – это l лучших решений, выбранных из множества L^{k-1}_{best} и из L решений, построенных на шаге 1 итерации k.

3. Переопределяем значения $v^k_{ij}, i\in I$, $j\in J$.

4. Переопределяем значения $\tau_{ij}^k, i \in I$, $j \in J$.

5. Выбираем s^k из множества L_{best}^k и находим соответствующее f^k.

6. Если выполнен критерий остановки, то Конец.

Переходим на следующую итерацию, $k:=k+1$.

Компоненты матрицы $\Im$ на итерации k изменяются следующим образом:

$$\tau_{ij}^k = \max\{(1-\rho)\tau_{ij}^{k-1}, \tau_{\min}\} + v_{ij}^k \cdot \frac{\rho}{n}, i \in I, j \in J,$$

где v_{ij}^k – частота вхождения перевозки x_{ij} в лучшие решения L_{best}^k. Таким образом, чем чаще перевозка x_{ij} участвует в l лучших решениях в смысле целевой функции, тем больше становится соответствующее значение τ_{ij}^k.

В данном случае критерием остановки является достижение заданного количества итераций. В предложенном варианте алгоритма муравьиной колонии используется следующий алгоритм искусственного муравья. В алгоритме ИМ последовательно просматривается список потребителей и назначается каждому из них одно или несколько предприятий, полностью удовлетворяя его спрос на производимый продукт. Если потребителю j предприятие i поставляет некоторое количество продукта, то перевозка x_{ij} становится ненулевой (здесь x_{ij} равна количеству продукта, поставляемого предприятием i клиенту j). Если перевозка x_{ij} ненулевая, то соответствующее предприятие i становится открытым (z_i = 1) и вероятность того, что оно будет использоваться для обслуживания других клиентов, повышается. Порядок прохождения клиентов представляет собой случайную перестановку $\pi = (j_1, j_2,\dots, j_n)$ на множестве столбцов матрицы транспортных затрат T.

Обозначим через $\bar{a}_i$ остаток мощности предприятия i, $\bar{b}_j$ – объем неудовлетворенного спроса клиента j, $\bar{X}$ – множество ненулевых перевозок на текущем шаге.

В алгоритме ИМ также используются:

η_{ij} – привлекательность выбора перевозки x_{ij}, вычисляемая следующим образом:

$$\eta_{ij} = \begin{cases} \dfrac{1}{\alpha t_{ij} + (1-\alpha)(1-z_i)c_i}, & \text{если } \bar{b}_j \le \bar{a}_i, \\ \dfrac{1}{2(\alpha t_{ij} + (1-\alpha)(1-z_i)c_i)}, & \text{если } \bar{b}_j > \bar{a}_i > 0, \\ 0, \text{ если } \bar{a}_i = 0; \end{cases}$$

p_{ij} – вероятность выбора назначения x_{ij}, которая определяется по формуле:

$$p_{ij} = \frac{\tau_{ij}\eta_{ij}}{\sum_{i \in I} \tau_{ij}\eta_{ij}}, \qquad (6)$$

здесь τ_{ij} – уровень феромона, соответствующий перевозке x_{ij}, η_{ij} – привлекательность x_{ij}.

Опишем схему работы алгоритма ИМ.

Алгоритм искусственного муравья (ИМ)

Определяем порядок прохождения клиентов $\pi = (j_1, j_2,\dots, j_n)$. Задаем начальные значения: остаток мощности предприятий $\bar{a}_i = a_i$, объем неудовлетворенного спроса клиентов $\bar{b}_j = b_j$, все элементы матрицы перевозок $x_{ij} = 0, i \in I, j \in J$, множество ненулевых перевозок $\bar{X} = \varnothing$.

Шаг r, $r \ge 1$.

Пока не удовлетворена потребность клиента j_r, то есть $\bar{b}_{j_r} \ne 0$, выполняем следующую последовательность действий (1–7).

1. Выбираем предприятие i_r в столбце j_r согласно вероятностному закону (6).

2. Назначаем перевозку $x_{i_r j_r} = \min\{\bar{a}_{i_r}, \bar{b}_{j_r}\}$.

3. Добавляем в множество $\bar{X}$ новую перевозку ($\bar{X} := \bar{X} \cup \{x_{i_r j_r}\}$) и изменяем матрицу $X = (x_{ij})$.

