

УДК 621.52

В. М. КОФМАН

МЕТОД ПАРАМЕТРИЧЕСКОЙ ИДЕНТИФИКАЦИИ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ГТД НА УСТАНОВИВШИХСЯ РЕЖИМАХ РАБОТЫ

Проведен анализ существующих методов параметрической идентификации математических моделей газотурбинных двигателей на установившихся режимах работы. Предложен новый метод идентификации. Метод разработан на основе синтеза традиционного метода и одного из формализованных методов (метода наименьших квадратов) и при сохранении достоинств этих методов устраняет присущие им ограничения. В предлагаемом методе учтены корреляционные связи между неизвестными, что позволяет существенно уменьшить количество неизвестных в задаче идентификации и повысить физический смысл получаемого решения. Метод апробирован при проведении численных экспериментов и при идентификации математической модели выполненного ГТД по результатам его стендовых испытаний. *ГТД; математическая модель; идентификация*

Одним из важных инструментов, применяемых на всех этапах проектирования, доводки и серийного производства газотурбинного двигателя (ГТД), является его математическая модель (ММ) на установившихся режимах. ММ ГТД позволяет проводить расчеты высотно-скоростных характеристик ГТД, формировать исходные данные для газодинамических расчетов и проектирования узлов ГТД, проектирования системы автоматического управления ГТД, проведения расчетов температурного состояния деталей и расчетов на прочность, планирования различных видов испытаний, диагностики состояния ГТД в процессе эксплуатации. Эффективность применения ММ ГТД зависит от ее точности. Процесс повышения точности ММ ГТД на установившихся режимах за счет структурной идентификации ММ (введения в структуру ММ дополнительных уравнений, учитывающих физические особенности рабочего процесса ГТД более высокого порядка) близок к своему завершению. Поэтому на первый план выходит задача повышения точности ММ ГТД за счет параметрической идентификации (ПИ) – задача уточнения по результатам испытаний ГТД характеристик его узлов. В данной работе описан метод идентификации, разработанный на основе традиционного метода увязки и одного из формализованных методов идентификации (метода наименьших квадратов). Разработанный метод при сохранении достоинств существующих методов идентификации устраняет присущие им ограничения.

1. АНАЛИЗ СУЩЕСТВУЮЩИХ МЕТОДОВ ПАРАМЕТРИЧЕСКОЙ ИДЕНТИФИКАЦИИ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ГТД НА УСТАНОВИВШИХСЯ РЕЖИМАХ РАБОТЫ

Одной из первых работ по ПИ ММ ГТД является метод так называемой традиционной увязки ММ ГТД с результатами его испытаний (Б. Н. Амелин, О. Н. Фаворский, ЦИАМ, 1955 г.). Идентификация ММ в традиционном методе увязки осуществляется путем решения двух термогазодинамических задач – прямой и обратной. При решении обратной задачи по результатам эксперимента определяются характеристики узлов ГТД. При решении прямой задачи до и после идентификации производится оценка адекватности ММ ГТД реальному двигателю путем сравнения величин расчетных параметров ГТД с величинами экспериментально измеренных параметров. Сущность идентификации ММ ГТД при методе традиционной увязки состоит в решении обратной термогазодинамической задачи (решении для каждой, полученной при испытаниях ГТД экспериментальной точки, системы определяющих (нелинейных алгебраических) уравнений, описывающих физические процессы, происходящие в ГТД).

Количество неизвестных в системе определяющих уравнений в обратной задаче зависит от сложности схемы ГТД и от степени прерайрирования проточной части ГТД при проведении его испытаний. Система определяющих уравнений в общем виде имеет вид

$$\Psi_{Iz}(N_{kz_экс}, N_{mz_расч}, x_n, F_d, b_c) = 0, \quad (1)$$

где l – номер определяющего уравнения, $l = (1, 2, \dots, L)$, z – номера экспериментальных точек, в которых, на различных режимах работы ГТД произведено измерение его выходных и режимных параметров, $z = (1, 2, \dots, Z)$, $N_{k \text{ экс}}$ – экспериментально измеренные при испытаниях ГТД параметры, входящие в систему определяющих уравнений, $k = (1, 2, \dots, K)$, $N_{\text{т расч}}$ – параметры, не измеряемые при испытаниях ГТД, входящие в систему определяющих уравнений и рассчитываемые при их решении, $m = (1, 2, \dots, M)$, x_n – неизвестные коэффициенты (параметры) характеристик узлов ГТД, (КПД узлов, коэффициентов восстановления полного давления в узлах и т. п.), $n = (1, 2, \dots, N)$.

В систему уравнений (1) также входит ряд известных постоянных величин – площадей характерных сечений в проточной части ГТД – F_d и некоторых геометрических размеров элементов узлов ГТД – b_c . Количество измеряемых параметров ГТД при проведении его испытаний ограничено по причине сложности размещения датчиков в проточной части ГТД, сложности обеспечения их работоспособности в условиях высоких температур, а также из-за влияния датчиков на коэффициенты полезного действия узлов и на параметры ГТД. Из-за ограничений по количеству измеряемых при испытаниях ГТД параметров система уравнений (1) является незамкнутой, так как $L < (M + N)$.

