

УДК 621.35

## МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРЕЦИЗИОННОЙ НЕСТАЦИОНАРНОЙ ЭЛЕКТРОХИМИЧЕСКОЙ ОБРАБОТКИ КРУГЛЫМ И ПЛАСТИНЧАТЫМ ЭЛЕКТРОД-ИНСТРУМЕНТОМ

В. П. Житников<sup>1</sup>, Р. Р. Муксимова<sup>2</sup>, А. А. Зарипов<sup>3</sup>

<sup>1</sup>zhitnik@ugatu.ac.ru, <sup>2</sup>rose.r.mux@gmail.com, <sup>3</sup>a\_zaripov@mail.ru

<sup>1,3</sup> ФГБОУ ВПО «Уфимский государственный авиационный технический университет» (УГАТУ)

<sup>2</sup> ФГБОУ ВПО «Санкт-Петербургский государственный университет гражданской авиации» (СПбГУ ГА)

Поступила в редакцию 29 июля 2014 г.

**Аннотация.** Для моделирования прецизионного процесса электрохимического формообразования используется скачкообразная функция выхода по току от плотности тока, определяющая скорость движения границы анода. При этом обрабатываемая поверхность разделяется на три участка: активного растворения, отсутствия растворения (при малой плотности тока) и переходного между ними участка, на котором плотность тока равна критическому значению.

**Ключевые слова:** выход по току; скачкообразная функция; теория функций комплексного переменного.

Исследование электрохимического формообразования представляет большой интерес в связи с широким использованием электрохимической размерной обработки (ЭХО) в различных отраслях промышленности. В последнее время активно развиваются технологии прецизионной обработки различных металлов и сплавов, включая нанотехнологии, с помощью импульсной ЭХО вибрирующим электрод-инструментом (ЭИ). Для этого используют различные способы, увеличивающие локализацию растворения.

Моделирование ЭХО основано на законе Фарадея, согласно которому скорость растворения  $V_{\text{ecm}}$  равна

$$V_{\text{ecm}} = \frac{k}{\kappa} \eta j, \quad k = \kappa \varepsilon / \rho, \quad (1)$$

где  $\varepsilon$  – электрохимический эквивалент;  $\rho$  – плотность растворяемого материала;  $\kappa$  – электропроводность электролита;  $j$  – плотность тока на анодной границе;  $\eta = \eta(j)$  – выход по току (доля тока, участвующего в реакции растворения металла).

Для повышения точности в настоящее время применяются прецизионные технологии импульсно-циклической ЭХО, при которых на поступательное движение ЭИ накладывается ко-

лебательная (обычно синусоидальная) составляющая, а ток подается прямоугольными импульсами в моменты прохождения точки наибольшего сближения ЭИ с деталью. При отводе ЭИ от детали происходит замена отработанного электролита. В связи с небольшими скоростями ЭХО (несколько мм/мин) и краткостью импульсов (порядка 1–3 мсек) изменение межэлектродного зазора за один период можно считать практически малой величиной. Тогда можно применить дискретно-непрерывную модель процесса, для которой справедлива указанная выше зависимость скорости растворения от плотности тока, а коэффициент пропорциональности  $k$  уменьшается в  $Q$  раз, где  $Q$  – скважность импульса.

В связи с кратковременностью импульсов нагревом электролита и газонаполнением пренебрегается, и рассматривается идеальный процесс в однородном электролите.

При заданной зависимости выхода по току  $\eta(j)$  от плотности тока  $j$  и постоянных электродных потенциалах локализация процесса определяется коэффициентом [1]

$$k_{\text{loc}} = \frac{j}{V_{\text{ecm}}} \left| \frac{dV_{\text{ecm}}}{dj} \right| = \left( 1 + \frac{j}{\eta} \frac{d\eta}{dj} \right). \quad (2)$$

Отсюда следует, что чем больше  $\frac{d\eta}{dj}$ , тем

больше величина  $k_{\text{loc}}$ .

