Уфа : УГАТУ, 2007 Вестник УГАТУ • Управление, ВТ и И Т. 9, № 2 (20). С. 16–24

СИСТЕМНЫЙ АНАЛИЗ, УПРАВЛЕНИЕ И ОБРАБОТКА ИНФОРМАЦИИ

УДК 519.71

В. Н. ЕФАНОВ, Е. Р. МУХАМЕДШИН

СИНТЕЗ КООРДИНИРУЮЩЕГО УПРАВЛЕНИЯ В БОРТОВЫХ ИНФОРМАЦИОННО-УПРАВЛЯЮЩИХ СИСТЕМАХ С ИЕРАРХИЧЕСКОЙ СТРУКТУРОЙ

Предлагается синтез координирующего управления для расчетного режима работы бортовых информационно-управляющих систем. Предлагается решение задачи обеспечения желаемого качества координирующего управления не только на расчетном режиме работы системы, но и для заданного диапазона изменений её параметров – метод синтеза робастного координатора. Исследуется алгоритм функционирования координатора, предусматривающий формирование сильных координирующих воздействий, обеспечивающих перевод вектора переменных состояния подсистем нижнего уровня в заданную область за один такт управления. *Координирующее управление; робастный координатор; параметрическая неопределенность; иерархическая структура*

ВВЕДЕНИЕ

Анализ существующих подходов к интеграции подсистем управления летательным аппаратом и его силовой установкой [1] свидетельствует о том, что в качестве критериев согласования этих подсистем часто используются естественные показатели, отражающие совокупный результат работы всех узлов летательного аппарата. К числу таких показателей относятся маневренность, скороподъемность, тяга силовой установки и другие связанные с ними величины, характеризующие аэродинамические характеристики и эффективность термодинамического цикла силовой установки. В ряде исследований [2, 3] были сформулированы условия согласования локальных целей функционирования отдельных бортовых подсистем за счет координации их внутрисистемного взаимодействия.

Под координацией понимается, согласно [4], управление, цель которого состоит в согласовании процессов в разных элементах (подсистемах) объекта (системы) управления. Различают следующие виды координирующего управления:

- координация относительно задачи, решаемой в подсистеме верхнего уровня;
- координация относительно задач, решаемых в каждой из подсистем многоуровневой системы;
- координация относительно компромиссного значения целевых функций подсистем многоуровневой системы.

1. СОСТОЯНИЕ ВОПРОСА

В настоящее время в наибольшей степени исследованы подходы, связанные с разработкой методов горизонтальной координации, при которой в качестве цели управления выбираются так называемые регулируемые соотношения между переменными процесса управления. Подобная координация ориентирована прежде всего на управление распределенными объектами со слабосвязанными составными частями. В то же время системы авиационной автоматики относятся к сильносвязанным объектам со сложной динамикой и задача согласования в интегрированной среде требует в этом случае формирования командного уровня управления и организации вертикальной (иерархической) координации взаимодействующих между собой процессов. При этом в составе интегрированной системы выделяются два уровня управления.

Нижний уровень образуют подсистемы, предназначенные в соответствии с принципом функциональной децентрализации для управления основными параметрами траекторного движения летательного аппарата. Децентрализованная система нижнего уровня управления может быть представлена в виде определенной совокупности функционально обособленных подсистем, каждая из которых, обладая своим набором управляемых переменных, решает собственную локальную задачу управления. Целостность системы обусловлена наличием внутрисистемных взаимодействий. Задача согласования подобных взаимодействий возлагается на координатор — специальное устройство верхнего уровня управления.

2. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Исследуемый в данной работе алгоритм функционирования координатора предусматривает формирование сильных координирующих воздействий, обеспечивающих перевод вектора переменных состояния подсистем нижнего уровня в заданную область за один такт управления. Однако подобное существенное вмешательство в динамику процессов, протекающих в подсистемах управления, создает ряд проблем. К их числу относятся: сохранение качества координирующего управления в условиях параметрических и сигнальных возмущений, а также устранение противоречия между требованием отработки корректирующих воздействий и реальными возможностями подсистем управления, ограниченными запасами аэродинамической и газодинамической устойчивости, конечной скоростью перекладки исполнительных механизмов. Предлагаются пути решения перечисленных проблем, основанные на концепции построения многофункционального координатора, в состав которого входят разветвленные модели подсистем нижнего уровня.

