

А. И. Арефина

МЕТОД СИНТЕЗА ЦИФРОВОЙ СИСТЕМЫ МНОГОЦЕЛЕВОГО УПРАВЛЕНИЯ СУДАМИ ПРИ ВОЗДЕЙСТВИИ МОРСКОГО ВОЛНЕНИЯ

В статье рассматривается метод синтеза цифровой системы управления морскими подвижными объектами, обеспечивающей желаемое качество движения в различных внешних условиях по отношению к нескольким критериям. Рассмотрены режимы собственного движения, движения под действием ступенчатого возмущения и под действием морского волнения. Предложен алгоритм поиска корректора для компенсации действия морского волнения в виде КИХ-фильтра. Приведен пример использования полученного алгоритма. *Линейные системы; оптимизация; передаточная функция; многоцелевое управление*

Задача стабилизации морского подвижного объекта (МПО) на заданном курсе имеет ряд особенностей, которые затрудняют ее решение с помощью универсальных методов теории управления. Среди этих особенностей можно выделить разнообразие внешних воздействий в виде морского волнения, постоянного или порывистого ветра, а также наличие нескольких критериев качества управления, зачастую вступающих в противоречие. Примером таких противоречивых требований для задачи вывода судна на заданный курс являются, с одной стороны, требование минимизации перерегулирования (максимального отклонения управляющих органов от начального положения) и, с другой стороны, уменьшение времени, за которое судно выйдет на курс, достаточно близкий к заданному.

По характеру возмущений и критериев качества выделяют три основных режима: собственного движения, движения под действием ступенчатого возмущения и движения под действием морского волнения. Для построения регулятора с приемлемым качеством движения во всех этих режимах можно разбить исходную задачу на несколько подзадач и, решая их в порядке значимости, для каждого режима вводить в управляющий сигнал аддитивную добавку. Для непрерывной модели объекта управления и регулятора этот подход рассматривался в работах [2–4]. В работе [5] представлены предельные оценки качества в условиях волнения.

Поскольку аппаратура, реализующая реальные системы управления (СУ) на борту современных судов, является цифровой, имеет смысл рассматривать задачу построения СУ в дискретном времени. Модель объекта в этом случае

удобно тоже рассматривать в дискретном виде. Под дискретизацией модели объекта будем в дальнейшем понимать только дискретизацию по времени с периодом, равным такту вычислений. Дискретизацией по уровню можно пренебречь, учитывая высокую разрядность современных вычислительных устройств.

В настоящей статье рассматривается вопрос синтеза цифровой системы многоцелевого управления МПО. Особенное внимание уделяется режиму движения под действием морского волнения при учете требования об уменьшении интенсивности функционирования управляющих органов. Для компенсации влияния морского волнения на функционирование рулей в СУ вводится корректирующее устройство, которое формируется в виде фильтра с конечной импульсной характеристикой (КИХ-фильтра). Выбор такого вида корректора определяется его гарантированной устойчивостью, простотой реализации и настройки.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассмотрим дискретную модель МПО

$$\begin{aligned} x[k+1] &= Ax[k] + B\delta[k] + Hd[k], \\ y[k] &= Cx[k], \delta[k+1] = u[k], \end{aligned} \quad (1)$$

здесь $x \in E^n$ – вектор состояния объекта, $\delta \in E^m$ – вектор отклонений управляющих органов, $y \in E^r$ – вектор наблюдаемых переменных, $u \in E^m$ – вектор управляющих воздействий, $d \in E^l$ – вектор внешних возмущений, A , B , H и C – постоянные матрицы соответствующих размерностей, $k \in N^1$ – номер отсчета, символ N^1 обозначает множество целых положительных чисел. Будем считать, что векторы наблюдаемых и управляемых переменных совпадают.

Закон управления в будем строить в виде

$$u = W(q)(y - y^*) + W_0(q)\delta, \quad (2)$$

где q – оператор сдвига на такт вперед, $W(q)$ и $W_0(q)$ – передаточные матрицы, которые заранее не известны, y^* – командный сигнал. Рассмотрим задачи, которые ставятся для важнейших режимов движения МПО.