Для замыкания системы уравнений (1) необходимо на основе опыта инженера, проводящего идентификацию, и на основе результатов, полученных при испытаниях отдельных узлов ГТД, априорно задаться величиной ряда неизвестных коэффициентов (параметров) характеристик узлов y_{j0} , где $j = (1, 2, \dots, J)$. Тогда система уравнений (1) принимает вид

$$\Psi_{Lz}(N_{kz \text{ экс}}, N_{kz \text{ расч}}, x_i, y_{j0}, F_d, b_c) = 0, \quad (2)$$

где x_i – коэффициенты (параметры) характеристик узлов, (неизвестные оставшиеся после введения в систему определяющих уравнений априорно заданных величин y_{j0}), $i = (1, 2, \dots, I)$, при этом $L = M + N - J$, $L = I + M$, $N = I + J$.

При решении задачи идентификации с помощью традиционного метода учитывается корреляция между неизвестными, т. е. при определении с помощью системы (2) по заданной экспериментальной информации неизвестных параметров характеристик узлов x_i между y_{j0} и x_i всегда выдерживаются определенные количественные соотношения, задаваемые системой определяющих уравнений (2). Это является достоинством традиционного метода увязки. При использовании традиционного метода

увязки характеристики узлов x_i могут определяться как нелинейные функции одной, двух или трех переменных (безразмерных параметров или критериев подобия). Недостатком метода является невысокая эффективность при поиске таких величин коэффициентов y_j , которые обеспечивают сходимость расчетных и измеренных при испытаниях параметров ГТД при всех, существенно отличающихся, эксплуатационных условиях и режимах, имеющих место при испытаниях. Поиск коэффициентов характеристик узлов y_j в традиционном методе увязки сводится к перебору их величин без какого-либо формального условия и зависит от степени достоверности начальных приближений y_{j0} и опыта инженера, проводящего идентификацию.

В последнее время в практике параметрической идентификации ММ ГТД получили распространение так называемые формализованные методы: метод наименьших квадратов (МНК) [1], метод нелинейного программирования [2], метод нелинейной оптимизации [3], метод уравнивания [4, 5] а также ряд других методов, например [6, 7]. При проведении ПИ ММ ГТД формализованными методами применяются прямая термогазодинамическая задача и задача оптимизации. С помощью прямой задачи определяются величины расчетных параметров на режимах и в условиях, соответствующих тем, при которых проводился эксперимент, а также рассчитываются относительные коэффициенты влияния $\delta N_{kz} / \delta x_n$ параметров характеристик узлов x_n на величины расчетных параметров ГТД. Полученные в прямой задаче коэффициенты влияния и расчетные параметры ГТД $N_{kz \text{ расч}}$ на режимах и в условиях испытаний, а также измеренные при испытаниях параметры $N_{kz \text{ экс}}$ передаются в задачу оптимизации, с помощью которой находятся поправки δx_n к неизвестным x_n , исходя из обеспечения минимума некоторой выбранной функции цели, как правило, минимума суммы квадратов невязок между экспериментально измеренными и расчетными параметрами ГТД. Поиск решения при идентификации в [1, 2] производится одновременно для всех экспериментальных точек. В [3, 4, 5, 6] поиск решения производится сначала для каждой отдельной экспериментальной точки с последующим заключительным, например, многомерным регрессионным анализом, при котором уточняются характеристики узлов по результатам идентификации для каждой экспериментальной точки [4, 5], либо с помощью какого-либо другого вида анализа [6], при котором рассматриваются несколько вариантов решения (вариан-

тов математической модели ГТД) и выбирается один из них. Например, в методе наименьших квадратов [1] функция цели имеет вид

$$F = \sum_{k=1}^K \sum_{z=1}^Z \left(\delta N_{kz} - \sqrt{P_k} \sum_{n=1}^N (\delta N_{kz} / \delta x_n) \delta x_n \right)^2 = \min, \quad (3)$$

где δx_n – искомые относительные поправки к исходным величинам коэффициентов x_{n0} , P_k – веса измерений параметров.

При проведении идентификации с помощью методов [1, 2, 3, 6, 7] на область изменения искомого неизвестного x_n накладываются двухсторонние ограничения ($x_{n \min} \leq x_n \leq x_{n \max}$). Это обусловлено выходом получаемых при решении величин x_n за границы их реальных физических значений из-за необходимости обеспечения условия, задаваемого функцией цели, или из-за возможной неустойчивости решения (например, из-за некорректности задачи [8] при решении системы линейных алгебраических уравнений).

Достоинством формализованных методов [1, 2] является их достаточно высокая эффективность с позиций обеспечения сходимости между расчетными и экспериментально измеренными при испытаниях параметрами ГТД в различных условиях и на различных режимах. Методы [3–6] являются менее эффективными, так как после проведения идентификации в каждой из экспериментальных точек необходимо проводить многомерный регрессионный анализ для получения сведений о характере изменения параметров характеристик узлов. Характеристики узлов ГТД являются в общем случае функциями или двух переменных (камера сгорания, реактивное сопло), или трех переменных (критериев подобия или безразмерных параметров), определяющих режим работы узла, в каждой экспериментальной точке различны. Поэтому для получения обобщенных характеристик узлов на основе результатов идентификации в отдельных экспериментальных точках требуются не только известные методы математической статистики, но и разработка специальных методик обработки и анализа.

