СИСТЕМНЫЙ АНАЛИЗ, УПРАВЛЕНИЕ И ОБРАБОТКА ИНФОРМАЦИИ

УДК 681.51

В. И. ПЕТУНИН

ЭКВИВАЛЕНТНЫЕ СТРУКТУРЫ АЛГЕБРАИЧЕСКОГО СЕЛЕКТОРА НА ОСНОВЕ НЕПРЕРЫВНОЙ ЛОГИКИ

Рассматриваются особенности математического описания алгебраического селектора каналов в САУ газотурбинных двигателей. Показано, что алгебраический селектор может быть представлен относительно разностей своих входных сигналов в виде эквивалентных нелинейных структур. Это позволяет аналитически исследовать многосвязные системы управления с алгебраическим селектором на режимах переключения каналов. *Селектор ; минимальный сигнал ; максимальный сигнал ; структурная схема ; модуль ; ключ ; нелинейная система ; система автоматического управления*

СТРУКТУРНАЯ СХЕМА САУ ГТД С СЕЛЕКТОРОМ КАНАЛОВ

Анализ и синтез линейных многосвязных САУ объектами, для которых число управляющих воздействий r равно числу управляемых координат q, как известно, могут быть проведены с помощью аппарата матричной алгебры. Однако для большинства объектов управления, например, для газотурбинных двигателей, $r < q$ и в системах управления такими многомерными объектами (рис. 1) могут быть использованы селекторы, замыкающие каналы управления различными выходными координатами объекта по определенному признаку [1, 2]. Обычно применяется принцип селектирования, согласно которому регулируется параметр объекта управления, наиболее приблизившийся к величине, определяемой программой регулирования. Такое селектирование реализуется с помощью алгебраических селекторов (АС).

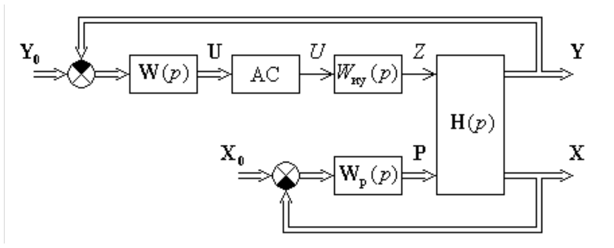


Рис. 1. Структурная схема многосвязной САУ ГТД с АС

Наличие такого переключающего элемента обуславливает переменную структуру САУ и не позволяет рассматривать ее как линейную.

Структурная схема АС представлена на рис. 2, где

$$U = \max\{U_1, U_2, ..., U_m\} \qquad (1)$$

для АС максимального сигнала и

$$U = \min\{U_1, U_2, ..., U_m\} \qquad (2)$$

для АС минимального сигнала; U_i – входные сигналы селектора ($i = 1, 2, ..., m$); U – выходной сигнал селектора; m – число селектируемых сигналов.

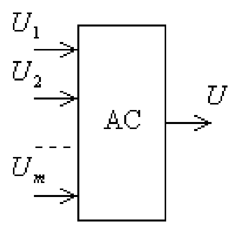


Рис. 2. Структурная схема АС

1. МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ АС

Согласно непрерывной или бесконечнозначной логике [3, 4] операции получения максимального сигнала соответствует операция дизъюнкции, а операции получения минимального сигнала – операция конъюнкции. Следовательно,

$$U = \max\{U_1, U_2, ..., U_m\} = \\ = U_1 \vee U_2 \vee ... \vee U_m = \bigvee_{i=1}^{m} U_i; \qquad (3)$$

Контактная информация: (347)273-06-88

$$U = \min\{U_1, U_2, ..., U_m\} = \\ = U_1 \wedge U_2 \wedge ... \wedge U_m = \bigwedge_{i=1}^{m} U_i. \quad (4)$$

Непрерывная логика позволяет представить операции дизъюнкции и конъюнкции в терминах алгебраических операций. При этом привлекаются операции выделения модуля величины и единичные функции. Дизъюнкция и конъюнкция двух величин в общем виде могут быть выражены следующим образом:

$$U = \max\{U_1, U_2\} = U_1 \vee U_2 = \\ = \frac{1}{2}(U_1 + U_2 + |U_1 - U_2|) = \\ = U_1 I(U_1 - U_2) + U_2 I(U_2 - U_1); \quad (5)$$

$$U = \min\{U_1, U_2\} = U_1 \wedge U_2 = \\ = \frac{1}{2}(U_1 + U_2 - |U_1 - U_2|) = \\ = U_1 I(U_2 - U_1) + U_2 I(U_1 - U_2), \quad (6)$$

где $|X|$ – модуль величины X;

$I(X) = \begin{cases} 1 & \text{при} \quad X \geq 0 \\ 0 & \text{при} \quad X < 0 \end{cases}$ – единичная функция.