Режим собственного движения

Этот режим характеризуется отсутствием внешних возмущений, нулевыми начальными условиями и ненулевым командным сигналом. Цель управления состоит в том, чтобы перевести вектор наблюдаемых переменных y из нулевого начального состояния в некоторое конечное ненулевое положение y_0 . Переходный процесс описывается двумя характеристиками,

$$J(W, W_0) = \frac{\sup_{k \in N_1} \rho(k) - \rho_0}{\rho_0},$$

$$T(W, W_0) = \inf \left\{ k^* : \frac{|\rho(k) - \rho_0|}{\rho_0} \leq \Delta, \forall k \geq k^* \right\},$$

называемыми, соответственно, перерегулированием и быстродействием. Здесь $\rho(k) = \|y[k]\|$ – норма вектора контролируемых переменных, $\rho_0 = \|y_0\|$ – норма его конечного состояния, Δ – некоторое заданное число.

Перерегулирование показывает, насколько велико будет максимальное отклонение вектора регулируемых координат от желаемого значения, а быстродействие – как быстро этот вектор станет достаточно к нему близок.

Движение под действием ступенчатого возмущения

Режим движения под действием ступенчатых возмущений характеризуется нулевым командным сигналом $y^*[k] \equiv 0$, нулевыми начальными условиями и наличием возмущений вида $d[k] = d_0 \cdot \mathbf{1}[k]$, где d_0 – величина скачка. В результате действия такого возмущения вектор управляемых переменных в общем случае покидает нулевое состояние. Если при этом для замкнутой системы (1, 2) для любого значения d_0 выполняется

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \|y[k]\| = 0,$$

то эту систему называют астатической по вектору y . В рассматриваемом режиме движения СУ должна обеспечить астатизм системы по вектору управляемых переменных и, кроме то-

го, выполнение для некоторого заданного ρ_m неравенства $\sup_{k \in N_1} \|y[k]\| \leq \rho_m$.

Движение под действием морского волнения

Движение системы под действием морского волнения характеризуется нулевыми начальными условиями и командным сигналом. Возмущение d будем рассматривать в виде последовательности отсчетов результата дискретизации случайного векторного стационарного процесса, описывающего морское волнение. Спектральную плотность исходного процесса можно считать известной [3]. Тогда может быть получена матрица S_d спектральных плотностей случайной последовательности d .

Рассмотрев совместно уравнения (1) и (2), можно получить передаточные матрицы от вектора внешних возмущений d к вектору отклонения управляющих органов δ и F_{dy} от входа d к вектору наблюдаемых переменных y . В этом случае последовательности δ и y можно считать результатами прохождения случайной последовательности d через линейную стационарную дискретную систему: их спектры можно вычислить по формулам

$$S_y(e^{i\omega\tau}) = F_{dy}(e^{i\omega\tau})S_d(e^{i\omega\tau})F_{dy}^T(e^{-i\omega\tau}),$$

$$S_\delta(e^{i\omega\tau}) = F_{d\delta}(e^{i\omega\tau})S_d(e^{i\omega\tau})F_{d\delta}^T(e^{-i\omega\tau}),$$

где τ – период дискретности системы (1).

Полученные спектральные плотности позволяют задать функционал

$$J_\delta = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \text{tr}(S_\delta(e^{i\omega\tau}))d\omega,$$

называемый характеристикой затрат на управление. В «экономичном» режиме движения требуется минимизировать этот функционал. Данный режим отвечает требованию экономии ресурса привода и снижения энергетических затрат, когда эффективности рулей не хватает на то, чтобы повысить точность стабилизации, например, при движении с малой скоростью.

СИНТЕЗ СУ С ПОМОЩЬЮ МНОГОЦЕЛЕВОГО ПОДХОДА

Способы поиска СУ для основных режимов движения

Рассмотрим, как последовательно решаются задачи, поставленные для указанных режимов движения.

За основу берется регулятор вида

$$u[k] = K(x[k] - x^*) + K_\delta \delta[k], \quad (3)$$

где K и K_δ – постоянные матрицы соответствующих размерностей, обеспечивающие устойчивость замкнутой системы (1), (2), x^* – командный сигнал, который мы будем считать постоянным. В режиме собственного движения при любой структуре СУ для некоторых заданных J_n^* и T_δ^* , должны выполняться ограничения на перерегулирование и быстродействие $J < J_n^*$, $T < T_\delta^*$. Добиться этого можно, например, решая задачу LQR-синтеза [6].

Будем считать, что коэффициенты K и K_δ выбраны таким образом, чтобы указанные ограничения выполнялись. Перейдем к рассмотрению движения под действием ступенчатого возмущения. В общем случае система (1), замкнутая регулятором (3), будет устойчивой, но не астатической, по вектору наблюдаемых переменных. Рассмотрим управление вида

$$u[k] = \mu(x[k+1] - x[k]) + \delta[k] + \nu y[k], \quad (4)$$

где μ и ν – постоянные матрицы соответствующих размерностей.