3. МЕТОДИКА ИССЛЕДОВАНИЯ

Синтез координирующего управления для расчетного режима работы бортовых информационно-управляющих систем

Рассмотрим дискретную модель нижнего уровня управления в виде совокупности разностных уравнений

$$\begin{aligned} x(k+1) &= Hx(k) + Gg(k); \\ y(k) &= Cx(k), \end{aligned} \qquad (1)$$

где $\dim x\,(k) = n,\ \dim g\,(k) = n,\ \dim y\,(k) = l.$

Условия существования координирующего управления предусматривают, что вектор обобщенных выходных координат системы принадлежит к заданной области. Указанное требование позволяет выделить в дискретном пространстве состояний системы соответствующее множество $x^*(k)$ значений вектора переменных состояния

$$Cx^*(k) = y^*(k). \qquad (2)$$

Случай, когда $x(k) \in x^*(k)$ означает, что в системе протекают согласованные процессы, обеспечивающие оптимальные значения обобщенных координат. Если же $x(k) \notin x^*(k)$, то в силу (2) глобальная цель не достигается и в системе протекают несогласованные процессы, требующие их координации. Расстояние в дискретном пространстве между фактическими $x(k)$ и желаемыми $x^*(k)$ значениями переменных состояния определяется минимальной длиной вектора

$$\rho(k) = x^*(k) - x(k). \qquad (3)$$

Из выражений (2) и (3) следует, что для вектора рассогласования $\rho(k)$ справедлива система уравнений

$$\mathrm{C}\rho(k) = \mathrm{C}x^*(k) - \mathrm{C}x(k), \quad \text{т. е.}$$
$$C\rho(k) = y^*(k) - Cx(k). \qquad (4)$$

Так как матрица C не является квадратной, то для системы (4) может быть найдено нормальное псевдорешение [5], имеющее наименьшую евклидову длину среди всех векторов $\rho(k)$, приносящих минимум величине $|\mathrm{C}\rho(k) - (y^*(k) - \mathrm{C}x(k))|$.

Оно определяется с помощью псевдообратной матрицы C^+ следующим образом:

$$\rho(k) = C^+(y^*(k) - Cx(k)).$$

Отметим, что псевдообратной матрицей или обобщенной матрицей Мура–Пенроуза для матрицы A размерности $n \times m$ является матрица A^+ размерности $m \times n$, для которой выполняются следующие условия:

1) AA^+ и A^+A — эрмитовы матрицы, для которых справедливы равенства $(AA^+)^T = AA^+$ и $(A^+A)^T = A^+A$;

2) $AA^+A = A$; (5)

3) $A^+AA^+ = A^+$.

В отношении матрицы C из уравнения (4), имеющей размерность $l \times n$, и ранг равный 1, справедливы следующие утверждения:

1) матрица CC^T обратима;

2) псевдообратная матрица C^+ определяется как

$$C^+ = C^T(CC^T)^{-1}, \qquad (6)$$

где C^T — матрица, транспонированная по отношению к матрице C. Действительно, если $\det CC^T = 0$, то уравнение $CC^Tx = 0$ имеет нетривиальное решение x_0. Применяя к равенству $CC^Tx_0 = 0$ известное свойство эквивалентности матричных равенств типа $AQ^TQ = 0$ и $QA^T = 0$, при этом имея в виду $A = I$ и $Q = C^T$, получаем, что $C^Tx_0 = 0$. Отсюда в силу исходного ранга матрицы

C вытекает, что $x_0 = 0$. Значит $\det CC^T \neq 0$ и матрица CC^T обратима.

Второе утверждение (6) проверяется прямой проверкой условий (5), определяющих псевдообратные матрицы.

Следовательно, наименьшее по модулю решение системы (4) находится следующим образом:

$$\rho(k) = C^T(CC^T)^{-1}(y^*(k) - Cx(k)). \quad (7)$$

Координирующее управление $u(k)$ будем искать, исходя из условия минимизации ожидаемого расстояния между желаемыми и текущими состояниями подсистемы т. е.

$$\rho(k+1) = x^*(k+1) - x(k+1) \to 0.$$

Действительно, в этом случае

$$x(k+1) \to x^*(k+1), y(k+1) = \\ = Cx(k+1) \to Cx^*(k+1) = y^*(k+1),$$

в силу чего в системе будет осуществляться движение обобщенной выходной координаты $y(k)$ по желаемому фазовому многообразию $y^*(k)$ размерности l.

Следовательно, задача согласованного управления в сложной системе с децентрализованной структурой может быть интерпретирована как задача обеспечения движения выходной обобщенной координаты системы по желаемой траектории в дискретном пространстве состояний. Указанная траектория должна соответствовать оптимальному закону изменения желаемой величины глобального критерия и в каждый дискретный момент подачи управляющих воздействий может корректироваться в зависимости от текущей обстановки.