Основным ограничением всех формализованных методов ПИ ММ ГТД [1–6] является принятие в них допущения о независимости между собой неизвестных (поправок δx_n к коэффициентам x_n), что приводит (при заданных величинах $N_{kz \text{ экс}}$) к нарушению в получаемом решении количественных соотношений между уточняемыми коэффициентами x_n , задаваемых системой определяющих уравнений, описывающих физические процессы, происходящие в

ГТД. При допущении о независимости неизвестных существенно возрастает возможность получения при решении таких сочетаний величин x_n , при которых формально обеспечивается хорошая сходимость расчетных параметров ГТД с экспериментальными данными, но которые физически не реализуемы.

Ограничением формализованных методов является также принимаемое в большинстве случаев [1–3] допущение о постоянстве во всем эксплуатационном диапазоне работы двигателя величин искомого параметра x_n . Это делается с целью сокращения количества неизвестных. Так как параметры характеристик узлов x_n являются в большинстве случаев нелинейными функциями двух и трех переменных, то принятие последнего допущения требует упрощения ММ ГТД и приводит к снижению качества идентификации.

2. МЕТОД ПАРАМЕТРИЧЕСКОЙ ИДЕНТИФИКАЦИИ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ГТД. ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ, УРАВНЕНИЯ И СТРУКТУРНАЯ СХЕМА

Учитывая достоинства и ограничения существующих методов ПИ ММ ГТД, была поставлена задача разработать метод ПИ ММ ГТД, который, являясь развитием традиционного метода увязки и формализованного метода идентификации [1], позволял бы по результатам эксперимента более физически обоснованно определять параметры (коэффициенты) характеристик узлов ГТД при обеспечении хорошей адекватности уточняемой ММ ГТД реальному объекту.

Логические предпосылки построения такого метода параметрической идентификации ММ ГТД вытекают из следующих рассуждений.

Пусть при испытаниях ГТД измерено K его выходных параметров в Z экспериментальных точках на различных режимах работы. Имеется соответствующая типу ГТД и его схеме система определяющих (нелинейных алгебраических) уравнений, описывающих физические процессы, происходящие в ГТД. Построим на основе системы определяющих уравнений две задачи.

1. Обратная задача. В этой задаче по величинам измеренных при испытаниях ГТД выходных параметров $N_{kz \text{ экс}}$ и по заданным априорно (на основе опыта инженера и имеющихся предварительных данных по результатам испытаний отдельных узлов) величинам некоторых коэффициентов (параметров) характеристик узлов y_{j0} , определяются выходные параметры

двигателя, не измеряемые при испытаниях ($N_{mz \text{ расч}}$) и параметры характеристик узлов x_i в каждой экспериментальной точке. При этом система определяющих уравнений после задания величин y_{j0} является замкнутой:

$$L = M + N - J, L = I + M.$$

Система уравнений обратной задачи имеет вид (2).

2. Прямая задача, в которой (по определенным в обратной задаче характеристикам узлов x_i и заданным априорно коэффициентам y_{j0}) определяются выходные параметры ГТД $N_{sz \text{ расч}}$, где $N_{s \text{ расч}}$ – выходные параметры ГТД, рассчитываемые при решении прямой задачи, $s = (1, \dots, S)$.

Система уравнений имеет вид

$$\Psi_{Iz}(N_{sz \text{ расч}}, x_i, y_{j0}, F_d, b_c) = 0, \quad (4)$$

где $S = K + M, L = S$.

Обратная задача представляет собой аналог обратной задачи традиционного метода увязки, прямая – аналог ММ ГТД для расчета его высоко-скоростных и дроссельных характеристик в традиционном и формализованных методах идентификации.

Выполним решение обратной задачи для каждой из экспериментальных точек и определим параметры характеристик узлов x_{iz} с одно-временной систематизацией параметров характеристик узлов x_{iz} по соответствующим критериям подобия, определяющим режим работы узла, и последующей статистической обработкой, отбраковкой грубых ошибок и аппроксимацией характеристик узлов x_i как функций нескольких переменных.

Подставим характеристики узлов x_i в прямую задачу и решим ее в каждой экспериментальной точке при $y_{j0} = \text{idem}$. Сравнивая полученные при помощи прямой задачи величины расчетных выходных параметров $N_{kz \text{ расч}}$ с соответствующими параметрами, измеренными при испытаниях $N_{kz \text{ экс}}$, обнаруживаем между ними невязки. Эти невязки обусловлены неточным (априорным) заданием величин y_{j0} , и, как следствие, неточным определением при решении обратной задачи характеристик узлов x_i . Невязки также обусловлены погрешностью измерений параметров ГТД при испытаниях и погрешностью при решении системы определяющих уравнений в прямой задаче. Погрешность решения системы определяющих уравнений в прямой задаче, как правило, мала, не превышает 0,1% и ей можно пренебречь. На этом этапе, из-за отсутствия какого-либо формального условия выбора новых значений y_j , обеспечивающих во всех экспериментальных точках

минимальное значение невязок, идентификация с помощью традиционного метода увязки заканчивается. Сформулируем это дополнительное условие.