Подставив управление (4) в уравнение рулей, получим, что, если в замкнутой системе имеется положение равновесия, то, начиная с некоторого номера k , $\delta[k+1] - \delta[k] = 0$ и $x[k+1] - x[k] = 0$, следовательно, $\nu y[k] = 0$. Если $\text{rank } \nu = \dim y$, получим $y[k] = 0$, то есть управление вида (4) делает замкнутую систему астатической по вектору y .

Подберем матрицы μ и ν так, чтобы обеспечить тождественность динамики невозмущенных систем под управлениями (3) и (4),

$$\begin{aligned} u[k+1] &= \mu(x[k+1] - x[k]) + \delta[k] + \nu y[k] = \\ &= \mu(Ax[k] + B\delta[k] - x[k]) + \delta[k] + \nu Cx[k] = \\ &= Kx[k] + K_\delta \delta[k]. \end{aligned}$$

Получаем систему для поиска матриц μ и ν ,

$$[\mu \mid \nu] \begin{bmatrix} A-E & B \\ C & 0 \end{bmatrix} = [K \mid K_\delta - E].$$

Она имеет решение, если ранг ее матрицы равен $\dim x + \dim \delta$. Заметим, что это условие вместе с условием на ранг ν влечет равенство $\dim y = \dim \delta$.

Управление (4) строится на основе всего вектора состояния x , который, вообще говоря, неизвестен. Для того чтобы построить управление на основе известного вектора наблюдаемых переменных y , добавим в систему асимптотический наблюдатель, а управление будем строить по его выходу,

$$\hat{x}[k+1] = A\hat{x}[k] + B\delta[k] + G(y[k] - C\hat{x}[k]), \quad (5)$$

$$\delta[k+1] = u[k],$$

$$u[k] = \mu(\hat{x}[k+1] - \hat{x}[k]) + \delta[k] + \nu y[k]. \quad (6)$$

Перепишем управление в виде

$$u[k] = \tilde{K}\hat{x}[k] + \tilde{K}_\delta \delta[k] + \tilde{\nu}y[k].$$

Матрицы \tilde{K} , \tilde{K}_δ и $\tilde{\nu}$ нетрудно вывести, подставив уравнение наблюдателя (5) в уравнение регулятора (6).

В процессе синтеза поиска подлежит матрица G . Она выбирается таким образом, чтобы минимизировать максимальное отклонение при движении под действием ступенчатого возмущения.

Обратимся к режиму движения под действием морского волнения. Для компенсации возмущения в СУ вводят корректирующее устройство. На его вход поступает разница между оценкой вектора наблюдаемых переменных, полученной с помощью наблюдателя, и реальным значением этого вектора, а его выход прибавляется к управляющему сигналу u . Корректор задается своей передаточной матрицей $F(z)$,

$$\xi[k] = F(q)\zeta[k]. \quad (7)$$

Уравнения канала управления при добавлении корректора принимают вид

$$\hat{x}[k+1] = (A - GC)\hat{x}[k] + B\delta[k] + Gy[k],$$

$$\delta[k+1] = \tilde{K}\hat{x}[k] + \tilde{K}_\delta \delta[k] + \tilde{\nu}y[k] + \xi[k], \quad (8)$$

$$\zeta[k] = -C\hat{x}[k] + y[k].$$

Схематично система (1), замкнутая наблюдателем (8) и корректором (7), изображена на рис. 1.

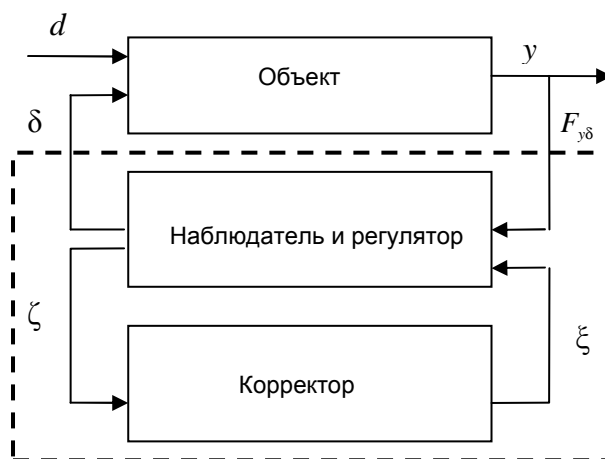


Рис. 1. Схема системы с корректором

Перейдя в частотную область в уравнениях (8), получим модель наблюдателя

$$\begin{bmatrix} \delta_z \\ \zeta_z \end{bmatrix} = T(z) \begin{bmatrix} y_z \\ \xi_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_{11}(z) & T_{12}(z) \\ T_{21}(z) & T_{22}(z) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_z \\ \xi_z \end{bmatrix}$$