Выполнено при финансовой поддержке Минобрнауки России в рамках базовой части госзадания образовательным организациям высшего образования.

В работе зависимость выхода по току от напряженности моделируется скачкообразной функцией [2, 3]

$$\eta(j) = \begin{cases} \eta_0, & j > j_1, \\ 0, & j < j_1. \end{cases} \quad (3)$$

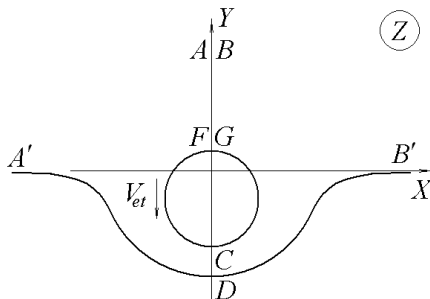
Отметим, что такая модель не противоречит известным экспериментальным результатам [4], поскольку реальная зависимость для пассивирующих электролитов содержит участок резкого изменения выхода по току при приближении плотности тока к некоторому критическому значению.

Важно, что зависимость (3) имеет вертикальный участок (производная близка к бесконечности), что в соответствии с (2) обеспечивает наибольшую локализацию.

Ранее были решены задачи о стационарном формообразовании точечным и круглым ЭИ при  $\eta = \text{const}$  [1], о стационарном формообразовании точечным ЭИ со ступенчатой зависимостью выхода по току [5], о копировании круглого ЭИ с гиперболической зависимостью выхода по току [6], а также о прямоугольной вырезке круглым ЭИ при  $\eta = \text{const}$  [7].

### 1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассмотрим нестационарную задачу электрохимического растворения с помощью ЭИ, представляющего собой в сечении круг с радиусом  $R$ . Круглый ЭИ заглубляется в изначально плоскую заготовку со скоростью  $V_{et}$  под прямым углом к поверхности. Начальный межэлектродный зазор (расстояние  $CD$ ) равен  $S_0$ , разность потенциалов между электродами равна  $U$ . Форма межэлектродного пространства (МЭП) показана на рис. 1.



**Рис. 1.** Схема МЭП (физическая плоскость  $Z$ ):  $FCG$  – ЭИ (катод);  $ADB$  – обрабатываемая поверхность (анод)

Перейдем к безразмерным величинам  $x, y, \tau, w$ :

$$x = X/l, \quad y = Y/l, \\ \tau = \frac{V_{et}}{l} t = k\eta_0 U t / l^2, \quad w = W/U,$$

где  $l = k\eta_0 U / V_{et}$  (величина стационарного зазора в задаче об обработке плоским горизонтальным ЭИ). При этом

$$v_{et} = -\frac{dy_{A'}}{d\tau} = -\frac{1}{l} \frac{l}{V_{et}} \frac{dY_{A'}}{dt} = \frac{V_{et}}{V_{et}} = 1.$$

При допущении об идеальности среды для решения задачи можно применить методы теории функций комплексного переменного. Рассматриваемая задача является разновидностью задачи Хеле-Шоу со свободной границей.

Пусть  $Z = X + iY, z = Z/l = x + iy$ . В связи с эквипотенциальностью электродов форма области МЭП на плоскости комплексного потенциала  $W = \phi + i\psi$  ( $\phi$  – потенциал электрического поля,  $\psi$  – функция тока) представляет собой прямоугольник (рис. 2, а). При этом величина напряженности электрического поля определяется производной  $E = \left( \frac{dW}{dz} \right)$ , а плот-

ность тока в соответствии с законом Ома  $j = \kappa \left( \frac{dW}{dz} \right)$ . В каждый момент времени задача сводится к определению конформного отображения области МЭП физической плоскости на прямоугольник плоскости  $W$ .

