

УДК 519.8

Г.К. АГЕЕВ

ВЫБОР ВИДА РЕГРЕССИОННОЙ МОДЕЛИ ПРИ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОМ ИССЛЕДОВАНИИ ДИНАМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ АВИАЦИОННЫХ ГТД

Рассматривается задача выбора вида регрессионной модели при исследовании динамических процессов ГТД – способа учета времени в регрессионной модели. Исследование проведено на примере планов первого, второго и третьего порядков, широко используемых в теории планирования эксперимента. Показано, что более эффективными, в плане временных затрат и объема эксперимента, являются многофакторные модели, в которых в качестве зависимой переменной рассматривается скорость изменения выходного параметра исследуемого динамического процесса ГТД. *Планирование эксперимента ; регрессионная модель ; динамический процесс ; критерии оптимальности плана эксперимента ; полный и дробный факторные эксперименты ; ортогональный и ротатабельный планы эксперимента ; эффективность плана*

Практический опыт показывает, что применение методов запланированного эксперимента позволяет повысить эффективность экспериментального исследования при создании новых и совершенствовании существующих авиационных ГТД. Особенно значителен эффект при исследовании сложных многофакторных динамических процессов (переходные термогазодинамические процессы; процессы накопления повреждаемости элементами узлов ГТД и другие процессы с изменяющимися во времени характеристиками).

В обширной литературе по планированию эксперимента основное внимание уделяется исследованию статических процессов и в значительно меньшей степени исследованию по планированию фактора времени при моделировании динамических процессов [1]. Во многом это объясняется тем, что наличие в моделях исследуемых процессов фактора времени существенно усложняет процесс выбора оптимального плана эксперимента. Фактически задача планирования эксперимента при исследовании динамических процессов представляет собой задачу построения математической модели реального динамического объекта (процесса) методами активной идентификации, предполагающими подачу на вход изучаемого процесса специального тестирующего сигнала. Результаты идентификации, характеризуемые статистическими

свойствами модели, полученной с помощью заданного метода оценивания (максимального правдоподобия, наименьших квадратов и др.), существенно зависят от структуры и параметров тестирующего сигнала, что представляет собой наиболее сложную часть общей задачи активной идентификации динамических процессов. Статистические свойства модели зависят также от моментов регистрации выходной координаты исследуемого процесса относительно начала активного эксперимента идентификации.

Задача моделирования динамического процесса решается с учетом различных критериев оптимальности, используемых в теории оптимального эксперимента: критериев A , D , G и Q – оптимальности и др. При этом принципиально возможны несколько вариантов планирования эксперимента, когда:

- время используется в качестве отдельного фактора и принимает различные значения в разных опытах эксперимента (вариант I);
- время во всех опытах эксперимента поддерживается одинаковым, а его значение выбирается в зависимости от условий проводимого исследования (вариант II);
- время выбирается в зависимости от изменения выходного параметра Y в эксперименте (вариант III);
- время совпадает с длительностью испытаний до разрушения или наступления параметрического отказа (вариант IV, характерный при решении задач по исследованию прочностной

надежности ГТД).

При отсутствии информации о виде модели исследуемого динамического процесса на практике часто применяются планы первого порядка и композиционные планы второго порядка, в качестве моделей для варианта I рассматриваются полиномы вида:

$$y = a_0 + \sum_{i=0}^n a_i R_i + a_\tau \tau + \sum_{i,j=1}^n a_{ij} R_i R_j + \sum_{i=1}^n a_{\tau i} R_i \tau + \sum_{i=1}^n a_{ii} R_i^2 + a_{\tau\tau} \tau^2, \quad (1)$$

где a_i – коэффициенты модели; R_i – независимые факторы исследуемого процесса; τ – время.

При этом длительность опытов в эксперименте является переменной величиной $T = \sum_i \tau_{оп.i}$ (где $\tau_{оп.i}$ – длительность i -го опыта;

T – общая длительность эксперимента).

