

УДК 621.92.01

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ ТЕМПЕРАТУРЫ ШЛИФОВАНИЯ ПРИ ПЕРИОДИЧЕСКОМ ТЕПЛОМ ПОТОКЕ

Н. В. Лищенко<sup>1</sup>, В. П. Ларшин<sup>2</sup>

<sup>1</sup> odmnv@rambler.ru, <sup>2</sup> vplarshin@rambler.ru

<sup>1</sup> Одесская национальная академия пищевых технологий (ОНАПТ)

<sup>2</sup> Одесский национальный политехнический университет (ОНПУ)

Поступила в редакцию 22.01.2013

**Аннотация.** Установлено, что температура прерывистого шлифования при периодическом тепловом потоке содержит две компоненты: аperiodическую непрерывно возрастающую и периодическую импульсную. Исследован переходный процесс изменения этой температуры, получены формулы для определения температуры прерывистого шлифования и времени переходного процесса изменения этой температуры.

**Ключевые слова:** прерывистое шлифование; периодический тепловой поток; переходный процесс изменения температуры.

### ВВЕДЕНИЕ

Показано [1], что различие в результатах определения температуры шлифования по одно- и двумерной теплофизическим схемам незначительно (до 10 %) при прочих одинаковых условиях как при наличии принудительного охлаждения, так и без него. Поэтому целесообразно при технологическом проектировании и технологической диагностике процесса шлифования пользоваться одномерной теплофизической схемой с линейным тепловым потоком. В соответствии с этой схемой тепловое поле создается вследствие движения по координате  $x$  теплового потока, векторы плотности которого являются параллельными.

Температуру в зоне шлифования можно регулировать, если шлифование производить с определенными многократными на временном интервале нагрева  $0 \leq \tau \leq \tau_n$  перерывами во времени. Это позволяет изменить характер температурного поля и максимальную величину температуры в зоне контакта, когда прерывистый периодический нагрев обрабатываемой поверхности чередуется с его периодическим отсутствием. Такой процесс можно осуществить при шлифовании специальными кругами, имеющими на рабочей поверхности ряд чередующихся выступов и впадин определенной протяженности, которые попарно образуют микроциклы нагрева (выступ) и охлаждения (впадина). Например, если длина режущего выступа шлифовального круга  $l_1$ , а впадины  $l_2$ , то интервал времени нагрева зоны контакта

$$T_1 = \frac{l_1}{V_{кр}} \quad (V_{кр} - \text{линейная скорость вращения}$$

круга) каждый раз чередуется с соответствующим интервалом времени охлаждения

$$T - T_1 = \frac{l_2}{V_{кр}} \quad (\text{рис. 1}).$$

Во время работы режущего выступа (нагрев) в зоне контакта действует тепловой поток  $q(\tau) = q_{\max}$ , а во время отсутствия резания (охлаждение) –  $q(\tau) = 0$  (рис. 1). Таким образом, тепловой поток, воздействующий на обрабатываемую поверхность, можно представить в виде следующей ступенчатой функции [2]

$$q(\tau) = q_{\max}, \text{ при } nT < \tau < nT + T_1, n = 0, 1, \dots$$

$$q(\tau) = 0, \text{ при } nT + T_1 < \tau < (n+1)T, n = 0, 1, \dots$$

Непрерывная последовательность микроциклов располагается на участке нагрева, длительность которого как для сплошного, так и для прерывистого круга определяется временем действия теплового источника при шлифовании  $\tau_n$ , которое можно определить по формуле

$$\tau_n = \frac{2h}{V}. \text{ Условием выбора геометрических па-}$$

раметров прерывистого круга является предварительно заданная степень понижения температуры прерывистого шлифования по отношению к случаю  $q(\tau) = q_{\max} = \text{const}$  [3].