Расчетные величины параметров $N_{kz \text{ расч}}$, полученные при решении прямой задачи, являются функциями независимых переменных y_{j0} и x_i , где $x_i = f(y_j)$, то есть

$$N_{kz \text{ расч}} = f_1(y_{j0}, x_i = f_2(y_{j0})), \quad (5)$$

Поэтому наличие невязок (при заданной погрешности измерения параметров) обусловлено, во-первых, неточным априорным заданием величин y_{j0} , прямо влияющих на результат решения прямой задачи, во-вторых, неточным определением в обратной задаче характеристик узлов x_i из-за неточного априорного задания величин y_{j0} (косвенное влияние y_{j0} на результат решения прямой задачи). Учитывая это обстоятельство, на основе определения полного дифференциала сложной функции можно получить согласно [9] следующую систему равнозначных ($k \cdot z$) условных линейных алгебраических уравнений

$$\begin{aligned} \delta N_{kz} = & \sqrt{P_k} \sum_{j=1}^J \left(\frac{\delta N_{kz}}{\delta y_j} \right) \delta y_j + \\ & + \sqrt{P_k} \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J \left(\frac{\delta N_{kz}}{\delta x_i} \right) \left(\frac{\delta x_{iz}}{\delta y_j} \right) \delta y_j, \end{aligned} \quad (6)$$

где

$\delta y_j = \frac{y_j - y_{j0}}{y_{j0}}$ – относительная поправка к исходным величинам y_{j0} ,

ходным величинам y_{j0} ,

$\delta N_{kz} = \left(\frac{N_{kz \text{ экс}} - N_{kz \text{ расч}}}{N_{kz \text{ экс}}} \right) \sqrt{P_k}$ – относительные

взвешенные невязки между измеренными и расчетными параметрами,

$\left(\frac{\delta N_{kz}}{\delta x_i} \right), \left(\frac{\delta x_{iz}}{\delta y_j} \right), \left(\frac{\delta N_{kz}}{\delta y_j} \right)$ – относительные ко-

эффициенты влияния, определяемые численным способом путем решения прямой и обратной задач в каждой экспериментальной точке. Приведение условных уравнений к равнозначным достигается путем введения в них весов измерений P_k [9].

Система уравнений (6) является переопределенной (число уравнений больше числа неизвестных δy_j) и несовместной из-за наличия погрешностей измерений. Принцип решения такой системы предложен Лежандром [9], и состоит он в следующем. Если дана система рав-

ноточных условных уравнений и если измерения независимы, ошибки измерений подчиняются нормальному закону распределения, ошибка расчета мала по сравнению с ошибками измерений, то наиболее вероятные значения неизвестных определяются из условия минимума суммы квадратов невязок.

Для системы (6) это условие соответствует минимуму функции цели

$$F = \sum_{k=1}^K \sum_{z=1}^Z \left(\delta N_{kz} - \sqrt{P_k} \sum_{j=1}^J (\delta N_{kz} / \delta y_j) \delta y_j + \sqrt{P_k} \sum_{i=1}^I (\delta N_{kz} / \delta x_i) (\delta x_{iz} / \delta y_j) \delta y_j \right)^2. \quad (7)$$

Необходимым условием минимума функции (7) является

$$\partial F / \partial (\delta y_j) = 0. \quad (8)$$

После дифференцирования функции (7), получения уравнений вида (8) и их преобразования, получаем систему J нормальных уравнений, которая в матричной форме имеет вид

$$BX = A, \quad (9)$$

где

$$X^T = \left\| \delta y_1 \quad \delta y_2 \quad \delta y_3 \quad \dots \quad \delta y_J \right\|$$

$$A^T = \left\| \sum_{k=1}^K \sum_{z=1}^Z \delta N_{kz} \left(\frac{\delta N_{kz}}{\delta y_1} \right) \quad \sum_{k=1}^K \sum_{z=1}^Z \delta N_{kz} \left(\frac{\delta N_{kz}}{\delta y_2} \right) \dots \right.$$

$$\left. \dots \sum_{k=1}^K \sum_{z=1}^Z \delta N_{kz} \left(\frac{\delta N_{kz}}{\delta y_J} \right) \right\|,$$

B – матрица, симметричная относительно главной диагонали,

$$B = \begin{vmatrix} b_{11} & & & & \\ b_{21} & b_{22} & & & \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \\ b_{J1} & b_{J2} & b_{J3} & \dots & b_{JJ} \end{vmatrix};$$

$$b_{11} = \sum_{k=1}^K \sum_{z=1}^Z P_k \left(\frac{\delta N_{kz}}{\delta y_1} + \sum_{i=1}^I \frac{\delta N_{kz}}{\delta x_i} \frac{\delta x_{iz}}{\delta y_1} \right)^2;$$

$$b_{21} = \sum_{k=1}^K \sum_{z=1}^Z P_k \left(\frac{\delta N_{kz}}{\delta y_2} + \sum_{i=1}^I \frac{\delta N_{kz}}{\delta x_i} \frac{\delta x_{iz}}{\delta y_2} \right) \times \left(\frac{\delta N_{kz}}{\delta y_1} + \sum_{i=1}^I \frac{\delta N_{kz}}{\delta x_i} \frac{\delta x_{iz}}{\delta y_1} \right);$$

$$b_{22} = \sum_{k=1}^K \sum_{z=1}^Z P_k \left(\frac{\delta N_{kz}}{\delta y_2} + \sum_{i=1}^I \frac{\delta N_{kz}}{\delta x_i} \frac{\delta x_{iz}}{\delta y_2} \right)^2;$$