4. Открываем предприятие с номером j_r: $z_{i_r} = 1$.

5. Уменьшаем мощность предприятия с номером i_r в соответствии с назначенной перевозкой: $\bar{a}_{i_r} := \bar{a}_{i_r} - x_{i_r j_r}$.

6. Уменьшаем потребность клиента с номером j_r в соответствии с назначенной перевозкой: $\bar{b}_{j_r} := \bar{b}_{j_r} - x_{i_r j_r}$.

7. Если спрос клиента j_r удовлетворен, то есть $\bar{b}_{j_r} = 0$, переходим к следующему клиенту.

Переходим на следующий шаг, $r := r + 1$.

Результатом работы алгоритма ИМ является вектор открытых предприятий $z = (z_i)$ и матрица назначенных перевозок $X = (x_{ij})$. При этом в силу приближенного характера алгоритма перевозки x_{ij} не всегда определяются оптимально. Поэтому возник вопрос целесообразности отыскания оптимальных значений X. Указанные значения являются решением транспортной подзадачи, образующейся после фиксации z, и могут быть найдены с помощью какого-либо точного метода. Необходимость периодического использования точного метода была исследована экспериментально и описана в следующем разделе.

3. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ

Для экспериментального исследования предложенного алгоритма была выбрана коллекция тестовых задач из известной электронной библиотеки OR-Library, состоящая из 6 классов [19]. Их характеристики представлены в табл. 1. Необходимо также отметить, что в задачах рассматриваемых классов мощности всех предприятий равны, а потребности всех клиентов различны.

Вычислительный эксперимент проводился последовательно в несколько этапов: 1) исследование целесообразности применения точного метода решения транспортной подзадачи в АМК; 2) анализ применения процедуры локального поиска к результатам, полученным АМК; 3) подбор параметров алгоритма α и ρ для каждого класса задач; 4) выбор лучшего числа искусственных муравьев на итерации АМК; 5) определение лучшего числа итераций АМК в смысле относительной погрешности и времени вычисления; 6) тестирование настроенного алгоритма на выбранных классах задач.

Таблица 1

Характеристики классов тестовых задач

Класс	Размерность	Стоимости открытия
IV	m=16, n=50	у одного из предприятий равна 0, остальные – одинаковые ненулевые
VIII	m=25, n=50	
XIII	m=50, n=50	
capA	m=100, n=1000	различные
capB	m=100, n=1000	
capC	m=100, n=1000	

Для проведения вычислительного эксперимента на этапах 1– 5 было выбрано по одной задаче из каждого класса. Рассмотрим подробнее каждый из этапов настройки алгоритма.

При разработке алгоритма оказался интересным вопрос выбора метода для транспортной подзадачи, которая получается из исходной при фиксированном векторе открытых предприятий z. Вопрос состоял в целесообразности применения точного метода в рамках схемы приближенного решения задачи. Анализ проходил с точки зрения значений целевой функции. Исследовалась возможность последовательного использования точного и приближенного метода для транспортной подзадачи. Приближенные решения были получены с помощью алгоритма искусственного муравья, описанного выше.

С этой целью проводилось по 100 запусков алгоритма на каждой задаче; количество итераций АМК равно 300, число искусственных муравьев равно 50, число лучших решений искусственных муравьев, используемых для переопределения статистической информации, равно 10. Параметры α и ρ выбирались случайно из интервала (0,1), $\tau_{\min} = 10^{-5}$. Было проведено сравнение результатов использования точного метода для подзадачи на каждой итерации АМК, на каждой 2-й итерации и т. д. до каждой 20-й итерации АМК, а также без использования точного метода. Анализ результатов позволил сделать вывод об эффективности (в смысле значения целевой функции) применения точного метода для решения транспортной подзадачи на каждой пятой итерации АМК.

При решении задач дискретной оптимизации распространенной является идея применения алгоритма локального поиска для улучшения качества решения. Для ее реализации в схеме предложенного алгоритма муравьиной колонии введен новый вид окрестности N_{Alt}. В эту окрестность включаются те решения, которые получаются из данного переназначением одной поставки (целиком или частично) другому открытому предприятию. Опишем способ построения данной окрестности.

