Уфа : УГАТУ, 2008 Вестник УГАТУ • Управление, ВТ и И Т. 10, № 2 (27). С. 108–111

УДК 378.046:004.421

И. Б. МОРГУНОВ

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОПТИМАЛЬНОЙ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ РАСПОЛОЖЕНИЯ РАЗДЕЛОВ УЧЕБНЫХ ДИСЦИПЛИН СПЕЦИАЛЬНОСТИ

Обсуждаются вопросы распределения учебных единиц в течение периода обучения в контексте нахождения их оптимальной последовательности. Вводится понятие матрицы логических связей учебных единиц и соответствующего графа логических связей. Приводится алгоритм нахождения оптимальной последовательности. *Управление качеством* ; *учебная дисциплина* ; *оптимальная последовательность*

В настоящее время в учебных заведениях идет интенсивный процесс внедрения систем управления качеством. При разработке систем управления качеством в вузе основным направлением является определение требований к содержанию и структуре обучения. Разработка содержания и структуры обучения реализуется в учебных программах, учебных планах и последовательности изложения учебного материала.

Один из важных этапов организации учебного материала включает нахождение оптимальной последовательности расположения, например, учебных дисциплин и их разделов (учебных единиц), во времени периода обучения.

Для фиксации логических связей между различными учебными единицами вводится понятие матрицы логических связей учебных единиц и соответствующего графа логических связей [1].

Матрица логических связей произвольного числа n — учебных единиц, $B = (b_{ij})$, выражает число установленных логических взаимосвязей b_{ij} — между i и j учебными единицами $(i, j = \overline{1, n})$ [1].

Любое изучение учебных единиц во времени периода обучения задает некоторую последовательность учебных единиц $\pi = (i_1, i_2, \dots, i_k, \dots, i_n)$, где i_k — номер учебной единицы, занимающей в последовательности π, k-е слева место $(k = \overline{1, n})$ [2].

Алгоритм нахождения оптимальной последовательности π включает ряд этапов, которые рассматриваются ниже.

ЭТАП 1

Составление матрицы логических связей учебных единиц

$$B = (b_{ij})\,, \tag{1}$$

где b_{ij} — число установленных логических связей, идущих из базовой учебной единицы — i, в изучаемую учебную единицу — j.

ЭТАП 2

Определение объемов времени, отводимого на изучение учебных единиц. Объемы учебных единиц задаются вектором объемов T

$$T = (t_1, t_2, \dots, t_k, \dots, t_n)\,, \tag{2}$$

где t_k — объем в часах учебной единицы — k.

ЭТАП 3

Определение потенциальных чисел учебных единиц K_i (вершин графа)

$$K_i = \sum_{l=1}^{n} b_{il} - \sum_{p=1}^{n} b_{pi}\,, \tag{3}$$

где b_{il} и b_{pi} из (1), $i = \overline{1, n}$.

ЭТАП 4

Составление выражения для функции $F_1(\pi)$

$$F_1(\pi) = \sum_{i=1}^{n} (k_1 + k_2 + \ldots + k_i) t_i\,, \tag{4}$$

где t_i из (2), k_i из (3), $i = \overline{1,n}$.

Функция $F_1(\pi)$ выражает суммарное число разрывов логических связей между всеми учебными единицами за весь период обучения, с учетом продолжительности изучения каждой учебной единицы и с учетом отношений предшествования по логическим связям.

В этом случае, аналогично выражению (4), получаем следующую формулу для подсчета суммарного числа разрывов логических связей между всеми учебными единицами за весь период обучения

$$F_2(\pi) = \sum_{i=2}^{n} (k_1 + k_2 + \ldots + k_{i-1}) t_i \,, \qquad (5)$$

где t_i из (2); k_i из (3); $i = \overline{1,n}$.

Нахождение последовательности π, на которой достигается минимальное значение функций $F_1(\pi)$ (4) и $F_2(\pi)$ (5), излагается в работе [2] и заключается в следующем.

ЭТАП 5

Составляется кососимметричная матрица $A = (a_{ij})$, элементы которой определяются правилом:

$$a_{ij} = K_i \cdot t_j - K_j \cdot t_i \,, \qquad (6)$$

где t_i из (2), K_i из (3), $i, j = \overline{1,n}$.