.....

$$b_{j1} = \sum_{k=1}^K \sum_{z=1}^Z P_k \left(\frac{\delta N_{kz}}{\delta y_j} + \sum_{i=1}^I \frac{\delta N_{kz}}{\delta x_i} \frac{\delta x_{iz}}{\delta y_j} \right) \times \left(\frac{\delta N_{kz}}{\delta y_1} + \sum_{i=1}^I \frac{\delta N_{kz}}{\delta x_i} \frac{\delta x_{iz}}{\delta y_1} \right);$$

$$b_{j2} = \sum_{k=1}^K \sum_{z=1}^Z P_k \left(\frac{\delta N_{kz}}{\delta y_j} + \sum_{i=1}^I \frac{\delta N_{kz}}{\delta x_i} \frac{\delta x_{iz}}{\delta y_j} \right) \times \left(\frac{\delta N_{kz}}{\delta y_2} + \sum_{i=1}^I \frac{\delta N_{kz}}{\delta x_i} \frac{\delta x_{iz}}{\delta y_2} \right);$$

$$b_{JJ} = \sum_{k=1}^K \sum_{z=1}^Z P_k \left(\frac{\delta N_{kz}}{\delta y_J} + \sum_{i=1}^I \frac{\delta N_{kz}}{\delta x_i} \frac{\delta x_{iz}}{\delta y_J} \right)^2.$$

Полученная система нормальных уравнений (9) позволяет после ее преобразования к виду

$$X = B^{-1}A$$

определить наиболее вероятные поправки δy_j к априорно задаваемым коэффициентам y_{j0} , и далее, их наиболее вероятные значения

$$y_j = y_{j0} + \delta y_j \cdot y_{j0}.$$

Подстановка уточненных значений y_j в обратную задачу дает возможность определить соответствующие минимуму функции (7), математические ожидания характеристик узлов x_i в нелинейной постановке.

Таким образом, предлагаемый метод идентификации [10–14] состоит из трех задач – обратной и прямой термогазодинамических задач и задачи оптимизации (обратной задачи решения операторного уравнения $BX = A$, члены которого B и A найдены из условия (7)). Следует отметить, что обратная задача (задача оптимизации) относится к классу обратных некорректно (плохо) поставленных задач [8, 15], решение которых может не обладать свойствами устойчивости, однозначности и существенно изменяться при малых погрешностях входных данных. Так, в случае плохой обусловленности матрицы B операторного уравнения $BX = A$, когда определитель $\det B$ близок к нулю, решение может быть неустойчивым. Устойчивое решение некорректно поставленной задачи может быть получено за счет перехода к условно-корректной постановке задачи [15]. Такой переход осуществляется путем сужения множества допустимых решений (назначением компактного множества решений, удовлетворяющего условиям корректности), например, за счет сокращения тех искоемых неизвестных y_j , которые имеют большие коэффициенты взаим-

ной корреляции [1]. Получение устойчивого решения также возможно за счет применения прямых методов естественной регуляризации обратной задачи путем изменения параметров вычислительного алгоритма (шагов по аргументам, количества итераций) [15]. Способ обеспечения корректной постановки обратной задачи выбирается в каждом конкретном случае индивидуально в зависимости от физической стороны решаемой задачи. Схема разработанного метода параметрической идентификации приведена на рис. 1.

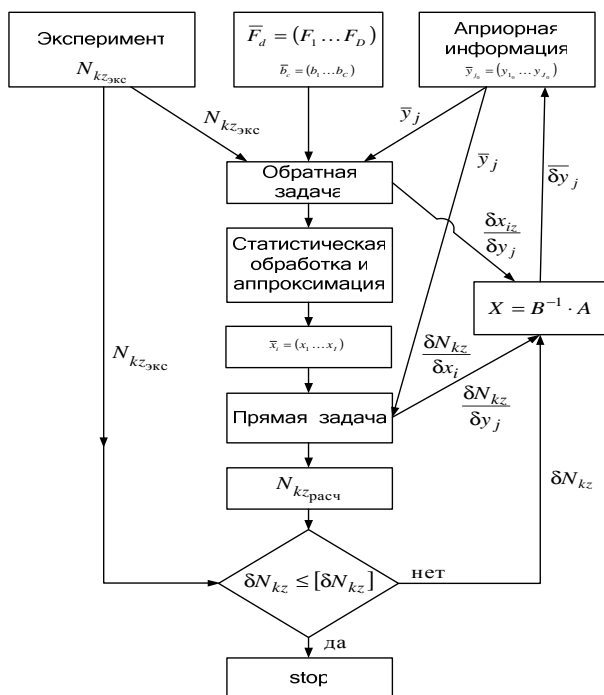


Рис. 1. Схема метода параметрической идентификации ММ ГТД

3. АПРОБАЦИЯ МЕТОДА ИДЕНТИФИКАЦИИ

Разработанный метод был апробирован при идентификации ММ выполненного одновального ГТД по результатам его испытаний на наземном и высотном стендах в широком диапазоне эксплуатационных условий. Применительно к этому ГТД были разработаны методики и соответствующие программы решения прямой и обратной термогазодинамических задач. Также была разработана методика и программа «ОПТИМА 1» решения системы нормальных уравнений вида (9) (задача оптимизации), не зависящая от типа и схемы ГТД. Программы составлены на языке программирования Compaq Visual Fortran Version 6.6.