с передаточной матрицей

$$T(z) = \begin{bmatrix} 0 & E \\ -C & 0 \end{bmatrix} \left(Ez - \begin{bmatrix} A-GC & B \\ \tilde{K} & \tilde{K}_\delta \end{bmatrix} \right)^{-1} \times \begin{bmatrix} G & 0 \\ \tilde{v} & E \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ E & 0 \end{bmatrix}, \quad (9)$$

нижний индекс z обозначает результаты z -преобразования соответствующих переменных.

Рассмотрим полученную модель совместно с уравнением корректора (7) и исключим переменные ζ_z и ξ_z . Получим передаточную матрицу регулятора от входа u к выходу δ ,

$$F_{y\delta} = T_{11} + T_{12} F [E_m - T_{22} F]^{-1} T_{21}, \quad (10)$$

здесь для краткости опущены зависимости от переменной z . Поскольку $\dim u = \dim \delta$, блоки $T_{11}, T_{12}, T_{21}, T_{22}$ имеют одинаковую размерность $m \times m$. Для объекта (1), замкнутого регулятором с передаточной матрицей (10), получим F_{dy} , передаточную матрицу от вектора внешних возмущений к вектору наблюдаемых переменных, а также передаточную матрицу $F_{d\delta}$ от вектора внешних возмущений к вектору отклонений управляющих органов,

$$F_{d\delta}(z) = F_{y\delta}(z) F_{dy}(z).$$

В терминах этих матриц можно сформулировать задачи для поиска матрицы корректора в «экономичном» режиме движения,

$$\int_0^{2\pi/\tau} |F_{d\delta}(e^{i\omega\tau}, F)|^2 d\omega \rightarrow \min_{F \in \Omega_2}, \quad (11)$$

$$\Omega_2 = \{F \in \Omega_F \mid F_{dy}(z, F) \leq \Delta\}.$$

Здесь Ω_F – это множество матриц F , для которых при включенном корректоре сохраняется приемлемое качество собственного движения и движения под действием ступенчатого возмущения, Δ – заранее заданная константа.

Получение корректора, сохраняющего астатизм замкнутой системы

Введение в СУ корректора не должно нарушать свойство астатизма по регулируемым переменным. При включенном корректоре управляющий сигнал имеет вид

$$u[k] = \tilde{K}\hat{x}[k] + \tilde{K}_\delta\delta[k] + \tilde{v}y[k] + F(q)(y[k] - C\hat{x}[k]).$$

Отсюда видно, что требование сохранения астатизма выполняется, если передаточная матрица $F(z)$ является нулевой на частоте $\omega = 0$, т. е. $F(1) = 0$, что влечет ограничение на структуру передаточной матрицы корректора, $F(z) = (z-1)\tilde{F}(z)$. Наложим дополнительное ограничение: будем искать корректор в виде фильтра с конечной импульсной характеристикой (КИХ-фильтра). Его передаточная матрица в таком случае будет иметь компоненты вида

$$F(z) = \frac{F_0 + F_1 z + \dots + F_{\alpha-1} z^{\alpha-1}}{z^\gamma} (z-1).$$

Поиск передаточной матрицы корректора при регулярном волнении

Рассмотрим упрощенную задачу, будем считать, что внешнее воздействие представляет собой регулярное волнение с частотой ω_0 . Фильтр будем выбирать так, чтобы его включение полностью подавляло влияние гармонического возмущения с этой частотой на отклонение управляющих органов, т. е. $F_{d\delta}(e^{i\omega_0\tau}) = 0$. В таком случае говорят, что фильтр настроен на частоту ω_0 .

Поскольку имеет место тождество $F_{d\delta} \equiv F_{y\delta}(z) F_{dy}(z)$, достаточно потребовать выполнения равенства $F_{y\delta}(e^{i\omega_0\tau}) = 0$.