Необходимо получить зависимость температуры прерывистого шлифования только от геометрических параметров круга, к числу которых

относятся количество  $N$  режущих выступов на круге и коэффициент заполнения  $S$  на окружном шаге. Необходимо также учитывать, что при нахождении впадины прерывистого круга в зоне контакта отсутствие теплового потока сопровождается отсутствием съема материала, а это приводит к соответствующей дополнительной нагрузке на последующий режущий выступ круга и, как следствие, к дополнительной добавке (т. е. возрастанию) теплового потока на этом режущем выступе. В соответствии с предлагаемой методикой сформулировано условие постоянства интенсивности шлифования (работы резания), которое необходимо обеспечивать для всех сравниваемых между собой конструкций прерывистых кругов.

Условие постоянства работы резания должно сопровождаться постоянством мощности, затрачиваемой на резание, которая может быть найдена из известного соотношения. Например, для плоского шлифования

$$P = q_{ave} S_n \sqrt{Dt}, \quad (1)$$

где  $P$  – измеренная мощность резания (средняя величина периодически изменяющейся мощности), Вт;  $q_{ave}$  – средняя плотность теплового потока (рис.1), Вт/м<sup>2</sup>;  $D$  – диаметр шлифовального круга, м;  $t$  – глубина резания, м;  $S_n$  – поперечная подача, м.

Следовательно, постоянство мощности при фиксированных режимных параметрах ( $t, S_n$ ) и известном диаметре шлифовального круга ( $D$ ) сопровождается постоянством плотности теплового потока. Поэтому указанное выше условие сравнения кругов обеспечивается при постоянстве удельного параметра  $q_{ave}$  – средней плотности теплового потока.

**Целью исследований** является разработка методики оптимизации геометрических параметров прерывистого круга. Для этого необходимо: разработать математическую модель для определения температуры прерывистого шлифования, выбрать и оптимизировать варьируемые геометрические параметры круга исходя из наименьшей температуры прерывистого шлифования. Для чего требуется установить возможные интервалы изменения выбранных параметров, составить план вычислительного эксперимента с наименьшим количеством возможных сочетаний варьируемых геометрических параметров, выполнить вычисление и анализ температуры прерывистого шлифования при указанных сочетаниях геометрических парамет-

ров и сформировать рекомендации по выбору оптимальных геометрических параметров.

### ИЗЛОЖЕНИЕ ОСНОВНОГО МАТЕРИАЛА

В качестве модели для определения температуры прерывистого шлифования использовано решение одномерного дифференциального уравнения теплопроводности при периодическом тепловом потоке на поверхности [2].

В этом решении установившаяся температура  $\Theta_{SUM}$  от воздействия на поверхность полуграниченного тела периодического теплового потока состоит из двух составляющих, причем

$$\Theta_{SUM} = \Theta_R(q_{ave}) + \Theta_P(q_{max}). \quad (2)$$

Первая составляющая  $\Theta_R(q_{ave})$  – непрерывно возрастает по величине и зависит от среднего уровня плотности теплового потока  $q_{ave}$ . Вторая составляющая  $\Theta_P(q_{max})$  – импульсная периодическая, зависит от максимального уровня плотности теплового потока  $q_{max}$ . При этом

$$\Theta_R = \frac{2q_{ave}}{\lambda} \sqrt{\frac{a\tau}{\pi}} = \frac{2q_{max}}{\lambda} \frac{T_1}{T} \sqrt{\frac{a\tau}{\pi}}, \quad (3)$$

где  $\tau$  – время действия теплового источника в интервале  $0 \leq \tau \leq \tau_n$ , с;  $q_{ave} = q_{max} \frac{T_1}{T}$  и  $q_{max}$  – средняя и максимальная за период импульса плотность теплового потока, Вт/м<sup>2</sup>;  $\lambda$  – теплопроводность обрабатываемого материала, Вт/(м·°С).