В варианте II фактор времени исключается из правой части регрессионной модели (1) и в качестве выходной величины исследуемого процесса рассматривается скорость изменения параметра:

$$\frac{\partial y}{\partial \tau} = \sum_{i=0}^n a_i R_i + \sum_{i,j=1}^n a_{ij} R_i R_j + \sum_{i=1}^n a_{ii} R_i^2, \quad (2)$$

$\tau_{оп.i} = idem; \quad T = N\tau_{оп.}$

В работе было проведено сравнение эффективности вариантов планирования эксперимента I и II по показателям длительности эксперимента и количества затрачиваемых на эксперимент опытов. Когда время включено в план эксперимента как независимый фактор и максимальная длительность в каждом опыте плана не превышает t единиц, то расчет общей длительности эксперимента проводится следующим образом. Для реализации полного факторного эксперимента (ПФЭ) типа 2^k необходимо проведение $N = 2^k + n_0$ опытов (где n_0 – число параллельных опытов в нулевой точке плана; k – количество факторов). Для ПФЭ размерности «3» необходимо проведение $N = 2^3 + 1 = 9$ опытов. Данный план требует проведения четырех опытов, в которых фактор времени находится на уровне «-1», четырех опытов, в которых фактор времени находится на уровне «+1», и одного опыта, в котором фактор времени находится на уровне «0». Полагая, что на опыт с уровнем времени «+1» расходуется t единиц времени, а на опыт с уровнем времени «-1» нуль единиц времени, получаем, что для опыта с уровнем времени «0» требуется $0,5t$ единиц времени. Отсю-

да общая длительность эксперимента составит:

$$T = 0 \cdot 4t + 4t + 0,5t = 4,5t. \quad (3)$$

Для реализации композиционного ротатбельного плана 2-го порядка размерности «3» необходимо проведение 20 опытов. Следует отметить, что свойство ротатбельности достигается благодаря специальному планированию информационной матрицы, т. е. выбору определенной величины «звездного» плеча и количества экспериментов в центре плана. Данный план требует проведения:

- четырех опытов, в которых фактор времени находится на уровне «-1»;
- четырех опытов, в которых фактор времени находится на уровне «+1»;
- десяти опытов, в которых фактор времени находится на уровне «0»;
- опытов, в которых фактор времени находится соответственно на уровнях «+1,682» и «-1,682».

Полагая, что на опыт с уровнем времени «+1,682» расходуется t единиц времени, а на опыт с уровнем времени «-1,682» нуль единиц времени, получаем, что для опыта с уровнем времени «0» требуется $0,5t$ единиц времени, для опыта с уровнем времени «-1» требуется $0,2t$ единиц времени, а для опыта с уровнем времени «+1» требуется $0,8t$ единиц времени. Отсюда общая длительность эксперимента составит:

$$T = 4 \cdot 0,8t + 4 \cdot 0,2t + 10 \cdot 0,5t + t = 10t. \quad (4)$$

Аналогичным образом определяется длительность эксперимента для других планов с любым числом факторов. Эффективность плана для исследования динамических процессов можно оценивать двумя показателями:

- выигрышем по длительности эксперимента

$$\Theta_\tau = \frac{T_\Sigma}{T_{\Sigma\tau}} \cdot 100\%; \quad (5)$$

- проигрышем по количеству опытов

$$\Theta_N = \left[\frac{N_{\Sigma\tau}}{N_\Sigma} \cdot 100\% \right] \cdot 100\%, \quad (6)$$

где T_Σ – общая длительность эксперимента, когда время постоянно для каждого режима; $T_{\Sigma\tau}$ – общая длительность эксперимента, когда время включено как фактор; N_Σ – количество опытов в эксперименте, когда время постоянно для каждого режима; $N_{\Sigma\tau}$ – количество опытов в эксперименте, когда время включено как фактор.

Проведенное в данной работе исследование для планов 1-го порядка показало (таблица, рис. 1 и 2), что длительность эксперимента, по сравнению со случаем, когда время не включено в план эксперимента, сокращается в среднем на 6%, а количество потребных опытов в эксперименте увеличивается в среднем на 95%.