Пусть $s = (I_s, Y)$ – некоторое допустимое решение задачи, где I_s – множество открытых предприятий, т. е. $I_s = \{i \mid z_i = 1, i \in I\}$; Y – множество перевозок таких, что $x_{ij} > 0$, $i \in I$, $j \in J$. Тогда окрестность $N_{Alt}(s)$ содержит все допустимые решения $s' = (I_s', Y')$, получаемые выполнением следующих шагов.

1. Выбираем ненулевую перевозку $x_{ij} \in Y$ и открытое предприятие $t \in I_s$, $t \neq i$, $Y' = Y$.

2. Вычисляем $\delta = \min\{x_{ij}, \overline{a}_t\}$.

Если δ = 0, то идем на пункт 3. Иначе переназначаем перевозку. Если x_{tj} = 0, то добавляем новую перевозку в множество $Y' := = Y' \cup \{x_{tj}\}$, Изменяем $x_{tj} := x_{tj} + \delta$, $x_{ij} := = x_{ij} - \delta$.

3. Если $x_{ij} > 0$, то выбираем следующий элемент t из I_s, $t \neq i$, и идем на пункт 2.

Если $x_{ij} = 0$, то исключаем эту перевозку из множества ненулевых $Y' = Y \setminus \{x_{ij}\}$.

4. Если для некоторого предприятия i_0 нет ненулевых перевозок ($x_{i_0 j} \notin Y'$), тогда $I_s' = = I_s \setminus \{i_0\}$, то есть $z_{i0} = 0$.

Процедура локального поиска применяется к допустимому решению, полученному алгоритмом искусственного муравья. Локальный поиск заканчивает работу, когда нельзя найти переназначение, уменьшающее значение целевой функции.

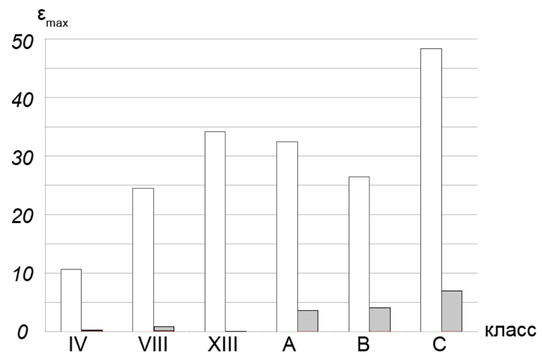

Рис. 1. Применение процедуры локального поиска

В целом алгоритм МК дает небольшую относительную погрешность. Использование локального поиска особенно оправдано для сложных задач. На диаграмме (рис. 1) показаны результаты применения процедуры локального поиска для отдельных примеров, на которых отклонения АМК от оптимального значения существенны. Отражена величина максимальной относительной погрешности (в %) на каждом классе задач без применения локального поиска (светлый столбец) и с его применением (темный столбец). По представленным данным можно сделать вывод о том, что локальный поиск позволяет значительно улучшить результаты АМК.

В связи с наличием в алгоритме нескольких параметров возникает проблема так называемой настройки алгоритма, то есть выбора таких значений параметров, при которых достигалось бы достаточно хорошее поведение алгоритма на большинстве задач. Для приближенных алгоритмов стараются определить настройки, при которых алгоритм дает решения, близкие к оптимальным, за относительно небольшое время. Корреляционный анализ не показал существенной зависимости между параметрами. Их настройка проходила экспериментально. Для определения наилучших значений управляющего параметра α и коэффициента испарения ρ был проведен анализ зависимости значения целевой функции от величины каждого параметра.

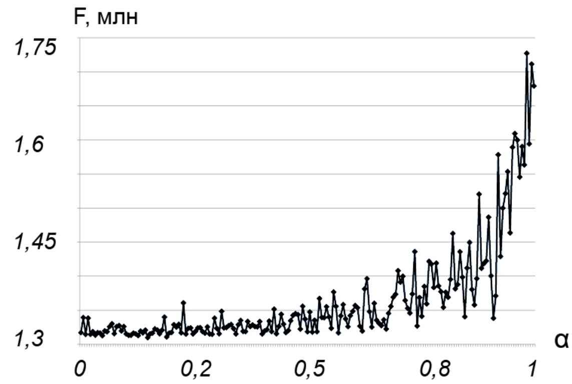

Рис. 2. График зависимости значения целевой функции от параметра α для задачи класса *B*

На рис. 2 представлен график зависимости значения целевой функции от параметра α для задачи класса *B*. Данный график позволяет сделать вывод о целесообразности выбора параметра α из промежутка (0; 0,15). Дальнейший подбор α проводился с помощью последовательного сужения интервала значений и анализа на нем зависимости величины целевой функции от значений параметра.