В работе [2], доказано, что минимальное значение функций $F_1(\pi)$ (4) и $F_2(\pi)$ (5), и минимальное значение функции $S(\pi)$, определяемой правилом:

$$S(\pi) = \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^{n} a_{ij} \,, \qquad (7)$$

достигаются на одной и той же последовательности π.

Выражение (7) есть сумма элементов матрицы A (6), лежащих выше ее главной диагонали.

При этом номер вершины графа, отождествляется с номером места в последовательности π или с порядковым номером строки и столбца в матрице $A(6)$ [2].

Связь между функциями $F_1(\pi)$ (4) и $F_2(\pi)$ (5) и функцией $S(\pi)$ (7) приводится в работе [2] и устанавливается следующими выражениями:

$$2F_1(\pi) = S(\pi) + (C_1 + C_2) \,; \qquad (8)$$

$$2F_2(\pi) = S(\pi) + (C_1 - C_2) \,. \qquad (9)$$

Константы C_1 и C_2 определяются следующим образом:

$$C_1 = \sum_{i=1}^{n} k_i * \sum_{i=1}^{n} t_i \,, \qquad (10)$$

$$C_2 = \sum_{i=1}^{n} k_i * t_i \,, \qquad (11)$$

где t_i из (2), K_i из (3).

Определим сумму потенциальных чисел всех вершин графа логических связей, используя формулу (3).

$$\sum_{i=1}^{n} K_i = \sum_{i=1}^{n} \Big(\sum_{l=1}^{n} b_{il} - \sum_{p=1}^{n} b_{pi} \Big) = \\ = \sum_{i=1}^{n} \sum_{l=1}^{n} b_{il} - \sum_{i=1}^{n} \sum_{p=1}^{n} b_{pi} = 0 \,, \qquad (12)$$

так как каждая двойная сумма в формуле (12) есть сумма всех элементов матрицы логических связей учебных единиц B (1).

С учетом формулы (12), формула (10) принимает вид:

$$C_1 = 0 \,. \qquad (13)$$

Если все учебные единицы имеют одинаковые объемы, $t_i = C - \text{const}$, $i = \overline{1,n}$, то формула (11) с учетом формулы (12) принимает вид:

$$C_2 = C * \sum_{i=1}^{n} K_i = 0 \,. \qquad (14)$$

Итак, для случая произвольной матрицы логических связей учебных единиц B (1) выражения (8), (9) принимают вид:

$$2F_1(\pi) = S(\pi) + C_2 \,, \qquad (15)$$

$$2F_2(\pi) = S(\pi) - C_2 \,. \qquad (16)$$

В случае равных объемов всех учебных единиц выражения (15), (16) имеют вид:

$$2F_1(\pi) = S(\pi) \,, \qquad (17)$$

$$2F_2(\pi) = S(\pi) \,. \qquad (18)$$

ЭТАП 6

Определяются отношения предшествования по логическим связям между всеми парами вершин графа логических связей учебных единиц. Эти отношения определяются с помощью понятия прямого и обратного транзитивного замыкания. Прямое транзитивное замыкание $\widehat{\Gamma}_j$ вершины j есть множество тех вершин, в которые можно прийти по некоторому пути из вершины j. Обратным транзитным замыканием $\widehat{\Gamma}_j$ вершины j называется множество тех вершин графа, из которых существуют пути в вершину j [1, 3].

Выражение

$$L_j = \widehat{\Gamma}_j U \widehat{\Gamma}_j^-, \tag{19}$$

есть множество вершин графа, с которыми вершина j связана отношениями порядка предшествования по любому пути.

Обозначим множеств вершин графа через E.

Тогда выражение

$$E \backslash (\widehat{\Gamma}_j U j) \tag{20}$$

есть множество учебных единиц, с которыми учебная единица j не связана по исходящим логическим связям как непосредственно, так и через другие учебные единицы.

Выражение

$$E \backslash (\widehat{\Gamma}_j^- U j) \tag{21}$$

есть множество единиц, с которыми учебная единица j не связана по входящим логическим связям как непосредственно, так и через другие учебные единицы.