Единичная функция в свою очередь может быть выражена через другие алгебраические операции или в терминах непрерывной логики

$$I(X) = \frac{1 + \text{sign} X}{2} = \frac{X + |X|}{2X} = \frac{X}{|X|} \vee 0, \\ (X \neq 0). \quad (7)$$

Если логическая операция совершается не над двумя переменными, а над m переменными $U_1, U_2, ..., U_m$, то представление такой многоместной операции непрерывной логики через алгебраические операции получают, используя последовательное объединение переменных по два и применяя на каждом шаге формулы (5), (6).

Например, при m – четном числе, алгебраические формулы для такой многократной операции, выраженные через модули, имеют вид

$$U = \bigvee_{i=1}^{m} U_i = \bigvee_{i=1}^{m/2} \frac{1}{2}(U_{2i-1} + U_{2i} + |U_{2i-1} - U_{2i}|);$$

$$U = \bigwedge_{i=1}^{m} U_i = \bigwedge_{i=1}^{m/2} \frac{1}{2}(U_{2i-1} + U_{2i} - |U_{2i-1} - U_{2i}|).$$

Если продолжать выполнять ту же операцию над выбранными для каждой пары значениями, то в конце концов можно избавиться от логического знака и получить формулу в модулях, сложность которой, однако, будет резко возрастать при увеличении числа переменных m.

Разумеется, организовать попарный выбор можно и другими способами. В результате, например, получим:

$$U = \max\{U_1, U_2, U_3\} = \bigvee_{i=1}^{3} U_i = \\ = \frac{1}{4}(U_1 + U_2 + 2U_3 + A_1 + A_2); \quad (8)$$

$$U = \max\{U_1, U_2, U_3, U_4\} = \\ = \bigvee_{i=1}^{4} U_i = \frac{1}{8}(U_1 + U_2 + 2U_3 + \\ + 4U_4 + A_1 + A_2 + A_3), \quad (9)$$

где $A_1 = |U_1 - U_2|$;

$A_2 = |U_1 + U_2 - 2U_3 + A_1|$;

$A_3 = |U_1 + U_2 + 2U_3 - 4U_4 + A_1 + A_2|$,

или

$$U = \min\{U_1, U_2, U_3\} = \bigwedge_{i=1}^{3} U_i = \\ = \frac{1}{4}(U_1 + U_2 + 2U_3 - A_1 - A_2); \quad (10)$$

$$U = \min\{U_1, U_2, U_3, U_4\} = \\ = \bigwedge_{i=1}^{4} U_i = \frac{1}{8}(U_1 + U_2 + 2U_3 + \\ + 4U_4 - A_1 - A_2 - A_3), \quad (11)$$

где $A_1 = |U_1 - U_2|$;

$A_2 = |U_1 + U_2 - 2U_3 - A_1|$;

$A_3 = |U_1 + U_2 + 2U_3 + 4U_4 - A_1 - A_2|$.

Выражение многократной дизъюнкции и конъюнкции через единичные функции приводится к более простым формулам

$$U = \max\{U_1, U_2, ..., U_m\} = \\ = \bigvee_{i=1}^{m} U_i = \sum_{i=1}^{m} U_i \prod_{\substack{r=1 \\ r \neq i}}^{m} I(U_i - U_r); \quad (12)$$

$$U = \min\{U_1, U_2, ..., U_m\} = \\ = \bigwedge_{i=1}^{m} U_i = \sum_{i=1}^{m} U_i \prod_{\substack{r=1 \\ r \neq i}}^{m} I(U_r - U_i). \quad (13)$$

При этом функция $\prod_{\substack{r=1 \\ r \neq i}}^{m} I(U_i - U_r)$ является индикатором максимальности U_i, т. е.

$$\prod_{\substack{r=1 \\ r \neq i}}^{m} I(U_i - U_r) = \begin{cases} 1 & \text{при} \quad U_i = \bigvee_{s=1}^{m} U_s \\ 0 & \text{в противном случае,} \end{cases} \tag{14}$$

функция $\prod_{\substack{r=1 \\ r \neq i}}^{m} I(U_r - U_i)$ – индикатором минимальности U_i, т. е.

$$\prod_{\substack{r=1 \\ r \neq i}}^{m} I(U_r - U_i) = \begin{cases} 1 & \text{при} \quad U_i = \bigwedge_{s=1}^{m} U_s \\ 0 & \text{в противном случае.} \end{cases} \tag{15}$$