В этих терминах равенство (1) примет простой вид

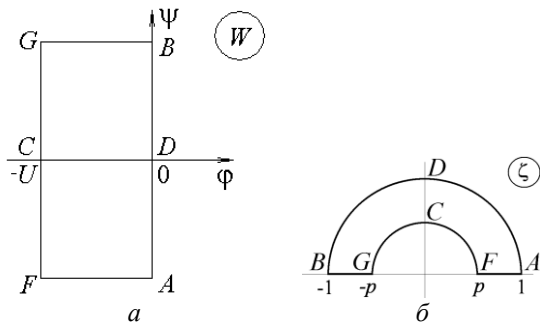
$$\frac{dz}{d\tau} = \frac{l^2}{lk\eta_0 U} \frac{dZ}{dt} = \frac{l}{k\eta_0 U} k\eta \left( \frac{dW}{dz} \right) = \frac{\eta}{\eta_0} \left( \frac{dw}{dz} \right). \quad (4)$$

Отметим, что при эквипотенциальных электродах вектор напряженности направлен по нормали к границам электродов (от катода к аноду). Равенство (4) позволяет рассчитать эволюцию свободной границы (обрабатываемой поверхности) во времени.

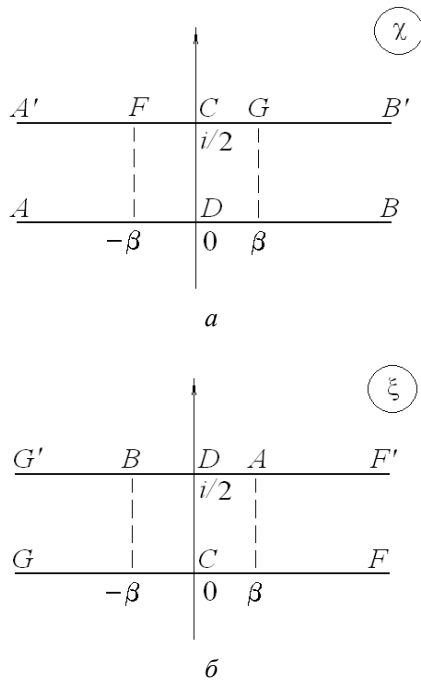
Конформное отображение МЭП на плоскость комплексного потенциала удобнее определять через переменную  $\zeta$  (рис. 2, б), область изменения которой является полукольцо  $p < |\zeta| < 1, \text{Im} \zeta > 0$

$$w = -\frac{1}{\ln p} \left( \ln \zeta - i \frac{\pi}{2} \right). \quad (5)$$

Выберем в качестве основной параметрической переменную  $\chi = \sigma + i\nu$ , область изменения которой представляет собой горизонтальную полосу ширины  $1/2$  (рис. 3, а).



**Рис. 2.** Формы образов МЭП:  
*a* – на плоскости комплексного потенциала;  
*b* – на вспомогательной плоскости  $\zeta$



**Рис. 3.** Формы образов МЭП на параметрических плоскостях  $\chi$  (*a*) и  $\xi$  (*b*)

Связь плоскостей  $\zeta$  и  $\chi$

$$\chi = \frac{1}{\pi} \left( \ln \frac{\zeta - 1}{\zeta + 1} - i \frac{\pi}{2} \right) + \frac{2}{\pi} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{2m-1} \frac{p^{2m-1}}{p^{2m-1} - p^{-2m+1}} (\zeta^{2m-1} + \zeta^{-2m+1}),$$

$$\beta = \frac{1}{\pi} \ln \frac{1+p}{1-p} + \frac{2}{\pi} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{p^{2m-1}}{2m-1} \frac{1+p^{2(2m-1)}}{1-p^{2(2m-1)}},$$

$$\frac{\partial \chi}{\partial \zeta} = \frac{1}{\pi} \frac{2}{\zeta^2 - 1} + \frac{2}{\pi} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{p^{2m-1}}{p^{2m-1} - p^{-(2m-1)}} (\zeta^{2m-2} - \zeta^{-2m}).$$

Тогда производная комплексного потенциала равна

$$\frac{\partial w}{\partial \chi} = -\frac{1}{\ln p} \frac{1}{\zeta} \left( \frac{\partial \chi}{\partial \zeta} \right)^{-1}.$$

В связи с симметрией МЭП относительно оси  $Y$  будем рассматривать правую ее половину.