Теорема 1. Для любого наперед заданного $\omega_0 > 0$ существует передаточная матрица корректора $F(z)$ с компонентами вида

$$f(z) = \sum_{j=0}^{\gamma-1} F_{\gamma-1-j} z^{-j} (1-z^{-1}),$$

для которой выполняется равенство $F_{y\delta}(e^{i\omega_0\tau}, F) = 0$, если выполняются условия

$$\det T_{21}(e^{i\omega_0\tau}) \neq 0,$$

$$\det \left\{ T_{12}(e^{i\omega_0\tau}) - T_{11}(e^{i\omega_0\tau}) T_{21}^{-1}(e^{i\omega_0\tau}) T_{22}(e^{i\omega_0\tau}) \right\} \neq 0.$$

Доказательство. Воспользуемся представлением (10) и получим значение передаточной матрицы $F_{y\delta}$ на частоте ω_0 ,

$$F_{y\delta}(e^{i\omega_0\tau}) = T_{11}(e^{i\omega_0\tau}) + T_{12}(e^{i\omega_0\tau}) F(e^{i\omega_0\tau}) \times [E_m - T_{22}(e^{i\omega_0\tau}) F(e^{i\omega_0\tau})]^{-1} T_{21}(e^{i\omega_0\tau}) = 0.$$

При выполнении условий теоремы можно получить значение передаточной матрицы корректора на частоте ω_0 ,

$$F(e^{i\omega_0\tau}) = -T_{11}(e^{i\omega_0\tau}) T_{21}^{-1}(e^{i\omega_0\tau}) \times [T_{12}(e^{i\omega_0\tau}) - T_{11}(e^{i\omega_0\tau}) T_{21}^{-1}(e^{i\omega_0\tau}) T_{22}(e^{i\omega_0\tau})]^{-1}.$$

Правая часть последнего равенства представляет собой числовую матрицу, которую обозначим через H . Далее для простоты будем считать, что $\dim \zeta = \dim \xi = 1$, т. е. передаточная матрица имеет размерность 1×1 .

Исходя из вида передаточной функции корректора, получим представление

$$F(e^{i\omega_0\tau}) = \sum_{j=0}^{\gamma-1} F_{\gamma-1-j} (e^{i\omega_0\tau})^{-j} \cdot (1 - (e^{i\omega_0\tau})^{-1}) = H.$$

Выписав отдельно равенства для вещественных и мнимых частей, можно получить вещественную систему уравнений относительно коэффициентов $F_{\gamma-1}$ и $F_{\gamma-2}$ с невырожденной матрицей,

$$Q \begin{bmatrix} F_{\gamma-2} \\ F_{\gamma-1} \end{bmatrix} + L \begin{bmatrix} F_0 \\ \vdots \\ F_{\alpha-3} \end{bmatrix} = V, \quad (12)$$

$$Q = \begin{bmatrix} \cos \bar{\omega} - \cos 2\bar{\omega} & 1 - \cos \bar{\omega} \\ \sin 2\bar{\omega} - \sin \bar{\omega} & \sin \bar{\omega} \end{bmatrix},$$

$$L = \begin{bmatrix} \cos(\gamma-1)\bar{\omega} - \cos \gamma\bar{\omega} \dots \cos 2\bar{\omega} - \cos 3\bar{\omega} \\ \sin \gamma\bar{\omega} - \sin(\gamma-1)\bar{\omega} \dots \sin 3\bar{\omega} - \sin 2\bar{\omega} \end{bmatrix}, \quad (13)$$

$$V = \begin{bmatrix} \operatorname{Re} H \\ \operatorname{Im} H \end{bmatrix}, \quad \bar{\omega} = \omega_0 \tau.$$

Таким образом, задав произвольно коэффициенты $F_0, \dots, F_{\gamma-3}$, можно получить значения $F_{\gamma-1}$ и $F_{\gamma-2}$, при которых выполняется равенство $F(e^{i\omega_0\tau}) = H$ и, следовательно, $F_{y\delta}(e^{i\omega_0\tau}, F) = 0$. Теорема доказана.

Замечание 1. Из доказательства теоремы видно, что минимальный порядок, который должен иметь фильтр, чтобы удовлетворять выдвигаемым условиям, равен 2.

Замечание 2. С очевидными изменениями доказательство можно провести для нескольких частот, для которых заданы условия вида $F_{y\delta}(e^{i\omega_0\tau}, F) = 0$. Порядок фильтра в этом случае должен быть не меньше $2n_1$, где n_1 – количество частот настройки фильтра.