Полагая, что координирующее управление использует переменные состояния выделенных подсистем, определим ожидаемую величину вектора $\rho(k)$. С учетом уравнения (7) имеем

$$\rho(k+1) = \\ = C^T(CC^T)^{-1}(y^*(k+1) - Cx(k+1)). \quad (8)$$

Поскольку в соответствии с (1) справедлива формула $x(k+1) = Hx(k) + Gu(k)$, то, подставив ее в выражение (8), получим

$$\rho(k+1) = C^T(CC^T)^{-1}(y^*(k+1) - \\ - CHx(k) - CGu(k)). \quad (9)$$

Управление, формируемое координатором, определим из условия попадания на желаемую траекторию $y^*(k+1)$ согласованной работы системы, когда ожидаемое рассогласование между заданными и текущими состояниями подсистем $\rho(k+1)$ равняется нулю, т. е.

$$\rho(k) = 0. \quad (10)$$

Из выражения (9) следует, что управление $u(k)$, обеспечивающее выполнение условия (10), должно удовлетворять следующей системе уравнений $C^T(CC^T)^{-1}(y^*(k+1) - - CHx(k) - CGu(k)) = 0$, или

$$C^T(CC^T)^{-1}CGu(k) = \\ = C^T(CC^T)^{-1}(y^*(k+1) - CHx(k)). \quad (11)$$

Используя обозначения

$$\begin{aligned} Q &= C^T(CC^T)^{-1}(y^*(k+1) - CHx(k)), \\ P &= C^T(CC^T)^{-1}CG, \end{aligned} \quad (12)$$

запишем систему (11) в виде

$$Pu(k) = Q. \quad (13)$$

Отметим, что для неквадратной матрицы P система (13) будет разрешимой при выполнении условия

$$(I - PP^+)Q = 0. \quad (14)$$

где P^+ — матрица, псевдообратная для P.

В этом случае система уравнений (13) имеет следующее решение

$$u(k) = P^+Q. \quad (15)$$

В самом деле, умножая обе части уравнения (13) слева на $(I - PP^+)$, получаем: $(I - - PP^+)Pu(k) = (I - PP^+)Q$. Так как в силу свойства $PP^+P = P$ для псевдообратных матриц имеем: $(P - PP^+P) = P - P = = 0$, то $(I - PP^+)Q = 0$. Отсюда вытекает, что $PP^+Q = Q$, и, следовательно, уравнение (15) является решением уравнения (13). Покажем теперь, что условие (14) выполняется для системы уравнений (11). С этой целью найдем вначале псевдообратную матрицу для P. При этом воспользуемся скелетным разложением матрицы Р в виде

$$P = VW. \quad (16)$$

где $V = C^T(CC^T)^{-1}$ — матрицы размерности, соответственно, $n \times l, n \times m$.

Непосредственной подстановкой в вышеприведенные условия (5), определяющие псевдообратные матрицы, можно показать, что матрица

$$P^+ = W^+V^+ \tag{17}$$

является псевдообратной к матрице P. Здесь матрица W^+ по аналогии с (6) находится как

$$W^+ = W^T(WW^T)^{-1}. \tag{18}$$

В свою очередь, повторяя рассуждения в отношении (6) для матрицы V, имеющей размерность $n \times l$ и $\operatorname{rank}\{V\} = 1$, получаем

$$V^+ = (V^TV)^{-1}V^T. \tag{19}$$

Подставим в выражения (18) и (19) формулы для V и W, следующие из (16):

$$\begin{aligned}V^+ &= [(C^T(CC^T)^{-1})^TC^T(CC^T)^{-1}]^{-1} \times \\ &\quad \times (C^T(CC^T)^{-1})^T = \\ &= [((CC^T)^{-1})^TCC^T(CC^T)^{-1}]^{-1} \times \\ &\quad \times ((CC^T)^{-1})^TC = \\ &= [((CC^T)^{-1})^T]^{-1}((CC^T)^{-1})^TC = C\end{aligned}$$

и

$$W^+ = (CG)^T(CG(CG)^T)^{-1}.$$

Следовательно,

$$P^+ = W^+V^+ = (CG)^T(CG(CG)^T)^{-1}C. \tag{20}$$

Используя выражение для P^+ и формулу (12) для Q, получаем

$$\begin{aligned}&(I - PP^+)Q = \\ &= (I - C^T(CC^T)^{-1}CG(CG)^T(CG(CG)^T)^{-1}C) \times \\ &\quad \times C^T(CC^T)^{-1}(y^*(k+1) - CHx(k)) = \\ &= (I - C^T(CC^T)^{-1}C)C^T(CC^T)^{-1} \times \\ &\quad \times (y^*(k+1) - CHx(k)) = \\ &= (C^T(CC^T)^{-1} - C^T(CC^T)^{-1}CC^T(CC^T)^{-1}) \times \\ &\quad \times (y^*(k+1) - CHx(k)) = \\ &= (C^T(CC^T)^{-1} - C^T(CC^T)^{-1}) \times \\ &\quad \times (y^*(k+1) - CHx(k)) = 0.\end{aligned}$$

Следовательно, система (11) имеет решение, вид которого с учетом уравнений (15), (12), (20) задается выражением

$$\begin{aligned}u(k) &= -(CG)^T(CG^T(CG)^T)^{-1}CC^T \times \\ &\quad \times (CC^T)^{-1}(CHx(k) - y^*(k+1)),\end{aligned}$$