Выражение

$$Д_j = E \backslash (\widehat{\Gamma}_j U \widehat{\Gamma}_j^- U j) \tag{22}$$

есть множество тех учебных единиц, с которыми учебная единица j не связана логическими связями за весь период обучения.

Множество $Д_j$ показывает, с какими учебными единицами в процессе обучения может быть по времени переставлена учебная единица j без нарушения логических связей. Это свойство используется при поиске оптимальной последовательности π для функций $F_1(\pi)$ (4) и $F_2(\pi)$ (5).

Выражение (22) характеризует разобщенность связей данной учебной единицы с другими. Если просуммировать значение числа элементов $Д_j$ по всем n учебным единицам, то получим показатель разобщенности всех учебных единиц по логическим связям за весь период обучения по специальности (направлению).

Полная разобщенность n учебных единиц характеризуется числом $n(n-1)$.

Введем коэффициент заполнения матрицы логических связей учебных единиц специальности — $К_0$

$$К_0 = 1 - \frac{\sum\limits_{j=1}^{n} |Д_j|}{n(n-1)}, \tag{23}$$

где $|Д_j|$ — число элементов множества $Д_j$.

Коэффициент $К_0$ — характеризует структурную разобщенность всех учебных единиц по установленным логическим связям. Если $К_0 = 0$, то все учебные единицы изучаются независимо друг от друга, т. е. полностью разобщены. Если $К_0 = 1$, то ни одну учебную единицу нельзя переставить с другими учебными единицами без нарушения логических связей. Это случай полной однозначной упорядоченности учебных единиц, который дает единственную и оптимальную последовательность их изучения.

ЭТАП 7

На основании определения только прямого транзитивного замыкания $\overset{\wedge}{\Gamma}_j$, что достаточно в силу антисимметричности матрицы A (6), определяются все пары вершин графа логических связей учебных единиц, которые связаны отношением предшествования «$\longrightarrow$», как непосредственно, так и через другие вершины.

Элементы a_{ij} матрицы A (6), соответствующие всем таким парам вершин графа, будут расположены над главной диагональю матрицы A и суммарный вклад от этих элементов в значение выражения (7) будет постоянен при всех допустимых перестановках строк и столбцов матрицы A (6) или различных допустимых последовательностях π. Следовательно, оптимизация выражения (7) может быть достигнута только за счет элементов матрицы A (6), которым соответствуют пары вершин графа логических связей учебных единиц, не связанные отношениями предшествования по логическим связям как непосредственно, так и через другие учебные единицы.

По предлагаемой методике нахождения оптимальной последовательности π, в памяти ЭВМ или ПЭВМ требуется хранить только две матрицы типа A_1 или A_2. Одна матрица фиксирует предыдущий шаг вычислений, вторая служит для поиска последовательности π с меньшим, чем на предыдущем шаге, значением функции $S(\pi)$ (17, 18). Для этих вычислений используется понятие сдвигов лестничного типа строк и столбцов соответствующей матрицы. Число таких сдвигов лестничного типа определяет и число итераций различных матриц, что в итоге определяет объемы времени вычислений [2].

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В результате проведенного исследования установлено, что оптимизация последовательности изложения учебного материала позволяет улучшить качество его усвоения и тем самым повысить качество учебного процесса и качество подготовки учащихся.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Роменец, В. А.** Автоматизированная система проектирования содержания обучения по специальностям вузов : учеб.-метод. пособие / В. А. Роменец, И. Б. Моргунов, Т. В. Нерсесов. М. : Иссл. центр проблем качества подготовки специалистов, 2004. 148 с.
2. **Моргунов, И. Б.** Оптимизация некоторых задач упорядочения (на примере упорядочения учебного материала) : монография / И. Б. Моргунов. М. : Иссл. центр проблем качества подготовки специалистов, 2007. 228 с.
3. **Кофман, А.** Введение в прикладную комбинаторику / А. Кофман. М. : Наука, 1975. 479 с.

ОБ АВТОРЕ

Моргунов Иосиф Борисович, проф. каф. упр. кач. высш. обр-я Иссл. центра проблем кач. подг. спец. Канд. техн. наук, доц. Лауреат премии Президента РФ в обл. образования, почетный работник высшего профессионального образования.