Таблица 2

Наилучшие значения параметров АМК

Класс	α	ρ
IV	[0,995; 1]	[0,625;0,633]
VIII	[0,88; 0,91]	[0,494; 0,495]
XIII	[0,985; 0,995]	[0,013; 0,021]
capA	[0,177; 0,178]	[0,357; 0,36]
capB	[0,107; 0,112]	[0,057; 0,06]
capC	[0,06; 0,08]	[0,083; 0,011]

В табл. 2 указаны наилучшие значения управляющего параметра α и коэффициента испарения ρ для каждого исследуемого класса задач.

Для выбора количества лучших решений искусственных муравьев, использующихся в пункте 2 итерации алгоритма муравьиной колонии, была проведена серия экспериментов, в ходе которой число искусственных муравьев менялось от 5 до 70, а количество выбираемых лучших решений изменялось от 1 до 15. Число запусков алгоритма на каждой задаче было равно 50. Анализ полученных результатов показал, что с точки зрения значения целевой функции и времени счета, эффективно применять 50 искусственных муравьев, из которых 15 лучших использовать для дальнейшего переопределения статистической информации.

Отдельный эксперимент проведен для выбора числа итераций АМК. Было сделано по 30 запусков алгоритма на каждой задаче. При этом количество итераций алгоритма муравьиной колонии менялось от 50 до 500 с шагом в 50 итераций. Анализ времени работы алгоритма и получаемой относительной погрешности позволил сделать вывод о целесообразности использования 250 итераций АМК.

Тестирование настроенного алгоритма проводилось на всех примерах выбранных классов задач при следующих данных: выполнялось 250 итераций АМК; на каждой итерации алгоритма использовалось 50 искусственных муравьев, из них для переопределения статистической информации выбиралось 15 лучших; точный метод применялся для решения транспортной подзадачи на каждой пятой итерации АМК; параметры α и ρ определялись в соответствии с табл. 2. К решениям, полученным алгоритмом ИМ, применялась процедура локального поиска с окрестностью N_{Alt}. В табл. 3 представлены минимальная, средняя и максимальная относительные погрешности алгоритма МК, полученные в результате численного эксперимента с такими параметрами.

Таблица 3

Относительная погрешность АМК

Класс	$\varepsilon_{\min}$	ε_{av}	$\varepsilon_{\max}$
IV	0,002	0,002	0,006
VIII	0	0,007	0,025
XIII	0	0,003	0,006
capA	0,0002	0,003	0,013
capB	0,0019	0,006	0,006
capC	0,00001	0,0074	0,054

Следует отметить, что средняя относительная погрешность на всех классах задач не превысила 1%. При этом время работы АМК на простых примерах достаточно мало, а на сложных сериях задач приемлемо. В табл. 4 указано минимальное, среднее и максимальное время работы алгоритма в секундах для каждого из исследуемых классов задач. Расчеты проводились на Intel Core 2Duo T5500 (1,66 GHz/667 MHz) 2 Gb.

Таблица 4

Время работы АМК

Класс	$t_{\min}$	t_{av}	$t_{\max}$
IV	0,5	1,1	1,6
VIII	1,6	1,9	2,3
XIII	0.8	1,1	1,5
capA	348	539	777
capB	324	580	868
capC	365	1017	1865

Таким образом, вычислительный эксперимент показал, что алгоритм находит решения, близкие к оптимальным, за относительно небольшое время.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Одним из подходов к решению сложных комбинаторных задач, в том числе дискретных задач размещения, является использование методов приближенного решения. В данной работе продолжаются исследования в этом направлении, предлагается вариант алгоритма муравьиной колонии для решения задачи с ограничениями на мощности производства. Выполнена настройка параметров алгоритма. Проведено экспериментальное исследование на различных тестовых задачах. Проделан анализ сочетания точных и приближенных методов в рамках алгоритма приближенного решения. В ходе численного эксперимента подтверждена целесообразность применения процедуры локального поиска для улучшения качества решений. Полученные результаты позволяют сделать вывод о перспективности дальнейшей разработки и применения алгоритмов муравьиной колонии для задач оптимального размещения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Александров Д. А.** Алгоритм муравьиной колонии для задачи о минимальном покрытии // Методы оптимизации и их приложения: Тр. XI Междунар. Байкальск. шк.-семинара. Иркутск, 1998. Т. 3. С. 17–20.