или, поскольку

$$CC^T(CC^T)^{-1} = I,$$

$$\begin{aligned}u(k) &= -(CG)^T(CG^T(CG)^T)^{-1} \times \\ &\quad \times (CHx(k) - y^*(k+1)).\end{aligned} \tag{21}$$

В системе (1), замкнутой координирующим управлением (21), достигается полное согласование динамических процессов отдельных подсистем. Это находит свое выражение в обеспечении движения обобщенной выходной координаты $y(k)$ системы, определяющей фактический уровень согласования состояний подсистем, по желаемой траектории $y*(k)$, формируемой временной последовательностью оптимальных значений глобального критерия. Действительно, подставляя уравнение (21) в систему (1), имеем

$$\begin{aligned}&x(k+1) = \\ &= Hx(k) - G(CG)^T(CG(\,CG)^T)^{-1}CHx(k) + \\ &\quad + G(CG)^T(CG(CG)^T)^{-1}y^*(k+1);\end{aligned}$$

отсюда:

$$\begin{aligned}&y(k+1) = Cx(k+1) = \\ &= CHx(k) - CG(CG)^T(CG(CG)^T)^{-1}CHx(k) + \\ &+ CG(CG)^T(CG(CG)^T)^{-1}y^*(k+1) = y^*(k+1).\end{aligned}$$

В качестве примера рассмотрим систему управления, нижний уровень которой задан уравнениями

$$\begin{aligned}x_1(k+1) &= 0{,}873x_1(k) - 0{,}115x_2(k) + \\ &\quad + 0{,}456x_3(k) + 0{,}157u_1(k) - 3{,}54u_2(k);\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}x_2(k+1) &= -0{,}21x_1(k) + 0{,}75x_2(k) + \\ &\quad + 0{,}229x_3(k) - 0{,}089u_1(k) + 0{,}790u_2(k);\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}x_3(k+1) &= 0{,}834x_1(k) + 0{,}008x_2(k) + \\ &\quad + 0{,}908x_3(k) + 4{,}60u_1(k) - 0{,}266u_2(k);\end{aligned}$$

$$y(k) = 0{,}43x_1(k) + 0{,}82x_2(k) + 0{,}134x_3(k).$$

Координирующее управление, синтезированное для данной системы в соответствии с уравнением (21), имеет вид

$$\begin{aligned}u_1(k) &= -0{,}160x_1(k) - 0{,}288x_2(k) - 0{,}257x_3(k) + \\ &\quad + 0{,}5085y^*(k+1)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}u_2(k) &= 0{,}2386x_1(k) + 0{,}429x_2(k) + 0{,}383x_3(k) - \\ &\quad - 0{,}757y^*(k+1).\end{aligned}$$

В табл. 1 приложенных результатов приведены результаты моделирования системы при линейном $y^*(k) = k$ законе изменения желаемой величины обобщенной координаты. Полученные результаты свидетельствуют о том, что вследствие согласованного управления переменными состояния $x_1(k)$, $x_2(k)$, $x_3(k)$ отдельных подсистем в пространстве состояний, обобщенная выходная координата системы точно воспроизводит заданный закон.

Таким образом, с помощью предложенного метода синтезируется координирующее управление в виде (21), обеспечивающее согласование управляемых процессов подсистем сложной децентрализованной системы с целью достижения желаемого значения глобального критерия ее функционирования. Положенный в основу алгоритма функционирования координатора подход к синтезу прямого цифрового управления использует специфику дискретного пространства состояний и предполагает минимизацию ожидаемого расстояния между текущим множеством состояний и заданной особым образом областью дискретного пространства.

Исследование свойств координирующего управления в условиях параметрической неопределенности

Реализация координирующего управления во многих практических приложениях сопряжена с трудностями, вызванными неопределенностью в описании характеристик систем. В результате возникает ситуация, когда координирующие воздействия, рассчитанные на некоторый номинальный режим работы системы, не обеспечивают желаемого взаимодействия между подсистемами во всем диапазоне изменения их характеристик. В этом случае к координатору, синтезированному в предыдущем разделе, целесообразно предъявить дополнительное требование, которое заключается в сохранении гарантированного качества координирующего управления в децентрализованной системе управления при неточных моделях её компонентов. Рассмотрим, какие особенности синтезированного управления оказываются существенными с точки зрения предъявленного выше требования.