2. СТРУКТУРНЫЕ СХЕМЫ АС ДВУХ ВЕЛИЧИН

При математическом описании АС с использованием операций выделения модуля и единичных функций структурная схема АС (рис. 2) может быть преобразована. Рассмотрим это подробнее. Одним из основных режимов работы селектора в САУ является режим переключения с одного канала на другой. Для АС это происходит при выравнивании выходных сигналов замкнутого канала и одного из разомкнутых каналов и дальнейшим преобладанием сигнала разомкнутого канала с учетом логики работы АС. Таким образом, на режимах переключения можно рассматривать работу двух каналов, наиболее близких к селектированию.

Причем, важным информативным параметром для АС и, следовательно, для САУ является разность его входных сигналов, т. е. выходных сигналов селектируемых каналов [5]

$$\varepsilon_{ij} = U_i - U_j \,, \tag{16}$$

знак которой говорит о включении того или иного канала, а величина – о близости к моменту селектирования.

Относительно разности входных сигналов

$$\varepsilon = U_1 - U_2 \tag{17}$$

выражение, описывающее работу АС двух величин, преобразуется с использованием операции выделения модуля следующим образом:

$$\begin{aligned} U &= \begin{cases} U_1 & \text{при} \quad \mu U_1 > \mu U_2 \\ U_2 & \text{при} \quad \mu U_1 \le \mu U_2 \end{cases} = \\ &= \begin{cases} U_1 & \text{при} \quad \mu\varepsilon > 0 \\ U_2 & \text{при} \quad \mu\varepsilon \le 0 \end{cases} = \\ &= \frac{1}{2}(U_1 + U_2 + \mu\,|\,\varepsilon\,|), \end{aligned} \tag{18}$$

где $\mu = 1$ для селектора максимального сигнала; $\mu = -1$ для селектора минимального сигнала.

При использовании единичных функций получаем:

$$\begin{aligned} U &= \begin{cases} U_1 & \text{при} \quad \mu\varepsilon > 0 \\ U_2 & \text{при} \quad \mu\varepsilon \le 0 \end{cases} = \\ &= U_1 I(\mu\varepsilon) + U_2 I(-\mu\varepsilon) \end{aligned} \tag{19}$$

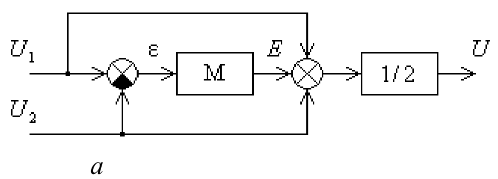
или с учетом того, что $I(X) + I(-X) = 1$

$$U = U_1 + (-\varepsilon) I(-\mu\varepsilon) \tag{20}$$

$$U = U_2 + (\varepsilon) I(\mu\varepsilon) \tag{21}$$

Следовательно, АС при $m = 2$ может быть представлен относительно разности входных сигналов ε в виде трех эквивалентных нелинейных структур на рис. 3, *а*; рис. 4, *а*; рис. 5, *а*, где $M(\varepsilon) = \mu\,|\,\varepsilon\,|$ – нелинейность типа «модуль»; $K_1(\varepsilon) = (-\varepsilon) I(-\mu\varepsilon)$, $K_2(\varepsilon) = \varepsilon I(\mu\varepsilon)$ – нелинейности типа «ключ».

Характеристики нелинейностей $M(\varepsilon)$, $K_1(\varepsilon)$ и $K_2(\varepsilon)$ при $\mu = 1$ изображены, соответственно, на рис. 3, *б*; рис. 4, *б*; рис. 5, *б*. Полученные структуры АС взаимосвязаны между собой на основе соотношения (7).



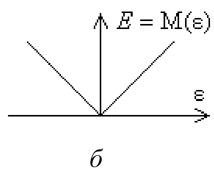


Рис. 3. Эквивалентная нелинейная структура АС: *а* – структурная схема селектора; *б* – нелинейность типа «модуль»

а *б*

Рис. 4. Эквивалентная нелинейная структура АС: *а* – структурная схема селектора; *б* – нелинейность типа «ключ»

а *б*

Рис. 5. Эквивалентная нелинейная структура АС: *а* – структурная схема селектора; *б* – нелинейность типа «ключ»

3. СТРУКТУРНЫЕ СХЕМЫ АС ТРЕХ И БОЛЕЕ ВЕЛИЧИН

Структурная схема АС трех сигналов (m=3) может быть представлена как последовательное соединение двух АС двух сигналов рис. 6 или с учетом симметричности входов в виде рис. 7.