Синтез квазиоптимального корректора при движении под действием морского волнения

Пусть фильтр настраивается на одну частоту и есть условия для того, чтобы он имел порядок $\gamma > 2$. Тогда можно использовать коэффициенты $F_0, \dots, F_{\gamma-3}$ для того, чтобы улучшить качество подавления влияния морского волнения. Будем считать, что $\dim y = \dim \delta = \dim d = 1$.

Переформулируем задачу (11),

$$I(F) = \tilde{I}(F_0, \dots, F_{\gamma-3}) \rightarrow \min_{F_0, \dots, F_{\gamma-3}}.$$

Рассмотрим совместно уравнения объекта и наблюдателя, замкнутого корректором. Полученную систему можно переписать относительно вектора объединенных переменных,

$$q \begin{bmatrix} x \\ \hat{x} \\ \delta \end{bmatrix} = M(q) \begin{bmatrix} x \\ \hat{x} \\ \delta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} H \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} d,$$

$$M(q) = \begin{pmatrix} A & 0 & B \\ GC & A - GC & B \\ F(q)C + \tilde{v}C & \tilde{K} - F(q)C & \tilde{K}_\delta \end{pmatrix}.$$

Перейдя в частотную область и воспользовавшись теоремой Крамера, получим выражение для функции $F_{d\delta}$,

$$F_{d\delta} = \frac{N_{d\delta}(z)}{D_{d\delta}(z)}, \quad D_{d\delta}(z) = \det(M(z) - Ez),$$

$$N_{d\delta}(z) = \det \begin{bmatrix} A - Ez & 0 & -H \\ GC & A - GC - Ez & 0 \\ (F(z) + \tilde{v})C & \tilde{K} - F(z)C & 0 \end{bmatrix}. \quad (14)$$

Можно показать, что для знаменателя $D_{d\delta}(z)$ выполняется равенство

$$D_{d\delta}(z) = \det[A - GC - Ez] \times \det \begin{bmatrix} A - Ez & B \\ K & K_\delta - z \end{bmatrix}. \quad (15)$$

Числитель после преобразований можно представить в виде $N_{d\delta}(z) = p(z) + F(z)f_0(z)$, где $p(z)$ и $f_0(z)$ – полиномы степеней n_p и n_f^0 , и коэффициентами p_j , f_j^0 . С учетом полученных представлений можно переписать выражение для функционала в задаче (11) в виде

$$I(F) = \int_0^{2\pi/\tau} \left| \frac{1}{D_{d\delta}(e^{i\omega\tau})} \right|^2 |w(e^{i\omega\tau})|^2 d\omega,$$

$$w(z) = \sum_{j=0}^{n_p} p_j z^{j+\gamma} + \sum_{j=0}^{\gamma-1} F_j z^j (z-1) \sum_{j=0}^{n_f^0} f_j^0 z^j.$$

Учитывая равенство (15), можно показать, что функция $|1/D_{d\delta}(z)|^2$ ограничена на области интегрирования некоторой величиной $M_1 > 0$.

Тогда $I(F) < M_1 \int_0^{2\pi/\tau} |w(e^{i\omega\tau})|^2 d\omega$.

Поставим новую задачу оптимизации

$$I_1(F) = \int_0^{2\pi/\tau} |w(e^{i\omega\tau})|^2 d\omega \rightarrow \min_{F_0, \dots, F_{\gamma-3}}. \quad (16)$$

Пример

Приведенный алгоритм был реализован в среде MATLAB [7] и использован для синтеза квазиоптимального фильтра для системы управления надводным транспортным судном, движущимся со скоростью 10 м/с в условиях морского волнения интенсивностью 5 баллов.

Дискретная модель судна имеет вид

$$x[k+1] = Ax[k] + B\delta[k] + Hd[k],$$

$$y[k] = Cx[k],$$

$$\delta[k+1] = u[k],$$

$$x = [\beta, \theta, \varphi]^T, C = [0 \ 0 \ 1],$$

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & 0 \\ a_{21} & a_{22} & 0 \\ 0 & \tau & 1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ 0 \end{bmatrix}, H = \begin{bmatrix} h_1 \\ h_2 \\ 0 \end{bmatrix},$$

где β – угол дрейфа, θ – угловая скорость по курсу, φ – угол, задающий курс судна, δ – угол отклонения вертикальных рулей. При периоде дискретности $\tau = 1$ коэффициенты имеют следующие значения: $a_{11} = 0,8938$, $a_{12} = 0,4233$, $a_{21} = 0,0096$, $a_{22} = 0,6$, $b_1 = -0,035$, $b_2 = 0,015$, $h_1 = 0,0015$, $h_2 = 0,09$.