В процессе испытаний ГТД измерялись 6 его выходных параметров: $\bar{N}_k = (P, G_T, p_k^*,$

$p_T^*, G_B, T_k^*)$ и 4 режимных параметра (p_B^*, T_B^*, n, p_H). Средства измерений и погрешности измерения параметров соответствовали требованиям действующих нормативных документов [16]. При проведении идентификации принималось, что веса измерения не зависят от режима работы ГТД. Веса измерений рассчитывались согласно [1] по формуле

$$P_k = \sigma_0^2 / \sigma_k^2$$

где σ_k – средняя квадратичная погрешность измерения k -го выходного параметра, σ_0 – средняя квадратичная погрешность одного из параметров, являющаяся наибольшей по сравнению с погрешностями измерений других выходных параметров,

Величины σ_k определялись по результатам стендовых испытаний ГТД на основе многократно повторяющихся измерений. Величины весов измерений P_k составили 1,0...2,6.

С помощью режимных параметров определялись критерии подобия, определяющие режим работы ГТД и режим работы компрессора. С учетом вхождения выходных и режимных параметров в систему определяющих уравнений (количество которых составляет для данного ГТД $L = 37$), количество неизвестных в них (параметров характеристик узлов) равно 13. Так как некоторые из коэффициентов ММ были достоверно известны по результатам предварительных лабораторных испытаний элементов ГТД и их величины в исследуемом диапазоне режимов и эксплуатационных условий сохраняются неизменными (таких коэффициентов выявлено 5), количество неизвестных коэффициентов характеристик узлов (x_n) было уменьшено на их число и составило $N = 8$, $\bar{x}_n = (\eta_r, \varphi_c, \mu_c, \eta_k^*, \eta_T^*, A_r, a_{kc}, \eta_m)$. Количество неизвестных параметров ГТД (N_m), в том числе критериев подобия и безразмерных параметров π_k^* и π_T^* определяющих режимы работы узлов, составило $M = 32$. Таким образом, при количестве определяющих уравнений $L = 37$, количество в них неизвестных параметров и коэффициентов характеристик узлов составляет $N + M = 8 + 32 = 40$, т. е. количество неизвестных на 3 единицы больше количества определяющих уравнений. Для замыкания системы уравнений обратной задачи в качестве априорно задаваемых величин коэффициентов ММ y_0 из числа x_n выбраны такие, величины которых при решении определяющих уравнений независимы друг от друга и постоянны в рассматриваемом эксплуатационном диапазоне работы ГТД. К ним относятся приведенный расход газа че-

рез критическое сечение соплового аппарата турбины, механический КПД и коэффициент в уравнении $\sigma_{\text{кк}} = 1 - a_{\text{кк}} \lambda_{\text{кк}}^2$, т. е. $\bar{y}_{j0} = (A_{\text{т}}, a_{\text{кк}}, \eta_{\text{м}})$, $J = 3$. В результате количество неизвестных x_i , определяемых в обратной задаче, составляет 5, $\bar{x}_i = (\eta_{\text{т}}, \varphi_{\text{с}}, \mu_{\text{с}}, \eta_{\text{к}}^*, \eta_{\text{т}}^*)$. При этом указанные неизвестные находятся при решении обратной задачи как функции от одной или двух переменных (от соответствующих критериев подобия или безразмерных параметров).

Следует отметить, что при идентификации ММ этого же ГТД одним из формализованных методов, например, с помощью метода наименьших квадратов [1], при прочих равных условиях количество неизвестных (коэффициентов характеристик узлов, определяемых с помощью задачи оптимизации) составило бы 8 вместо 3.

Поиск решения при проведении идентификации осуществлялся путем последовательного математического эксперимента, включающего решение обратной и прямой задач и задачи оптимизации. При проведении идентификации контроль степени обусловленности матрицы B системы нормальных уравнений (9) осуществлялся с помощью числа обусловленности Тюринга (N_T) [1].