В формуле (2) периодическая часть установившейся температуры определяется по следующим зависимостям на интервале одного микроцикла шлифования [2]:

в интервале  $0 < p < S$  (нагрев)

$$\Theta_p = \frac{2q_{max}}{\lambda} \sqrt{\frac{aT}{\pi}} \times \left[ (1-S)\sqrt{p} - \frac{1}{\sqrt{\pi}} I(S, p) \right], \quad (4)$$

в интервале  $S < p < 1$  (охлаждение)

$$\Theta_p = \frac{2q_{max}}{\lambda} \sqrt{\frac{aT}{\pi}} \times \left[ (1-S)\sqrt{p} - \sqrt{(p-S)} - \frac{1}{\sqrt{\pi}} I(S, p) \right], \quad (5)$$

где  $S = \frac{T_1}{T}$  – коэффициент заполнения или величина, обратная скважности прямоугольного импульса теплового потока;  $p = \frac{\tau}{T}$  – безразмерное (относительное) время в интервале микроцикла шлифования  $0 \leq \tau \leq T$ .

В формулах (4) и (5) используется выражение

$$I(S, p) = \int_0^{\infty} \left[ (1-S) \exp(-\xi^2) - \exp\{-(1-S)\xi^2\} + S \right] \times \exp(-p\xi^2) \xi^2 \left[ 1 - \exp(-\xi^2) \right] d\xi. \quad (6)$$

Математическая модель (2)–(5) для определения температуры от периодического теплового потока позволяет находить эту температуру в любой момент времени на интервале времени установившихся значений температур. Недостатком этой модели является неопределенность этого временного интервала, который наступает после окончания переходного процесса установления температуры. Это сдерживает применение модели (2)–(5) для проектирования оптимальных конструкций прерывистых кругов и для диагностики процесса прерывистого шлифования.

Предлагается следующий подход к определению температурного поля при прерывистом периодическом воздействии теплового потока. Известно, что при отсутствии принудительного охлаждения обрабатываемой поверхности к температурным полям от действия смещенных во времени тепловых источников применим принцип суперпозиции: смещенные по времени температурные поля можно суммировать путем сложения температур в одних и тех же пространственных координатах. Сущность принципа суперпозиции применительно к прерывистому шлифованию заключается в следующем. Температурное поле от отдельного прямоугольного импульса теплового потока, действующего на интервале времени  $0 \leq \tau \leq T_1$  (рис. 1), может быть заменено суммой температурных полей от действия двух непрерывных по времени источников. Первый тепловой источник является положительным ( $+q_{\max}$ ). Он непрерывно действует на интервале времени  $0 \leq \tau \leq \infty$ . Второй тепловой источник (сопрягаемый с первым источником) является отрицательным источником

( $-q_{\max}$ ). Он действует непрерывно на интервале времени  $T_1 \leq \tau \leq \infty$ . Такая методика представления одиночного импульса теплового потока известна применительно к одиночному интервалу времени действия теплового потока при обычном шлифовании сплошным кругом [1]. Длительность  $\tau_n$  этого интервала характеризует макроцикл шлифования (рис. 1). Применительно к прерывистому кругу такой способ представления одиночного импульса теплового потока сохраняется, только вместо времени макроцикла  $\tau_n$  используется время микроцикла  $T_1$ .

Для прерывистого круга общее количество импульсов  $n$  (число микроциклов прерывистого шлифования) на интервале времени нагрева  $0 \leq \tau \leq \tau_n$  можно определить по формуле [4]

$$n = \frac{\sqrt{D \cdot t} \cdot V_{kp}}{V(l_1 + l_2)}. \quad (7)$$

Методом суперпозиции может быть получена следующая рекуррентная формула для определения температуры на участке нагрева

$$T = \frac{2q}{\lambda} \left( \sum_{i=1}^n \sqrt{a[\tau - (i-1)T]} \times \operatorname{ierfc} \frac{x}{2\sqrt{a[\tau - (i-1)T]}} - \sqrt{a[\tau - (i-1)T - T_1]} \times \operatorname{ierfc} \frac{x}{2\sqrt{a[\tau - (i-1)T - T_1]}} \right). \quad (8)$$

Для построения графика зависимости температуры шлифования от времени (рис. 2) по уравнениям (2)–(5) и (8) в среде MathCAD принимаем следующие исходные данные:  $D = 390$  мм (из возможного интервала 300...400 мм),  $l_1 = 20$  мм,  $l_2 = 15$  мм,  $V_{kp} = 35$  м/с,  $V = 2$  м/мин,  $t = 0,028$  мм,  $q_{\max} = 40 \cdot 10^6$  Вт/м<sup>2</sup>,  $\lambda = 42$  Вт/(м·°С),  $a = 8 \cdot 10^6$  м<sup>2</sup>/с.