Рассматривается асимптотический наблюдатель с матрицей коэффициентов $G = [g_1, g_2, g_3]^T$, $g_1 = 0,0497$, $g_2 = 0,0083$, $g_3 = 0,1907$.

Базовый закон управления по выходу наблюдателя формируется в виде

$$u[k] = \tilde{K}\hat{x}[k] + \tilde{k}_\delta\delta[k] + \tilde{v}y[k],$$

$$\tilde{K} = [\tilde{k}_1 \quad \tilde{k}_2 \quad \tilde{k}_3]$$

с коэффициентами $\tilde{k}_1 = -0,3051$, $\tilde{k}_2 = -5,0150$, $\tilde{k}_3 = 7,7115$, $\tilde{k}_\delta = -0,0637$, $\tilde{v} = -9,6482$.

Движение замкнутой системы рассматривалось в двух режимах, под действием ступенчатого возмущения $d[k] = 0,025 \cdot \mathbf{1}[k]$ и под действием морского волнения со спектром, полученным в результате дискретизации аналогового спектра

$$S_a = \frac{0,0204s}{s^2 + 0,21s + 0,261} \cdot \frac{20s^2}{20s^2 + 13,5s + 5}.$$

Для приведенной модели объекта определитель $p(z)$ и $f_0(z)$ в разложении $N_{d\delta}$ будут иметь вид

$$p(z) = 0,87z^4 - 2,9z^3 + 3,6z^2 - 1,96z + 0,39,$$

$$f_0(z) = 0,09z^4 - 0,3z^3 + 0,38z^2 - 0,21z + 0,04.$$

Фильтр настраивается на частоту $\omega_0 = 0,5$, его передаточная функция на этой частоте должна иметь значение $H = 9,4303 - 0,8329i$.

По этим значениям были построены матрица A_w и вектор B_w для отыскания квазиоптимального фильтра 15 порядка.

Амплитудно-частотные характеристики замкнутых систем от входа d к выходу δ с фильтром и без него изображены на рис. 2. Первая показана сплошной линией, вторая – прерывистой.

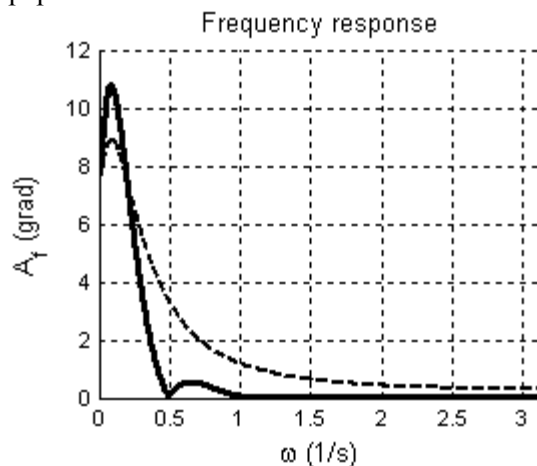


Рис. 2. Частотные характеристики системы с фильтром и без него

Целевой функционал

$$I(F) = \int_0^{2\pi/\tau} |F_{d\delta}(e^{i\omega\tau}, F)|^2 d\omega$$

в задаче (11) для системы с квазиоптимальным корректором равен $I(F_{opt}) = 44,3073$, для системы без корректора – $I(\mathbf{0}) = 50,3998$.

Динамику МПО при движении под действием ступенчатого возмущения иллюстрирует рис. 3. На нем представлены прерывистой линией – график функции $y[k]$ для курса при управлении без фильтра, сплошной – той же функции при управлении с фильтром. Максимальное отклонение от курса в первом случае равно $1,7^\circ$, а включение корректора увеличивает эту величину до $3,63^\circ$.

Графики отклонения рулей $\delta[k]$ и курса $y[k]$ при стабилизации на морском волнении с отключенным корректором (прерывистой линией) и с включенным (сплошной), полученные в одной из реализаций, показаны на рис. 4 и 5.

Таким образом, использование полученного фильтра существенно улучшает качество стабилизации рулей при движении в условиях морского волнения, однако негативно сказывается на качестве движения под действием ступенчатого возмущения. Тем не менее, полученные результаты свидетельствуют о работоспособности и эффективности принятого подхода.