Система (1), замкнутая управлением (21), описывается совокупностью уравнений

$$\begin{aligned} x(k+1) &= \left(H - G(CG)^T\left(CG(CG)^T\right)^{-1}CH\right)\times \\ &\times x(k) + G(CG)^T\left(CG(CG)^T\right)^{-1}y^*(k+1); \\ y(k) &= Cy(k). \end{aligned} \tag{22}$$

Перейдем от описания в виде разностных уравнений (22) к Z-изображениям

$$\begin{aligned} zx(z) &= \left(H - G(CG)^T\left(CG(CG)^T\right)^{-1}CH\right)x(z) + \\ &+ G(CG)^T\left(CG(CG)^T\right)^{-1}zy^*(z); \\ y(z) &= Cy(z). \end{aligned} \tag{23}$$

Далее, исключим вектор $x(z)$ из уравнения (23) и получим

$$\begin{aligned} y(z) &= \\ &= C\left[Iz - \left(H - G(CG)^T\left(CG(CG)^T\right)^{-1}CH\right)\right]^{-1}\times \\ &\times G(CG)^T\left(CG(CG)^T\right)^{-1}zy^*(z) \end{aligned} \tag{24}$$

Для определения передаточной матрицы системы представим обратную матрицу

$$\left[Iz - \left(H - G(CG)^T\left(CG(CG)^T\right)^{-1}CH\right)\right]^{-1}$$

в следующей форме

$$\begin{aligned} &\left[Iz - \left(H - G(CG)^T\left(CG(CG)^T\right)^{-1}CH\right)\right]^{-1} = \\ &= \frac{\left[Iz - \left(H - G(CG)^T\left(CG(CG)^T\right)^{-1}CH\right)\right]^*}{\det\left[Iz - \left(H - G(CG)^T\left(CG(CG)^T\right)^{-1}CH\right)\right]}, \end{aligned} \tag{25}$$

где

$$\left[Iz - \left(H - G(CG)^T\left(CG(CG)^T\right)^{-1}CH\right)\right]^* = \sum_{i=1}^{n} R_{n-i}z^{i-1},$$

причем $R_0 = I$,

$$\begin{aligned} R_j &= \left(H - G(CG)^T\left(CG(CG)^T\right)^{-1}CH\right)R_{j-1} + \\ &+ p_j I, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &\det\left[Iz - \left(H - G(CG)^T\left(CG(CG)^T\right)^{-1}CH\right)\right] = \\ &= z^n + p_1 z^{n-1} + \ldots + p_{n-1}z + p_n \end{aligned}$$

— характеристический полином замкнутой системы (22).

Следовательно, уравнение (24) с учетом выражения (25) приобретает вид

$$y(z) = \\ = \frac{C\left\{\sum\limits_{i=1}^{n} R_{n-1} z^{i-1}\right\} G(CG)^T \left(CG(CG)^T\right)^{-1}}{\det\left[Iz - \left(H - G(CG)^T\left(CG(CG)^T\right)^{-1} CH\right)\right]} \times \\ \times zy^*(z), \tag{26}$$

В свою очередь можно показать, что коэффициент p_n характеристического полинома равен нулю. Действительно

$$p_n = \det\left(H - G(CG)^T\left(CG(CG)^T\right)^{-1} CH\right) = \\ = \det\left(I - G(CG)^T\left(CG(CG)^T\right)^{-1} C\right)\det H. \tag{27}$$

Докажем, что

$$\det\left(I - G(CG)^T\left(CG(CG)^T\right)^{-1} C\right) = 0. \tag{28}$$

Пусть $B = [C\,|Q]^T$ — матрица размерности $n \times n$, причем Q — матрица размерности $(n-l) \times n$ такая, что $\det B \neq 0$. Тогда

$$\det B \det\left(I - G(CG)^T\left(CG(CG)^T\right)^{-1} C\right) = \\ = \det B\left(I - G(CG)^T\left(CG(CG)^T\right)^{-1} C\right) = \\ = \det\left[C\left(I - G(CG)^T\left(CG(CG)^T\right)^{-1} C\right)\right. \\ \left.\Big|Q\left(I - G(CG)^T\left(CG(CG)^T\right)^{-1} C\right)\right]^T = \\ = \det\left[\left(C - CG(CG)^T\left(CG(CG)^T\right)^{-1} C\right)\right. \\ \left.\Big|Q\left(I - G(CG)^T\left(CG(CG)^T\right)^{-1} C\right)\right]^T = \\ = \det\left[(C - C)\right. \\ \left.\Big|Q\left(I - G(CG)^T\left(CG(CG)^T\right)^{-1} C\right)\right]^T = \\ = \det\left[0\right. \\ \left.\Big|Q\left(I - G(CG)^T\left(CG(CG)^T\right)^{-1} C\right)\right]^T = 0.$$

Отсюда следует $p_n = 0$. Поэтому знаменатель выражения (26) имеет вид

$$\det\left[Iz - \left(H - G(CG)^T\left(CG(CG)^T\right)^{-1} CH\right)\right] = \\ = z\left(z^{n-1} + p_1 z^{n-2} + \ldots + p_{n-2} z + p_{n-1}\right).$$

Преобразуем также числитель уравнения (26) следующим образом:

$$C\left\{\sum_{i=1}^{n} R_{n-1} z^{i-1}\right\} G(CG)^T\left(CG(CG)^T\right)^{-1} z = \\ = \sum_{i=1}^{n}\left[C\left(\left(H - G(CG)^T\left(CG(CG)^T\right)^{-1} CH\right) \times\right.\right. \\ \left.\left.\times R_{n-i-1} + p_{n-i} I\right) G(CG)^T\left(CG(CG)^T\right)^{-1}\right] z^i = \\ = \sum_{i=1}^{n}\left[(CH - CH) R_{n-i-1} + p_{n-i} CG(CG)^T \times\right. \\ \left.\times\left(CG(CG)^T\right)^{-1}\right] z^i = \left(\sum_{i=1}^{n} p_{n-i} z^i\right) I.$$

В результате оказывается, что полученное выражение представляет собой диагональную матрицу, ненулевые элементы которой равны характеристическому полиному системы. Следовательно, в системе (1) замкнутой координирующим управлением (21) достигается полная компенсация полюсов и нулей.