При этих условиях  $l_1 + l_2 = 35$  мм, число режущих выступов на прерывистом круге  $N = 35$ , время одного полного оборота круга 35 мс, время воздействия неподвижного плоского теплового источника  $\tau_n = 100$  мс, количество оборотов круга за время  $\tau_n - 2,9$ . Таким образом, в состав одного интервала прерывистого шлифо-

вания длительностью  $\tau_n = 100$  мс входит 100 микроциклов длительностью  $T = 1$  мс, при этом за время одного оборота круга происходит 35 микроциклов шлифования.

Время действия режущего выступа составляет

$$T_1 = \frac{l_1}{V_{кр}} = \frac{20 \cdot 10^{-3}}{35} = 0,5714 \cdot 10^{-3} \text{ с.}$$

Время отсутствия теплового импульса (над точкой контакта проходит впадина длиной  $l_2$ )

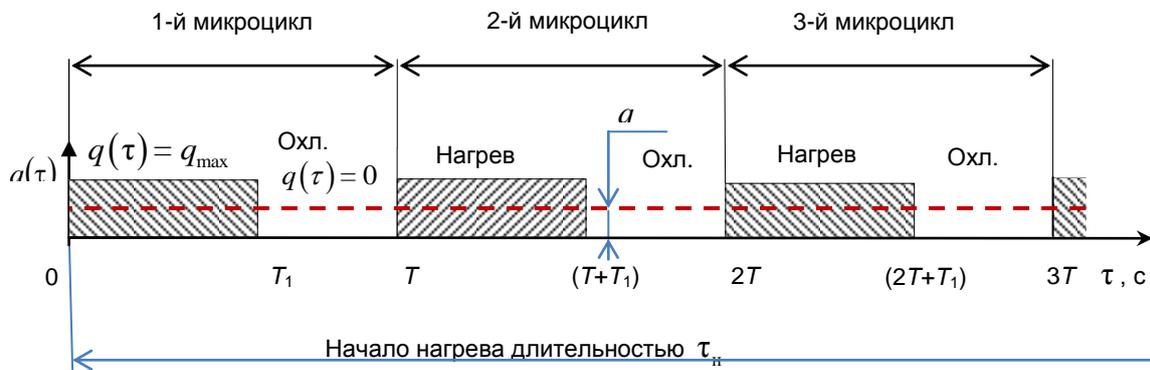
$$T - T_1 = \frac{l_2}{V_{кр}} = \frac{15 \cdot 10^{-3}}{35} = 0,42857 \cdot 10^{-3} \text{ с.}$$

Коэффициент заполнения периода прямоугольного импульса

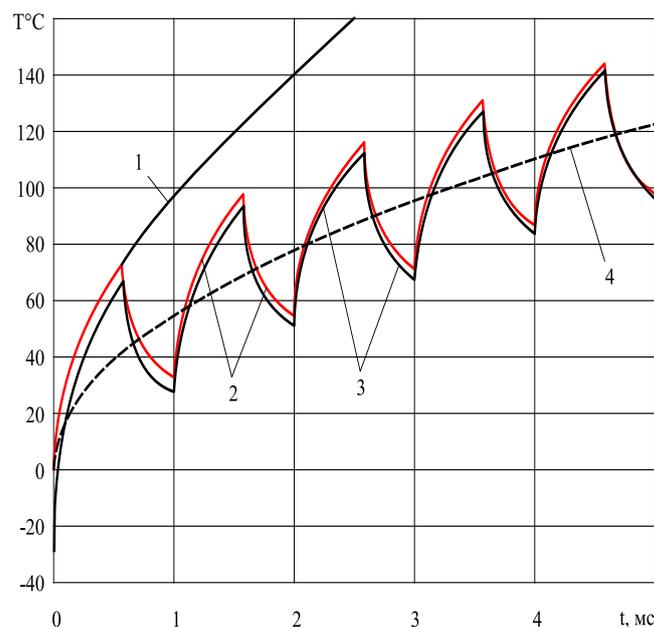
$$S = \frac{T_1}{T} = \frac{0,5714}{1} = 0,5714 \cdot .$$