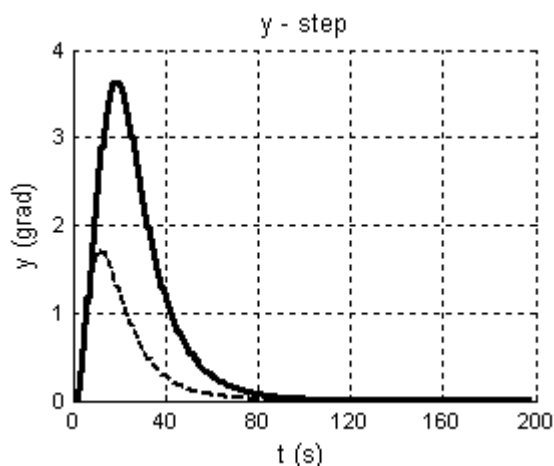


Рис. 3. Реакция замкнутой системы на ступенчатое возмущение

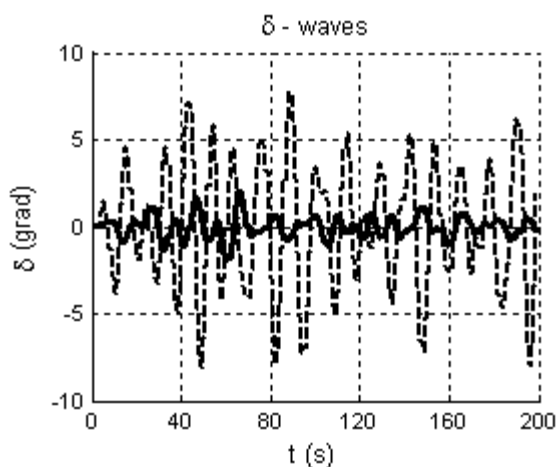


Рис. 4. Отклонения рулей на волнении

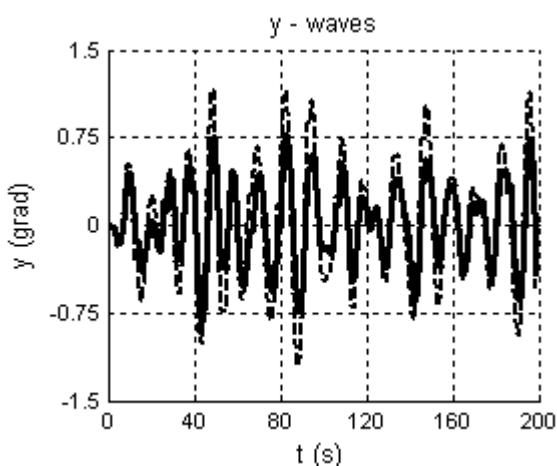


Рис. 5. Изменение курса под действием волнения

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В статье рассмотрено применение многоцелевого подхода к синтезу цифровой системы управления движением морских судов, функционирующих под действием волнения. Доказана теорема о существовании нерекурсивного фильтра, который, будучи применен в качестве корректора в системе многоцелевого управления, обеспечивает подавление влияния регулярного волнения с заданной частотой на отклонения управляющих органов. Разработан алгоритм синтеза квазиоптимального нерекурсивного фильтра для подавления влияния нерегулярного морского волнения на отклонения управляющих органов. Работа указанного алгоритма проиллюстрирована примером.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Зубов В. И.** Лекции по теории управления. М.: Наука, 1975.
2. **Веремей Е. И., Корчанов В. М.** Многоцелевая стабилизация динамических систем одного класса // Автоматика и телемеханика. 1988. № 9. С. 126–137.
3. Компьютерное моделирование систем управления движением морских подвижных объектов / Е. И. Веремей [и др.]. СПб.: СПбГУ, 2002.
4. **Веремей Е. И.** Синтез законов многоцелевого управления движением морских объектов // Гироскопия и навигация. 2009. № 4. С. 3–14.
5. **Веремей Е. И., Сотникова М. В.** Применение метода H_∞ -оптимизации для синтеза фильтров морского волнения // Гироскопия и навигация. 2009. № 2. С. 24–36.
6. **Franklin G. F., Powell J. D., Workman M. L.** Digital control of dynamic systems. CA: Addison Wesley, 1997.
7. **Андриевский Б. Р., Фрадков А. Л.** Избранные главы теории автоматического управления с примерами на языке MATLAB. СПб.: Наука, 2000.

ОБ АВТОРАХ

Арефина Антонина Игоревна, асп. каф. компьютерн. технологий и систем С.-Петерб. гос. ун-та. Дипл. математик – системный программист (СПбГУ, 2009). Иссл. в обл. математическ., компьютерн. моделирования и управления динамическ. объектами, оптимизации систем управления.