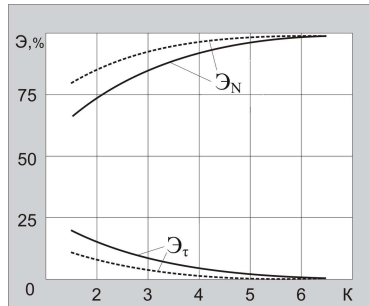


Рис. 1. Влияние количества факторов K в регрессионной модели на эффективность планов эксперимента 1-го порядка: – ПФЭ, — – ДФЭ

Максимальное сокращение длительности эксперимента (20%) и минимальное увеличение количества потребных опытов (66%) имеет ДФЭ для числа факторов $k = 2$. Однако уже при $k = 7$ сокращение длительности эксперимента составляет всего 0,7%, а количество потребных опытов увеличивается на 99%, т. е. \approx в 2 раза.

Таким образом, сокращение длительности эксперимента на 1% влечет за собой увеличение количества опытов на 15%. Этот вывод хорошо согласуется с известным положением теории надежности о том, что для сокращения длительности испытаний изделий на надежность необходимо увеличивать число испытываемых изделий и наоборот. Для планов второго порядка выигрыш во времени с увеличением числа факторов уменьшается, а проигрыш по количеству опытов увеличивается. Так, для ортогонального плана при $k = 2$ длительность эксперимента сокращается на 20%, при $k = 7$ это сокращение составляет всего 4,7%, а проигрыш по количеству опытов при $k = 2$ составляет 66,6% (при $k = 7$ он достигает 91%). Все это указывает на то, что при исследовании динамических процессов предпочтительнее рассматривать регрессионные модели, в которых выходным параметром является скорость изменения выходного параметра исследуемого процесса.

Апробация результатов исследования проводилась на примере исследования процесса износа щеток генератора ГС12ТО, устанавливаемого на одновальном авиационном газотурбинном двигателе. Износ щеток ведет к сниже-

нию мощности генератора и, как следствие, к отказу двигателя по причине его незапуска. Материал щеток графит марки МГС-7.

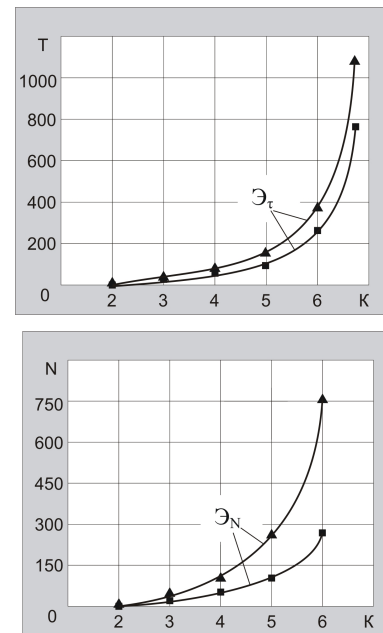


Рис. 2. Влияние количества факторов K в регрессионной модели на эффективность планов эксперимента 3-го порядка: Δ – время включено как фактор; \square – время постоянно в каждом опыте

Износ щеток Δh зависит от многих факторов: шероховатости, удельной нагрузки, площади контакта, вибрации, биения, силы тока, температуры, частоты вращения и влажности воздуха. В данном исследовании, с учетом реальных возможностей испытательного оборудования, в качестве варьируемых параметров рассматривались:

- удельное давление в контакте (P), регулируемое площадью контакта (S);
- ток нагрузки (I), регулируемый нагрузкой генератора (N):

$$\frac{\Delta h}{\Delta \tau} = f(P, I) = f(S, N). \quad (7)$$

Время во всех опытах эксперимента выдерживалось одинаковым, а его значение выбиралось в зависимости от условий проводимого исследования (вариант II). Поскольку вид функционала f априори был неизвестен, то, учитывая нелинейную зависимость износа от перечисленных факторов, в качестве регрессионной модели рассматривался полином второго порядка:

$$\Delta h = a_0 + a_1 S + a_2 N + a_3 \tau + a_{12} SN + a_{13} S\tau + a_{23} N\tau + a_4 S^2 + a_5 N^2 + a_6 \tau^2, \quad (8)$$