Из анализа данных на рис. 2 видно, что математическая модель (2)–(5) дает наибольшую погрешность на интервале первого микроцикла шлифования: суммарная температура, полученная по формуле (2), изменяется от  $-27$  до  $+66$  °С (кривая 3), в то время как температура, полученная методом суперпозиции по формуле (8), изменяется от 0 до  $+73$  °С (кривая 2).

Начиная со второго микроцикла и далее различие между графиками 2 и 3, построенными по формулам (2)–(5) и (8), уменьшается, что вызвано затуханием переходного процесса изменения температуры.



**Рис. 1.** Периодический тепловой поток с плотностью  $q(\tau)$ :  
 $0T_1$  и  $T_1T$  — интервалы времени нагрева и охлаждения (отсутствия нагрева), образующие микроциклы прерывистого шлифования с периодом микроцикла  $T$



**Рис. 2.** Температура шлифования в начале нагрева на участке переходного процесса:  
 1 — от воздействия постоянной плотности теплового потока  $q(\tau) = q_{\max} = 40$  Вт/мм<sup>2</sup>;  
 2 — полученная методом суперпозиции по уравнению (8); 3 — суммарная установившаяся температура по модели (2)–(5); 4 — непрерывно возрастающая часть установившейся температуры

Непрерывно возрастающая составляющая температуры (кривая 4 на рис. 2) является экспоненциально подобной, однако в отличие от экспоненциального закона медленнее стабилизируется, продолжая нарастать. Причем это нарастание происходит с замедляющимся темпом по мере увеличения длительности макроцикла шлифования на интервале  $0 \leq \tau \leq \tau_n$ . Начиная с 5-го импульса различие между графиками 2 и 3 (рис. 2) можно пренебречь, переходный процесс заканчивается, так как относительная ошибка при определении максимальной температуры не превышает 2 %.

Найденному выше эмпирическим способом времени переходного процесса соответствует постоянная времени  $\tau_t$ , которую можно найти из следующего условия

$$\frac{2q_{\max}}{\lambda} \sqrt{\frac{aT_1}{\pi}} = \frac{2q_{\text{ave}}}{\lambda} \sqrt{\frac{a\tau_t}{\pi}} \quad (9)$$

Учитывая соотношение между параметрами  $q_{\max}$  и  $q_{\text{ave}}$ , из (9) получаем

$$\tau_t = \frac{T}{S} = TQ, \quad (10)$$

где  $Q$  – скважность прямоугольного импульса теплового потока (скважность  $Q$  обратно пропорциональна коэффициенту заполнения  $S$ ).

Для рассматриваемого случая ( $S = 0,5714$ ) постоянная времени переходного процесса по формуле (10) составляет  $\tau_t = \frac{1}{0,5714} = 1,75$  мс.