Как показано в [1], при $N_T \leq (10^2 \dots 10^3)$ гарантируется сходимость процесса последовательных приближений. Анализ результатов проведенной идентификации ММ выполненного ГТД с помощью предлагаемого метода показал, что при первом варианте решения, когда в качестве уточняемых коэффициентов использовались $\bar{y}_{j0} = (A_{\text{т}}, a_{\text{кк}}, \eta_{\text{м}})$ (число Тюринга при этом было равно 1000), решение в первом приближении было неустойчивым (величины найденных неизвестных y_j выходили за пределы их реальных величин). Для получения устойчивого решения использовалась шаговая стратегия с движением путем итераций в направлении, полученном в предыдущем приближении [15]. При этом накладывались «жесткие» ограничения на диапазон изменения механического КПД. Процесс последовательных приближений был при этом сходящимся – величина суммы квадратов взвешенных остаточных невязок

$$H = \sum_{k=1}^K \sum_{z=1}^Z (\delta N_{kz})^2,$$

рассчитываемая после каждой итерации, уменьшалась по экспоненте. Величина H после трех приближений уменьшилась на 34%. Причиной неустойчивости решения при первом

варианте выбора неизвестных y_j являлся неправильный выбор в качестве одного из параметров этого вектора – механического КПД, который имеет близкий к минус единице коэффициент корреляции с КПД турбины и нулевые коэффициенты влияния на коэффициент полноты сгорания в камере сгорания и на коэффициенты расхода и скорости реактивного сопла. Как показал анализ, определитель матрицы B при таком задании исходных данных очень мал ($\det B \approx 1$), что приводит к плохой обусловленности матрицы B и неустойчивости решения. При втором варианте решения, когда в качестве уточняемых коэффициентов ММ использовались $\bar{y}_{j0} = (A_{\text{т}}, a_{\text{кк}})$, порядок матрицы B уменьшался на единицу (величина механического КПД принималась постоянной и равной расчетной). В этом случае уже при выполнении первого приближения обеспечивалось устойчивое решение, при котором найденные новые значения величин коэффициентов $A_{\text{т}}, a_{\text{кк}}$ не выходили за пределы их возможного диапазона изменения и обеспечивали существенное снижение остаточных невязок между измеренными и расчетными выходными параметрами ГТД. При этом величина определителя $\det B$ увеличилась на два порядка, а число Тюринга N_T составляло 450. При втором варианте выбора членов вектора $\bar{y}_{j0} = (A_{\text{т}}, a_{\text{кк}})$ поиск решения осуществлялся при двух различных начальных значениях параметров $A_{\text{т}}, a_{\text{кк}}$. При изменении начальных значений y_{j0} результат решения уже при первом приближении попадал в одну и ту же зону величин искомых параметров $A_{\text{т}}, a_{\text{кк}}$ и остаточных невязок H , полученных в предыдущих вариантах.

Во всех рассмотренных выше вариантах решения свидетельством его нахождения было попадание в зону минимальных невязок и изменение направления поиска в последнем шаге по сравнению со всеми предыдущими. Это обусловлено попаданием в область так называемых не улучшаемых решений, когда величины остаточных невязок по величинам выходных параметров ГТД становятся близкими к погрешностям измерения этих параметров. Как указывается в [15], стремление получить более точное значение причинной характеристики (в данном случае δy_j и, соответственно, значение y_j), отвечающей особенностям полученных экспериментальных данных, ведет к неустойчивости решения. Изменение величин остаточных невязок и величин априорно задаваемых

коэффициентов $\bar{y}_{j0} = (A_r, a_{kc})$ в процессе последовательных итерационных шагов при проведении идентификации показано на рис. 2.

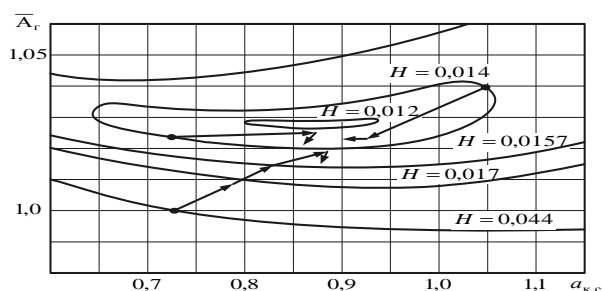


Рис. 2. Результаты поиска решения при идентификации ММ ГТД

После проведения идентификации и повторного расчета по прямой задаче с помощью уточненной ММ ГТД средние абсолютные величины невязок по таким параметрам как тяга, расход топлива, полное давление за компрессором и полное давление за турбиной в исследуемом эксплуатационном диапазоне работы ГТД уменьшились в 2...3 раза (с 1,6...3,6% до 0,6...1,2%). В меньшей степени изменились невязки по таким параметрам как расход воздуха через ГТД и заторможенная температура воздуха за компрессором, средние величины невязок по которым после идентификации составили соответственно 1,5% и 0,3%.

Кроме идентификации ММ выполненного ГТД проведены численные эксперименты по оценке влияния величин весов измерений, влияния погрешностей измерения выходных параметров, величин априорно задаваемых коэффициентов y_{j0} на результаты идентификации. Для проведения численных экспериментов измеренные выходные параметры принимались равными их величинам, полученным при расчете прямой задачи с использованием идентифицированной ММ ГТД. В качестве первого приближения расчетных значений выходных параметров принимались их величины, полученные при решении прямой задачи с использованием ММ ГТД, «искаженной» сравнению с идентифицированной ММ выполненного ГТД. Установлено незначительное влияние на результат идентификации изменения величин весов измерения P_k выходных параметров ГТД и случайных «шумов» (случайных погрешностей), наложенных на величины измеренных выходных параметров ГТД. Установлено, что использование обратной термогазодинамической задачи в алгоритме идентификации позволяет уже на первом этапе поиска решения вы-

являть неправильно выбранные начальные приближения величин априорно задаваемых коэффициентов y_{j0} , противоречащих физическому смыслу, и на этой основе существенно сужать область начальных приближений величин априорно задаваемых коэффициентов. Проведение задачи идентификации ММ ГТД при выборе начальных приближений величин y_{j0} в различных крайних точках откорректированной области их поиска показало устойчивость и однозначность решения.