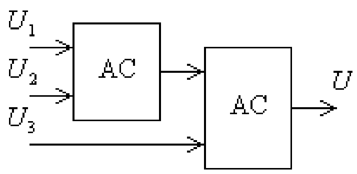


Рис. 6. Алгебраический селектор трех сигналов

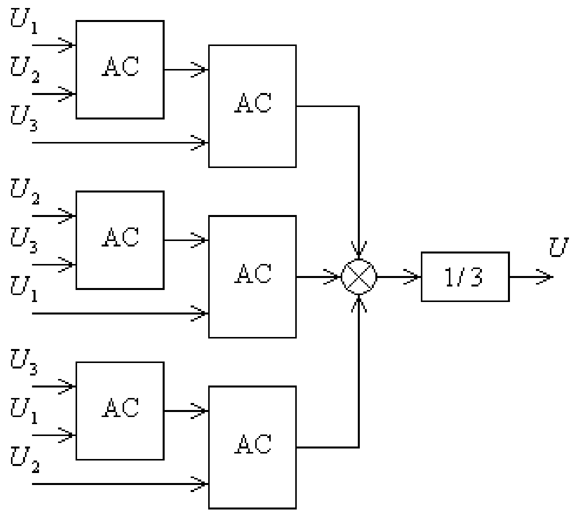


Рис. 7. Алгебраический селектор трех сигналов

Аналогичный принцип преобразования можно использовать и для АС большего числа сигналов.

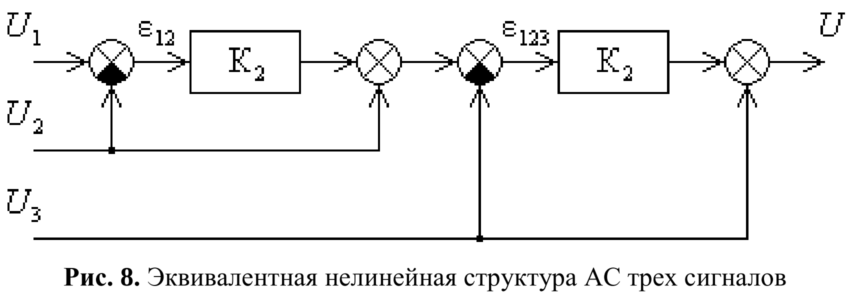


Рис. 8. Эквивалентная нелинейная структура АС трех сигналов

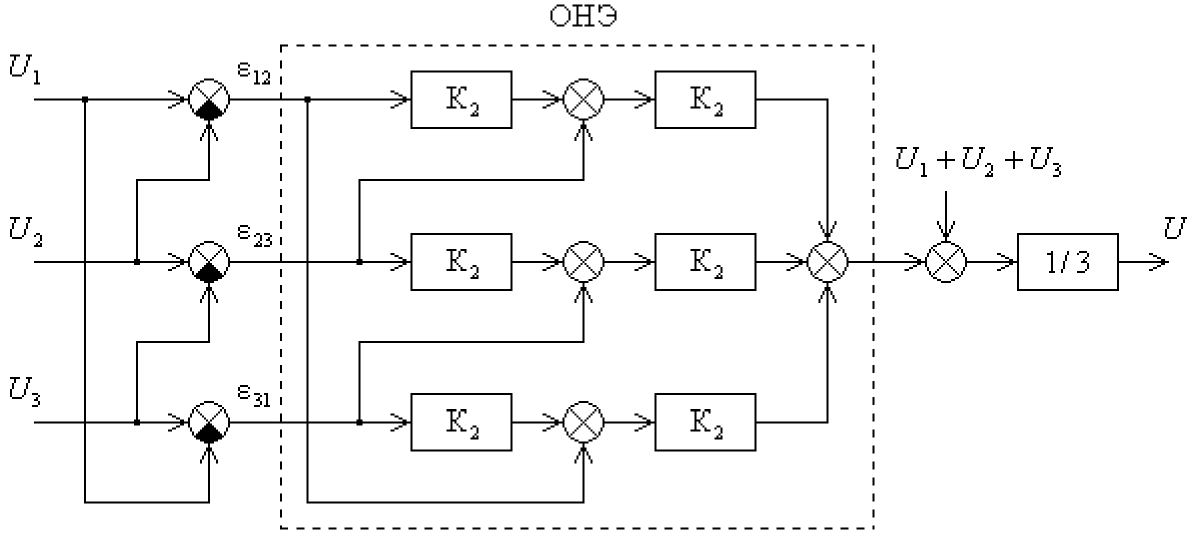


Рис. 9. Эквивалентная нелинейная структура АС трех сигналов

Эквивалентные структурные схемы такого АС, построенные с помощью нелинейности вида $K_2(\varepsilon)$, показаны, соответственно, на рис. 8 и рис. 9, где ОНЭ – обобщенный нелинейный элемент.