Однако в большинстве практических случаев из-за существования различного рода аппаратурных, вычислительных погрешностей и других случайных факторов, оказывается невозможным обеспечить абсолютно точную реализацию синтезированного цифрового управления, в результате чего возникает раскомпенсация нулей и полюсов замкнутой системы. Последствия подобной раскомпенсации зависят от того, каким образом располагались скомпенсированные полюса на комплексной плоскости. При неблагоприятном расположении последних, например, когда они находятся вне круга единичного радиуса относительно начала координат, флуктуация параметров системы может привести к потере устойчивости.

СИНТЕЗ РОБАСТНОГО КООРДИНАТОРА

Потребуем теперь, чтобы желаемое качество координирующего управления обеспечивалось не только на расчетном режиме работы системы, но и для заданного диапазона изменений её параметров. Речь идёт, таким образом, об обеспечении робастного качества координирующего управления. Модель (1) нижнего иерархического уровня системы с учетом неопределенности её параметров может быть представлена в интервальном виде $H = H^* + \Delta H$, $G = G^* + \Delta G$, $C = C^* + \Delta C$, где H^*, G^*, C^* — матрицы, элементы которых соответствуют расчетному режиму работы системы; ΔH, ΔG, ΔC — интервальные матрицы, отражающие неопределенность в описании ее характеристик. Выделяем в составе многофункционального координатора две составляющие задающего воздействия $g_1(k)$ и $g_2(k)$, причем пусть $g_1(k)$ выполняет функцию собственно координирующего управления для номинального режима системы, а $g_2(k)$ реализует функцию обеспечения гарантированного качества координирующего управления при вариации параметров системы.

Вначале сформируем вторую составляющую $g_2(k)$ с помощью динамического компенсатора, математическую модель которого представим следующим образом

$$\begin{aligned} x_C(k+1) &= \Phi x_C(k) + v_C(k); \\ v_C(k) &= Tx(k); \\ w_C(k) &= x_C(k) + Ev_C(k); \\ g_2(k) &= Rw_C(k). \end{aligned} \tag{29}$$

Здесь Φ – матрица Фробениуса размерности $r \times r$, элементы λ_i последней строки которой задаются исходя из требуемых динамических свойств компенсатора; ненулевые элементы матрицы E имеют вид $E_{i+1,i} = 1$, $i = 1,2\ldots r-1$; $T = [T_{ij}]_{r\times n}$, $(n = \dim x(t))$; $R = [R_{ij}]_{m\times r}$ – матрицы, элементы которых вычисляются как искомый результат проведенного синтеза.

Объединяя (1) и (29) с учетом $g(k) = g_1(k) + g_2(k) = g_1(k) + Rx_C(k) + RETx(k)$, получим следующую совокупность разностных уравнений

$$\begin{bmatrix} x(k+1) \\ x_C(k+1) \end{bmatrix} = \\ = \begin{bmatrix} H+GRET & GR \\ T & \Phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(k) \\ x_C(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} Gg_1(k) \\ 0 \end{bmatrix}. \tag{30}$$

Первую составляющую управления $g_1(k)$ вычислим применительно к номинальному режиму системы (30)

$$g_1(k) = (C^*G^*)^T \left(C^*G^*\left(C^*G^*\right)^T\right)^{-1} \Big(y^*(k+1) - \\ -(H^* + G^*RET)x(k) - C^*G^*Rx_C(k)\Big).$$

Сформируем теперь полную математическую модель двухуровневой системы, подставив найденное управление в выражение (30)

$$\begin{bmatrix} x(k+1) \\ x_C(k+1) \end{bmatrix} = \\ = \begin{bmatrix} H+GRET-G(C^*G^*)^T\left(C^*G^*(C^*G^*)^T\right)^{-1}C^*(H^*+G^*RE) & GR-G(C^*G^*)^T\left(C^*G^*(C^*G^*)^T\right)^{-1}C^*G^*R \\ T & \Phi \end{bmatrix} \times \\ \times \begin{bmatrix} x(k) \\ x_C(k) \end{bmatrix} + \\ + \begin{bmatrix} G(C^*G^*)^T\left(C^*G^*(C^*G^*)^T\right)^{-1} \\ 0 \end{bmatrix} y^*(k+1).$$

Рассмотрим характеристический полином полученной системы для случая, когда элементы матриц T и R удовлетворяют следующим соотношениям:

$$\begin{aligned} &T_{ij} = 0,\ i = 1,2,...,\eta-1; \\ &T_{ij} \neq 0,\ i = \eta,\eta+1,...,r;\ j = 1,2,...,n; \\ &R_{ij} \neq 0,\ j = 1,2,...,\gamma; \\ &R_{ij} = 0,\ j = \gamma+1,\gamma+2,...,r;\ i = 1,2,...,m, \end{aligned}$$

причем $\gamma = \eta + 1$.