## 2. ЧИСЛЕННО-АНАЛИТИЧЕСКИЙ МЕТОД

Представим функцию, конформно отображающую полосу плоскости  $\chi$  на область МЭП физической плоскости в неподвижной (относительно тела заготовки) системе координат в виде суммы

$$z(\chi, \tau) = g(\tau) \operatorname{sh} \pi \chi + z_a(\chi, \tau) + z_c(\xi(\chi), \tau), \quad (6)$$

где

- функция  $z_0(\chi) = g \operatorname{sh} \pi \chi$  при  $g > 0$  конформно отображает полосу плоскости  $\chi$  на верхнюю полуплоскость с разрезом, проведенным вверх от точки  $0 + ig$  до бесконечности;

- $z_a(\chi, \tau)$  – аналитическая в полосе  $D_\chi$  (рис. 3, *a*) и непрерывная в ее замыкании  $\overline{D}_\chi$  функция, определяющая отличие формы обрабатываемой поверхности от прямолинейной (при  $\chi = \sigma + i/2 \operatorname{Re} z_a(\chi, \tau) = 0$ );

- $z_c(\xi, \tau)$  – аналитическая в полосе  $D_\xi$  (рис. 3, *b*) и непрерывная в ее замыкании  $\overline{D}_\xi$  функция, предназначенная для описания формы ЭИ (при  $\xi = \omega + i/2 \operatorname{Im} z_c(\xi, \tau) = 0$ ).

Использование дополнительной параметрической плоскости  $\xi$  обусловлено особенностью функции  $\operatorname{Re} z(\chi, \tau)$  типа  $\sqrt{\chi \pm \beta - i/2}$ .

Связь  $\xi$  и  $\chi$

$$\chi = \frac{1}{2\pi} \ln \frac{e^{2\pi\xi} + e^{2\pi\beta}}{e^{2\pi\xi} e^{2\pi\beta} + 1} + \frac{i}{2}, \quad (7)$$

$$\xi = \frac{1}{2\pi} \ln \frac{e^{2\pi\chi} + e^{2\pi\beta}}{e^{2\pi\chi} e^{2\pi\beta} + 1} + \frac{i}{2}.$$

Из (6) найдем ординату точки  $C$  электроинструмента

$$\operatorname{Im} z\left(\frac{i}{2}, \tau\right) = \operatorname{Im} \left\{ g(\tau) \operatorname{sh} \pi \frac{i}{2} + z_a\left(\frac{i}{2}, \tau\right) + z_c\left(\xi\left(\frac{i}{2}, \tau\right)\right) \right\} = g(\tau) + \operatorname{Im} z_c(0, \tau) = s_0 - \tau,$$

$$\frac{dg}{d\tau} = -1 - \operatorname{Im} \frac{\partial}{\partial \tau} z_c(0, \tau). \quad (8)$$

Допустим, ордината точки  $G$  электроинструмента равна  $H$ . Тогда

$$\begin{aligned} \frac{H}{l} = \text{Im} z \left( \beta + \frac{i}{2}, \tau \right) &= \text{Im} \left\{ g(\tau) \text{sh} \left( \pi \beta(\tau) + \frac{i\pi}{2} \right) + \right. \\ &+ z_a \left( \beta(\tau) + \frac{i}{2}, \tau \right) + z_c(\infty, \tau) \left. \right\} = g(\tau) \text{ch}(\pi \beta(\tau)) + \\ &+ \frac{1}{i} \left\{ z_a \left( \beta(\tau) + \frac{i}{2}, \tau \right) + z_c(\infty, \tau) \right\} = \frac{H_0}{l} - \tau, \quad (9) \end{aligned}$$

где  $\beta(\tau)$  – образ точки  $G$ , определяемый из этого уравнения.