2. Дискретные задачи производственно-транспортного типа / А. Е. Бахтин [и др.]. Новосибирск: Наука, 1978. 160 с.

3. **Береснев В. Л.** Дискретные задачи размещения и полиномы от булевых переменных. Новосибирск: Изд-во ин-та математики, 2005. 408 с.

4. Экстремальные задачи оптимизации / В. Л. Береснев [и др]. Новосибирск, 1978. 335 с.

5. **Валеева А. Ф., Аглиуллин М. Н.** Алгоритм муравьиной колонии для задач двухмерной упаковки: результаты вычислительного эксперимента // Методы оптимизации и их приложения: Тр. XIII Междунар. Байкальск. шк.-семинара. Иркутск, Байкал, 2005. Т. 1. С. 429–434.

6. **Заозерская Л. А., Колоколов А. А.** Исследование и решение двухкритериальной задачи о покрытии множества // Проблемы информатики. 2009. № 2. С. 11–18.

7. **Колоколов А. А., Куряченко А. В.** Разработка алгоритмов решения одной задачи размещения предприятий с интервальными данными // Динамика систем, механизмов и машин: матер. VII Междунар. науч.-техн. конф. Омск: ОмГТУ, 2009. Кн. 3. С. 47–51.

8. Алгоритмы муравьиной колонии для задач оптимального размещения предприятий / А. А. Колоколов [и др.] // Омский научный вестник, 2006. № 4 (38). С. 62–67.

9. **Кочетов Ю. А.** Вероятностные методы локального поиска для задач дискретной оптимизации // Дискретная математика и ее приложения: сб. лекций молодежных научных школ по дискретной математике и ее приложениям. М.: МГУ, 2001. С. 84–117.

10. **Леванова Т. В., Лореш М. А.** Алгоритмы муравьиной колонии и имитации отжига для задачи о *p*-медиане // Автоматика и телемеханика. 2004. № 3. С. 80– 88.

11. **Мухачева Э. А.** Обзор и перспективы развития комбинаторных методов решения задач раскроя и упаковки // Дискретный анализ и исследование операций: матер. российск. конф. Новосибирск, 2002. С. 80– 87.

12. **Chia-Ho Chen, Ching-Jung Ting.** Combining Lagrangian Heuristic and An Ant Colony System to Solve the Single Source Capacitated Facility Location Problem // Transportation Research Part E. 2008. Vol. 4, No. 6. P. 1099–1122.

13. The ant system: An autoctalytic optimizing process / M. Dorigo [et al] // Report no TR-91-016. 1991. Vol. 16.

14. **Dorigo M., Stützle T.** Ant Colony Optimization. Artificial Ants as a Computational Intelligence Technique. IRIDIA – Technical Report Series: TR/ IRIDIA/2006-023

15. Local search in combinatorial optimization / A. Hertz [et al]. John Wiley & Sons, Inc., New York, 1997. 512 p.

16. **Krarup J., Pruzan P. M.** The simple plant location problem: survey and synthesis // European J. Oper. Res., 1983. V. 12, № 1. P. 36–81.

17. **Snyder L. V.** Facility location under uncertainty: a review // IIT Transaction. 2006. № 38. P. 537–554.

18. **Sridharan R.** Invited Review. The capacitated plant location problem // Europ. J. of Operational Research 87, 1997. P. 889–914.

19. OR-Library [Электронный ресурс] (http:// people.brunel.ac.uk/~mastjjb/jeb/info.html).

ОБ АВТОРАХ

Леванова Татьяна Валентиновна, ст. науч. сотр. ОФ ИМ СО РАН. Дипл. матем. (ОмГУ, 1987). Канд. физ.-мат. наук по дискретн. матем. и матем. кибернетике (Иркутск, 2000). Иссл. в обл. теории оптимального размещения.

Усько Ольга Владиславовна, магистрант ИМИТ ОмГУ. Дипл. бакалавр по прикл. математике и информатике (ОмГУ, 2008). Иссл. в обл. теории оптимального размещения.