Тогда исследуемый полином может быть выражен следующим образом

$$P(z) = \det\left(zI_n - H^{(1)}\right)\det\left(zI_r - \Phi\right) + \\ + \Lambda(z)T(z)W(z)RS(z), \tag{31}$$

здесь

$$H^{(1)} = H + GK^*CH^*,$$

$$K^* = (C^*G^*)^T\left(C^*G^*\left(C^*G^*\right)^T\right)^{-1};$$

$$G^{(1)} = G - GK^*C^*G^*;$$

$$\Lambda(z) = [\lambda_i(z)]_{1\times n},$$

где

$$\lambda_i(z) = \sum_{j=0}^{n-i}\lambda_j z^{(n-i-j)};$$

$$T(z) = \left(I_r + \left(zI_r - \Phi\right)E\right)T;$$

$$W(z) = [W_{ij}(z)]_{n\times m},$$

$$W_{ij}(z) = \sum_{l=1}^{n}(-1)^{i+l+1}\det\left(zI_n - H^{(1)}\right)\frac{l}{i}G_{lj}^{(1)};$$

$$S(z) = [S_i(z)]_{r\times 1}, \quad S_i(z) = z^{i-1}.$$

Раскладывая полином $P(z)$ по степеням z с учетом того обстоятельства, что в запись (31) входят интервальные матрицы, получаем

$$P(z) = \sum_{l=0}^{n+r}(-1)^l P_l z^{(n+r-l)}, \tag{32}$$

где $P_l \in \left[\underline{P_l}\ \overline{P_l}\right]$, $\underline{P_l}$, $\overline{P_l}$ — соответственно, нижние и верхние границы интервалов для коэффициентов интервального характеристического полинома.

Для сохранения качества координирующего управления потребуем, чтобы корни полинома $P(z)$ располагались на вещественной оси комплексной плоскости в интервале $[0\ \varphi)$, где $\varphi < 1$ для всего диапазона изменения параметров системы. Уменьшая величину φ, можно добиться гарантированного робастного качества. Условия локализации корней характеристического полинома в указанном интервале задаются следующей системой уравнений:

$$(w_i^*\varphi)^{n+r} - \overline{P_1}\,(w_i^*\varphi)^{n+r-1} + \cdots + \begin{cases} (-1)^{n+r}\underline{P_{n+r}} = 0 & (*) \\ (-1)^{n+r}\overline{P_{n+r}} = 0 & (**) \end{cases};$$

$$(w_i^*\varphi)^{n+r} - \underline{P_1}\,(w_i^*\varphi)^{n+r-1} + \cdots + \begin{cases} (-1)^{n+r}\overline{P_{n+r}} = 0 & (*) \\ (-1)^{n+r}\underline{P_{n+r}} = 0 & (**) \end{cases}.$$

Здесь w_i^*, $(i = 1, 2, \ldots, n + r)$ — заданные числа, принадлежащие интервалу $[0, 1)$, при этом условия (*) выполняются для $n + r$ четных, а условия (**) для $n + r$ нечетных.

Решение полученной системы уравнений дает искомые значения элементов матриц T и R динамического компенсатора (29), при которых в интегрированной системе, управляемой многофункциональным координатором, будут протекать апериодические процессы как на номинальном режиме работы, так и в заданном интервале неопределенности ее параметров.

4. ПРИЛОЖЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

Таблица

Результаты моделирования при законе $y^*(k) = k$

$y^*(k)$	$y(k)$	$x_1(k)$	$x_2(k)$	$x_3(k)$	k
1,000	1,000	2,7613	-0,6437	2,5406	1
2,000	2,000	4,2249	-0,6164	5,1400	2
3,000	3,000	4,5021	0,2007	6,7128	3
4,000	4,000	4,4136	1,3378	7,5011	4
5,000	5,000	4,5238	2,3993	8,1141	5
6,000	6,000	4,9264	3,2780	8,9080	6
7,000	7,000	5,4670	4,0510	9,9055	7
8,000	8,000	5,9942	4,8181	10,9823	8
9,000	9,000	6,4568	5,6227	12,0373	9
10,000	10,000	6,8767	6,4573	13,0447	10
11,000	11,000	7,2906	7,2995	14,0254	11
12,000	12,000	7,7170	8,1354	15,0052	12
13,000	13,000	8,1549	8,9635	15,9949	13
14,000	14,000	8,5966	9,7884	16,9923	14
15,000	15,000	9,0363	10,6141	17,9914	15
16,000	16,000	9,4732	11,4415	18,9889	16
17,000	17,000	9,9088	12,2699	19,9844	17
18,000	18,000	10,3444	13,0984	20,9790	18
19,000	19,000	10,7807	13,9266	21,9739	19
20,000	20,000	11,2174	14,7544	22,9692	20
21,000	21,000	11,6542	15,5822	23,9648	21
22,000	22,000	12,0909	16,4100	24,9605	22
23,000	23,000	12,5274	17,2379	25,9560	23
24,000	24,000	12,9639	18,0659	26,9514	24
25,000	25,000	13,4004	18,8938	27,9468	25
26,000	26,000	13,8370	19,7218	28,9423	26
27,000	27,000	14,2735	20,5497	29,9377	27
28,000	28,000	14,7101	21,3776	30,9332	28
29,000	29,000	15,1466	22,2055	31,9287	29
30,000	30,000	15,5832	23,0334	32,9241	30
31,000	31,000	16,0197	23,8613	33,9146	31
32,000	32,000	16,4563	24,6893	34,9150	32
33,000	33,000	16,8928	25,5172	35,9105	33
34,000	34,000	17,3294	26,3451	36,9060	34
35,000	35,000	17,7659	27,1730	37,9014	35
36,000	36,000	18,2025	28,0009	33,8969	36
37,000	37,000	18,6390	28,8288	39,8923	37
38,000	38,000	19,0756	29,6468	40,8878	38
39,000	39,000	19,5121	30,4847	41,8833	39
40,000	40,000	19,9487	31,3126	42,8787	40

ВЫВОДЫ

Предложенный в данной статье подход определяет принципы структурной организации интегрированных систем управления полетом и тягой перспективных летательных аппаратов в виде двухуровневых систем. При этом нижний уровень управления образуют подсистемы управления основными параметрами самолета, а верхний уровень — многофункциональный координатор, который оценивает фактическое влияние аэро- и газодинамических процессов в локальных подсистемах на эффективность функционирования всей интегрированной системы в целом и обеспечивает согласование взаимодействия этих подсистем при наличии неопределенных параметрических и сигнальных возмущений.

В результате был разработан метод синтеза координирующего управления, которое обеспечивает заданный характер изменения объединенного вектора переменных состояния подсистем, определяющих фактический уровень их согласования. Желаемый закон движения формируется временной последовательностью оптимальных значений обобщенных показателей функционирования системы. Показано, что координирующие воздействия обеспечивают перевод вектора переменных состояния в заданную область при отсутствии внешних возмущений и ограничений за один такт управления.

Проведен анализ свойств предложенного координирующего управления, на основе которого сформулированы условия сохранения устойчивости процесса координации при параметрических возмущениях. Дальнейшее развитие данного подхода позволило разработать метод синтеза робастного координатора, гарантирующего сохранение апериодического качества координации интервальной системы в заданном диапазоне изменения её параметров. Используемый при синтезе подход характеризуется введением в состав верхнего уровня управления динамического компенсатора и базируется на доказательстве сильного варианта теоремы Соха о робастной апериодичности линейных дискретных многочленов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Гуревич, О. С.** Интегрированное управление силовой установкой многорежимного самолета / О. С. Гуревич, Ф. Д. Гольберг, О. Д. Селиванов; под ред. О. С. Гуревича. М. : Машиностроение, 1993. 304 с.
2. **Ефанов, В. Н.** Комплексирование бортового оборудования на базе мобильного генетического алгоритма / В. Н. Ефанов, Е. А. Кожевникова // Мир авионики : ежекварт. жур. корпорации «Аэрокосмическое оборудование». 2003. № 3. С. 27–35.
3. **Ефанов, В. Н.** Интегрированные системы управления полетом и тягой для сверхзвуковых крейсерских режимов / В. Н. Ефанов, Т. Р. Суяргулов // Материалы международного симпозиума по актуальным проблемам создания авиационных двигателей. Уфа, 1999. С. 165–171.
4. **Бойчук, Л. М.** Синтез координирующих систем автоматического управления / Л. М. Бойчук. М. : Энергоатомиздат, 1991. 160 с.
5. **Маркус, М.** Обзор по теории матриц и матричных неравенств / М. Маркус, Х. Минк. М. : Наука, 1972. 232 с.

ОБ АВТОРАХ

Ефанов Владимир Николаевич, проф., зав. каф. авиационного приборостроения. Дипл. инж. по пром. электронике (УАИ, 1973). Д-р техн. наук по управлению в техн. системах (УГАТУ, 1995). Исследования в обл. интеллектуализ. комплексов бортового оборудования.

Мухамедшин Евгений Рустемович, аспирант той же каф. Дипл. магистр техн. и технол. по приборостроению (УГАТУ, 2004). Готовит дис. в обл. интеграции бортовых систем управления.