Функция  $z_a(\chi, \tau)$  определяется следующим образом. Будем искать решение на границе  $\chi = \sigma$  в узловых точках  $\sigma_m$  ( $m = 0, \dots, n$ ). Искомыми будут значения  $\text{Im} z_a(\sigma_m, \tau_j) = y_m$ . Примем  $\text{Im} z_a(\sigma_n, \tau) = 0$ . Значения  $\text{Im} z_a(\sigma, \tau)$  в точках, промежуточных между узловыми, найдем с помощью кубического сплайна, имеющего две непрерывные производные.

Поскольку  $z_a(\chi, \tau)$  – аналитическая функция, имеющая чисто мнимые значения на прямой  $\text{Im} \chi = 1/2$ , аналитически продолжим ее вверх на полосу единичной ширины. В силу принципа симметрии  $\text{Im} z_a(\sigma + i, \tau) = \text{Im} z_a(\sigma + i0, \tau)$ . Кроме того,  $\text{Im} z_a(\sigma, \tau) = \text{Im} z_a(-\sigma, \tau)$ . Для восстановления функции  $z_a(\chi, \tau)$  используем формулу Шварца

$$z_a(\chi, \tau) = 2 \text{sh} \pi \chi \int_0^\infty \text{Im} z_a(\sigma, \tau) \frac{\text{ch} \pi \sigma d\sigma}{\text{ch}^2 \pi \sigma - \text{ch}^2 \pi \chi}. \quad (10)$$

Функция  $z_c(\xi, \tau)$  получается аналогичным образом. Будем искать решение на границе  $\xi = \omega$  в узловых точках  $\omega_m$  ( $m = 0, \dots, n$ ). Искомыми будут значения  $\text{Re} z_c(\omega_m, \tau_j) = \bar{x}_m$ . Примем  $\text{Re} z_c(\omega_n, \tau) = 0$ . Значения  $\text{Re} z_c(\omega, \tau)$  в промежуточных между узловыми точках найдем с помощью кубического сплайна  $P_c(\sigma)$ , имеющего две непрерывные производные. Функция  $z_c(\xi, \tau)$  определяется с помощью формулы Келдыша – Седова

$$\begin{aligned} z_c(\xi, \tau) &= 2G(\xi) \int_0^\infty \text{Im} \left[ \frac{z_c(\omega, \tau)}{G(\omega)} \right] \times \\ &\times \frac{\text{sh} \pi \omega \text{ch} \pi \omega}{\text{ch}^2 \pi \omega - \text{ch}^2 \pi \xi} d\omega - g_1(\tau) G(\xi), \quad (11) \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned} G(\xi) &= \text{sh}(\pi \chi) = \\ &= \frac{i}{2} \left( \sqrt{\frac{e^{2\pi \xi} + e^{2\pi \beta}}{e^{2\pi \xi} e^{2\pi \beta} + 1}} + \sqrt{\frac{e^{2\pi \xi} e^{2\pi \beta} + 1}{e^{2\pi \xi} + e^{2\pi \beta}}} \right). \quad (12) \end{aligned}$$

$$g_1(\tau) = 2 \int_0^\infty \text{Im} \left[ \frac{z_c(\omega, \tau)}{G(\omega)} \right] \frac{\text{sh} \pi \omega \text{ch} \pi \omega}{\text{ch}^2 \pi \omega + \text{sh}^2 \pi \beta} d\omega.$$

Отметим, что слагаемое  $g_1(\tau)G(\xi)$  введено так, чтобы функция  $z_c(\xi, \tau)$  не имела особенности в точках  $A$  и  $B$ .

Производная  $\frac{\partial z_c}{\partial \omega}(\omega, \tau)$  вычисляется следующим образом: с помощью построения сплайна  $P_c(\omega)$  вычисляются значения коэффициентов сплайна, равных производным  $\frac{\partial \chi_c}{\partial \omega}(\omega, \tau)$  в узловых точках. По полученным с помощью (11) значениям  $y_c(\omega, \tau)$  строится сплайн  $P_{y_c}(\omega)$ , коэффициенты которого равны производным  $\frac{\partial y_c}{\partial \omega}(\omega, \tau)$  в узловых точках.