Наименование плана	Число факторов	Общая длительность эксперимента, T		Количество опытов в эксперименте N	
		Время включено как фактор	Время постоянно в каждом опыте	Время включено как фактор	Время постоянно в каждом опыте
Планы первого порядка					
ПФЭ	2	4,5 (11 %)	5	9(80 %)	5
ДФЭ		2,5(20 %)	3	5(66 %)	3
ПФЭ	3	8,5 (6 %)	9	17(88 %)	9
ДФЭ		4,5(11 %)	5	9(80 %)	5
ПФЭ	4	16,5 (3 %)	17	33(94 %)	17
ДФЭ		8,5(6 %)	9	17(88 %)	9
ПФЭ	5	32,5 (1,5 %)	33	65(96 %)	33
ДФЭ		16,5(3 %)	17	33(94 %)	17
ПФЭ	6	64,5 (0,7 %)	65	129(98 %)	65
ДФЭ		32,5(1,5 %)	33	65(96 %)	33
ПФЭ	7	128,5 (0,3 %)	129	257(99 %)	129
ДФЭ		64,5(0,7 %)	65	129(98 %)	65
Планы второго порядка					
Ортогональный	2	7,5 (20 %)	9	15 (66,6 %)	9
Ротатабельный		10,0 (30 %)	13	20 (53,8 %)	13
Ортогональный	3	12,5 (20 %)	15	25 (66,6 %)	15
Ротатабельный		15,5 (29 %)	20	31 (55 %)	20
Ортогональный	4	21,5 (16,2 %)	25	43 (72 %)	25
Ротатабельный		26,0 (19,2 %)	31	52 (67,7 %)	31
Ортогональный	5	38,5 (11,8 %)	43	77 (80 %)	43
Ротатабельный		45,5 (14,7 %)	52	91 (75 %)	52
Ортогональный	6	71,5 (7,7 %)	77	143 (85,8 %)	77
Ротатабельный		81,5 (11,6 %)	91	163 (80 %)	91
Ортогональный	7	136,5 (4,7 %)	143	273 (90,9 %)	143
Ротатабельный		136,5 (19 %)	163	273 (67,4 %)	163
Планы третьего порядка					
ПФЭ	2	4,5	3	9	3
ПФЭ	3	13,5	9	27	9
ПФЭ	4	40,5	27	81	27
ПФЭ	5	121,5	81	243	81
ПФЭ	6	364,5	243	729	243
ПФЭ	7	1093,5	729	2187	729

Примечание: ДФЭ – дробный факторный эксперимент.

где a_0, a_1, \dots, a_6 – коэффициенты регрессионной модели. Оптимизация плана эксперимента проводилась с учетом D -критерия оптимальности. Обработкой данных эксперимента были определены константы модели (8):

$$a_0 = -0,274; a_1 = -4,959 \cdot 10^{-4}; a_2 = 0,1275; a_3 = 0,02586; a_{12} = -1,4618 \cdot 10^{-3}; a_{13} = -1,9866 \cdot 10^{-3}; a_{23} = 2,5447 \cdot 10^{-3}; a_4 = -6,1513 \cdot 10^{-3}; a_5 = -8,2223 \cdot 10^{-3}; a_6 = 1,2766 \cdot 10^{-3}.$$

Проверка модели по критерию Фишера подтвердила ее адекватность.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Гишваров, А. С.** Многокритериальное планирование эксперимента при исследовании технических систем / А. С. Гишваров. Уфа : Гилем, 2006. 328 с.

ОБ АВТОРЕ



Агеев Георгий Константинович, асп. каф. авиац. двигателей. Дипл. инж.-мех. по техн. эксплуат. ЛА и Д (УГАТУ, 2007).