При этом в схеме АС, подобной рис. 6, используется $(m-1)$ АС двух сигналов, а в эквивалентной структуре, построенной на основе рис. 8, соответственно, $(m-1)$ нелинейность. Структура, приведенная на рис. 9, справедлива лишь при $m=3$, когда число параллельных АС, т.е. число сочетаний из m элементов по два $C_m^2 = m(m-1)/2$, равно числу входных сигналов АС – m.

4. СТРУКТУРНАЯ СХЕМА АС С ЛОГИЧЕСКИМ ВЫХОДОМ

На основании кусочно-линейного представления АС может быть построен алгебраический селектор с логическим выходом. Как было отмечено выше, при использовании единичных функций могут быть сформированы индикаторы максимальности (14) и минимальности (15) входных сигналов АС, которые могут рассматриваться в качестве выходного логического сигнала АС и определять канал, включаемый АС.Такой сигнал необходим, например, при динамической коррекции САУ с АС [6] или при использовании АС в сложных многоуровневых системах [6].

Структурная схема одного из вариантов АС согласно (21) при $m=2$ и $\mu=1$ с выходным логическим сигналом L представлена, например, на рис. 10, где нелинейность типа «ключ» получена в виде соединения множительного и релейного звеньев $K_2(\varepsilon)=\varepsilon I(\varepsilon)$. При этом

$$L=\begin{cases}1 & \text{при} \quad U=U_1\\ 0 & \text{при} \quad U=U_2\end{cases} \tag{22}$$

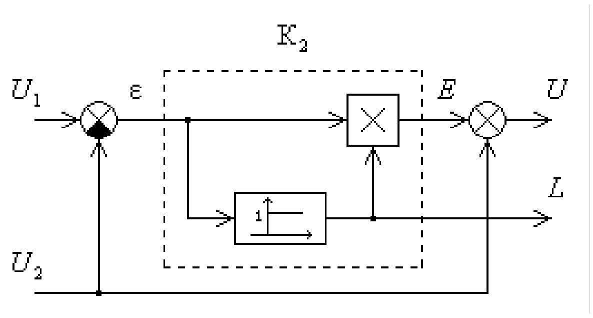


Рис. 10. Структурная схема АС с логическим выходом

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, на основе непрерывной логики АС может быть представлен относительно разностей своих входных сигналов в виде эквивалентных нелинейных структур, включающих в себя нелинейности типа «модуль» или «ключ».

Полученные структуры алгебраического селектора позволяют аналитически исследовать многосвязные системы управления с алгебраическим селектором произвольного порядка на режимах переключения селектируемых каналов с помощью эквивалентных одноканальных нелинейных систем [6].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Интегральные** системы автоматического управления силовыми установками самолетов / Под ред. А.А. Шевякова. М. : Машиностроение, 1983. 283 с.

2. **Ахметгалеев, И. И.** Об одном виде двумерных систем с переменной структурой / И. И. Ахметгалеев // Электронные узлы систем контроля и управления летательных аппаратов : Тр., вып. 51. Уфа : УАИ, 1974. С. 94–100.

3. **Гинзбург, С. А.** Математическая непрерывная логика и изображение функций / С. А. Гинзбург. М. : Энергия, 1968. 136 с.

4. **Левин, В. И.** Динамика логических устройств и систем / В. И. Левин. М. : Энергия, 1980. 224 с.

5. **Петунин, В. И.** Об одном методе структурных преобразований систем управления с идеальным алгебраическим селектором / В. И. Петунин // Управление сложными техническими системами : Межвуз. науч. сб. № 2. Уфа: УАИ, 1978. С. 67–72.

6. **Петунин, В. И.** Принципы построения логико-динамических систем автоматического управления газотурбинными двигателями / В. И. Петунин // Вестник УГАТУ. 2003. Т. 4, № 1. С. 78–87.

ОБ АВТОРЕ

Петунин Валерий Иванович, доц. каф. авиац. приборостроения. Дипл. инж.-электромех. по авиац. приборостроению (УАИ, 1970). Канд. техн. наук по сист. обработки инф. и управления (УГАТУ, 1999). Иссл. в обл. систем авт. управления ГТД, логико-дин. систем, адапт. и интел. систем.