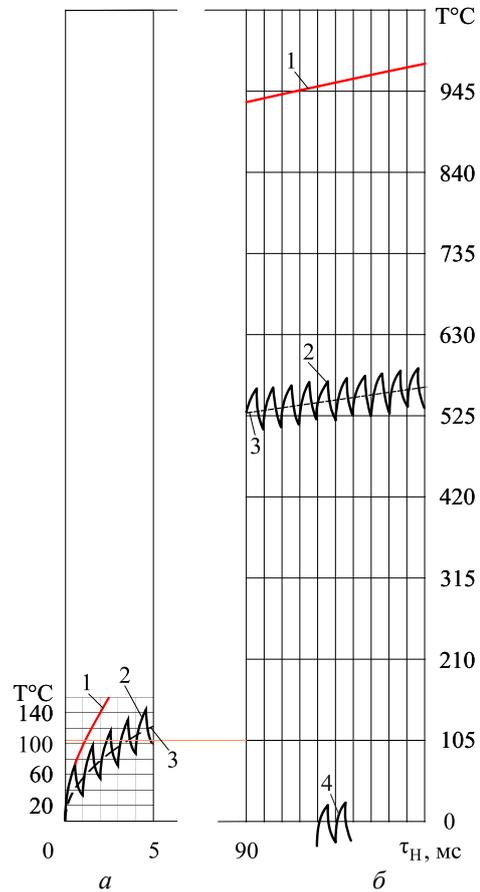
Известно, что время экспоненциального переходного процесса, при котором выходная величина принимает 95 % от своего установившегося значения, приблизительно равно утроенному значению постоянной времени изменения выходной величины (температуры). Исходя из этого правила с учетом формулы (10), время переходного процесса  $T_t$  составит

$$T_t = 3\tau_t = 3 \frac{T}{S} = 3TQ < \tau_n. \quad (11)$$

Для данного случая время переходного процесса равно  $1,75 \cdot 3 = 5,25$  мс, что соответствует выбранному интервалу времени на рис. 2.

Общая формулировка задачи оптимизации заключается в определении геометрических параметров прерывистого круга, которые обеспечивают наименьшую максимальную температуру шлифования на интервале времени действия теплового источника при шлифовании  $0 \leq \tau \leq \tau_n$ .

Для проверки правильности оценки постоянной времени переходного процесса по формуле (10) в программе MatLAB выполнен расчет температуры шлифования по уравнению (8) на всем интервале нагрева  $0 \leq \tau \leq \tau_n$  при шлифовании (рис. 3).



**Рис. 3.** Температура ( $T$  °C) прерывистого шлифования при  $N = 35$  на интервале времени переходного процесса (а) и установившаяся температура (б)

На рис. 3 обозначено: 1 – непрерывно возрастающая температура от воздействия максимального теплового потока  $q(\tau) = q_{\text{ave}} = \frac{q_{\max} T_1}{T}$ ; 2 – суммарная температура прерывистого шлифования; 3 – непрерывно возрастающая температура прерывистого шлифования от воздействия среднего теплового потока  $S = 0,5714$ ; 4 – фрагмент периодической (установившейся) составляющей температуры.

Видно, что температура прерывистого шлифования (кривая 2 на рис. 3) может быть представлена суммой двух компонент: непрерывно возрастающей компоненты 3 и периодической компоненты 4.

Полученная математическая модель (8) для определения температуры прерывистого шли-

фования может быть использована для исследования температурного поля при любой частоте воздействия периодического теплового потока, в том числе при частоте, характерной для тепловых источников – зерен шлифовального круга. Для этого необходимо иметь геометрическую модель шлифовального круга и соответствующую ей теплофизическую схему теплового процесса. В этом случае сплошной шлифовальный круг может быть представлен моделью микропрерывистого круга, у которого режущим выступом является отдельное активное зерно круга, а впадиной – воздушный промежуток, характерный, например, для высокопористого шлифовального круга.

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Установлено, что температура шлифования при периодическом тепловом потоке содержит две компоненты: аperiodическую непрерывно возрастающую и периодическую импульсную.

Математическая модель (2)–(5) позволяет определить только установившуюся температуру прерывистого шлифования для любой частоты воздействия периодического теплового потока.

Получена формула (8) для определения температуры шлифования при периодическом тепловом потоке для любой частоты его воздействия. Она позволяет определять температуру шлифования на переходном и на установившемся участке ее изменения, в том числе для периодических импульсов теплового потока от тепловых источников – активных режущих зерен.