ВЫВОДЫ

1. Разработан метод параметрической идентификации ММ ГТД на установившихся режимах работы, который, по сравнению с существующими формализованными методами, позволяет (за счет введения в процедуру идентификации обратной термогазодинамической задачи и учета при решении задачи идентификации корреляционных связей между уточняемыми коэффициентами характеристик узлов ГТД) сократить количество неизвестных коэффициентов (параметров характеристик узлов), определяемых при решении задачи оптимизации, уточнять характеристики узлов ГТД в нелинейной постановке как функции нескольких переменных, повысить физическую обоснованность получаемых решений.

2. Метод имеет достаточно высокую эффективность с позиций обеспечения после идентификации сходимости между экспериментально измеренными и расчетными параметрами ГТД.

УСЛОВНЫЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ И ИНДЕКСЫ

P – сила тяги, вес измерения p – давление, T – температура, G – массовый расход, n – частота вращения ротора, η – КПД, ϕ – коэффициент скорости, μ – коэффициент расхода, A – приведенный расход, σ – коэффициент восстановления полного давления, $г$ – горение, газ, $с$ – сопло, $к$ – компрессор, $т$ – турбина, топливо, $кс$ – камера сгорания, $м$ – механический, $экс$ – экспериментальный, $расч$ – расчетный, * – параметры заторможенного потока.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Тунаков А. П. Методы оптимизации при доводке и проектировании газотурбинных двигателей. М.: Машиностроение, 1979. 184 с.
2. Согласование моделей ТРД с результатами эксперимента при ограниченном его объеме / А. М. Ахмедзянов [и др.] // Испытания авиационных двигателей: Межвуз. науч. сб. Уфа, 1978. № 6. С. 13–19.

3. **Курлыков В. А., Ахмедзянов А. М.** Идентификация математических моделей авиационных ГТД с использованием методов нелинейной оптимизации // Испытания авиационных двигателей: Межвуз. науч. сб. Уфа, 1979. № 7. С. 85–89.
4. **Боровик В. О., Таран Е. М.** Анализ результатов испытаний ГТД с использованием математических моделей и методов математической статистики // Испытания авиационных двигателей: Межвуз. науч. сб. Уфа, 1978. № 6. С. 3–12.
5. **Литвинов Ю. А., Боровик В. О.** Характеристики и эксплуатационные свойства авиационных турбореактивных двигателей. М.: Машиностроение, 1979. 288 с.
6. Опыт и проблемы компьютеризированного термогазодинамического анализа результатов испытаний газотурбинных двигателей сложных схем / С. К. Бочкарев [и др.] // Изв. вузов. Авиационная техника. 1993. № 2. С. 68–70.
7. **Хусточка А. Н.** Применение теории нечетких множеств при идентификации математических моделей ГТД // Вестник двигателестроения: науч. техн. журн. Запорожье, 2004. № 2. С. 96–99.
8. **Тихонов А. Н., Арсенин В. Я.** Методы решения некорректных задач. М.: Наука, 1979. 288 с.
9. **Щиголев Б. М.** Математическая обработка наблюдений. М.: Наука, 1969. 344 с.
10. **Кофман В. М.** Методика уточнения характеристик узлов ГТД по результатам испытаний // Измерение, обработка и анализ информации при доводке, серийном производстве и эксплуатации авиационных ГТД: тез. докл. межотрасл. конф. М.: ЦИАМ, 1979. С. 26–29.
11. **Kofman V. M.** Method of parametric identification of mathematical models of gas-turbine engines // Inverse Problems: Identification, Design and Control: Transactions of the 5 International conference. M., 2007. 10 с.
12. **Кофман В. М.** Метод параметрической идентификации математических моделей газотурбинных двигателей // Аэрокосмическая техника и высокие технологии-2007: Тр. X Всероссийск. науч.-техн. конф. Пермь. 2007. С.147–148.
13. **Кофман В. М.** Метод параметрической идентификации математических моделей газотурбинных двигателей // Наука и технологии: тез. докл. XXVIII Российск. шк., Миасс.: 2008. С 49–51.
14. **Кофман В. М.** Метод параметрической идентификации математических моделей газотурбинных двигателей // Наука и технологии: Тр. XXVIII Российск. шк. Т. 2. М.: РАН 2008. С. 72–84.
15. **Алифанов О. М.** Идентификация процессов теплообмена летательных аппаратов. М.: Машиностроение, 1979. 216 с.
16. ОСТ 1 01021-93 Стенды испытательные авиационных газотурбинных двигателей. Общие требования. 18 с.

ОБ АВТОРЕ



Кофман Вячеслав Монсеевич, доц. каф. авиац. теплотехники и теплоэнергетики. Дипл. инж.-мех. по авиац. двигателям (УГАТУ, 1970). Канд. техн. наук (УГАТУ, 1983). Иссл. в обл. идентификации и мат. моделир. ГТД.