По установленной формуле (11) можно определять время переходного процесса температуры прерывистого шлифования. Это позволяет найти время шлифования, начиная с которого можно использовать модель (2)–(5).

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Лищенко Н. В.** Исследование влияния смазочно-охлаждающей жидкости на температуру шлифования // Труды Одесского политехнического университета: науч. и науч.-произв. сб. Одесса: ОНПУ, 2011. Вып. 2 (36). С. 80–86.
2. **Карслоу Г., Егер Д.** Теплопроводность твердых тел. М.: Наука, 1964. 487 с.
3. **Якимов А. В.** Прерывистое шлифование. Киев—Одесса: Вища школа, 1986. 175 с.
4. **Технология** машиностроения: учебник / А. В. Якимов, В. Н. Царюк, А. А. Якимов [и др.]; под ред. А. В. Якимова. Одесса: Астропринт, 2001. 608 с.

### ОБ АВТОРАХ

**ЛИЩЕНКО Наталия Владимировна**, доц. каф. физики и материаловедения. Дипл. инж.-мех. (Одесск. нац. политехн. ун-т, 1999). Готовит докт. дис. по оптимиз. процессов лезвийной и абразивной обработки деталей.

**ЛАРШИН Василий Петрович**, проф. каф. технологии машиностроения. Дипл. инж.-электрик (Пермск. политехн. ин-т, 1975). Д-р техн. наук по технол. машиностроения (Одесск. нац. политехн. ун-т, 1995). Иссл. в обл. интегрированных технол. систем мех. обработки.

### METADATA

**Title:** The grinding temperature determination in periodic heat flux.

**Authors:** N. V. Lishchenko<sup>1</sup>, V. P. Larshin<sup>2</sup>

**Affiliation:**

<sup>1</sup> Odessa National Academy of Food Technology (ONAFТ), Ukraine.

<sup>2</sup> Odessa National Polytechnic University (ONPU), Ukraine.

**Email:** <sup>2</sup>vplarshin@rambler.ru.

**Language:** Russian.

**Source:** Vestnik UGATU (scientific journal of Ufa State Aviation Technical University), vol. 17, no. 8 (61), pp. 108-113, 2013. ISSN 2225-2789 (Online), ISSN 1992-6502 (Print).

**Abstract:** It is established that the temperature of the discontinuous grinding with periodic heat flux consists of two components: an aperiodic continuously increasing component and a periodic impulse one. The transient change of the temperature is investigated; the formulas for determining the temperature of discontinuous grinding and transient time of the temperature change are derived.

**Key words:** discontinuous grinding; periodic heat flux; transient temperature changes.

### References (English transliteration):

1. N. V. Lishchenko, "Investigation of the influence of metal-working coolant on grinding temperature", (in Russian), *Trudy Odesskogo Politekhnicheskogo Universiteta* (Proceedings of the Odessa Polytechnic University: scientific, science and technology collected articles), no. 2 (36), pp. 80-86, 2011.
2. H. S. Carslow and J. C. Jaeger, *Conduction of heat in solids*, (in Russian). Moscow: Nauka, 1964.
3. A. V. Yakimov, *Discontinuous grinding*, (in Russian). Kiev—Odessa: Vissha shkola, 1986.
4. A. V. Yakimov et al., *Manufacturing technology: textbook*, (in Russian). Odessa: Astroprint, 2001.

### About authors:

**LISHCHENKO, Natalya Vladimirovna**, Associate Professor, Dept. of Physics and Materials Science. Dipl. mechanical engineer (Odessa National Polytech. Univ., 1999).

**LARSHIN, Vasily Petrovich**, Prof., Dept. of Manufacturing Technology. Dipl. electrical engineer (Perm Polytech. Institute, 1975). Cand. of Tech. Sci. (ONPU, 1980), Dr. (Habil.) of Tech. Sci. (ONPU, 1995).