Нестационарная задача сводится к решению системы обыкновенных дифференциальных уравнений и решается численным методом. При этом на каждом временном шаге  $\tau_j = j\Delta\tau$ ,  $j = 1, 2, \dots$  решаются задачи конформного отображения полосы параметрической плоскости  $\chi$  на физическую плоскость  $z$ . При этом в полном объеме задача конформного отображения решается только при  $\tau = 0$ , так как после каждого шага по времени значения переменных  $y_m(\tau_j)$  и  $\bar{x}_m(\tau_j)$  являются известными, и остается только подставить их в сплайн (и интеграл Шварца (10) и формулу Келдыша – Седова (11)). После этого определяется сдвиг точек обрабатываемой поверхности согласно закону Фарадея (4), где

$$\frac{dw}{dz} = \frac{\partial w}{\partial \chi} / \frac{\partial z}{\partial \chi}, \quad \eta = \begin{cases} 1, & \left| \frac{dw}{dz} \right| > \alpha, \\ 0, & \left| \frac{dw}{dz} \right| \leq \alpha, \end{cases}$$

$\alpha = E_0/E_1$  – безразмерный параметр, характеризующий соотношение максимальной напряженности на аноде  $E_0 = U/l$  и критической напряженности  $E_1 = j_1/\kappa$ .

Далее необходимо подобрать значения  $\sigma_m$  ( $m = 1, \dots, n-1$ ) и  $\omega_m$  ( $m = 1, \dots, n_1-1$ ) так, чтобы полученные при сдвиге значения  $y_m(\tau_{j+1})$  и  $\bar{x}_m(\tau_{j+1})$  соответствовали полученным при сдвиге значениям  $x_m(\tau_{j+1})$  и  $\bar{y}_m(\tau_j)$ . Это выполняется путем решения системы нелинейных уравнений с помощью метода Ньютона с по-

вторым использованием обратной матрицы для итерационного уточнения решения. Это при достаточно малых шагах по времени позволяет обойтись на каждом временном шаге одной операцией обращения матрицы.

При длительных процессах возможно возникновение ситуации, когда узловые точки в области анода значительно разрежаются. Это исправляется с помощью корректировки положения узлов по определенному алгоритму, а соответствующие значения искомым  $y_m(\tau_{j+1})$  и  $\bar{x}_m(\tau_{j+1})$  получаются с помощью сплайна.

### 3. РЕЗУЛЬТАТЫ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОГО ЭКСПЕРИМЕНТА

Формы нестационарной поверхности при обработке различными ЭИ приведены на рис. 4–6 для  $\eta = \text{const}$ . Здесь  $r = R/l$ ,  $L$  – полуширина или высота пластины,  $\Delta\tau$  – шаг по времени.

Формы обрабатываемой поверхности даны в неподвижной системе координат. ЭИ показан в начальном и последнем рассчитанном состоянии, когда решение близко к стационарному. Видно установление стационарных решений (кривые с почти вертикальными участками). Для круглого ЭИ стационарное решение было получено в [1] численно-аналитическим методом. Эмпирически получены зависимости торцевого  $s_{\text{тор}}$  и бокового  $s_{\text{бок}}$  зазоров для стационарного решения

$$s_{\text{тор}} \approx 1 - \frac{1}{2r} + \frac{1}{r^2}, \quad \frac{s_{\text{бок}} - r}{r} \approx 2.526r^{-0.6456}.$$

Для стационарного решения при обработке горизонтальным пластинчатым ЭИ вид  $w(\zeta)$  (рис. 2, а) совпадает с (5), точное решение выражается формулой

$$z(\zeta) = \frac{i}{\ln p} \left\{ \ln(1 - \zeta^2) + \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{m} \frac{p^{2m}}{p^{-2m} + p^{2m}} \left( \frac{1}{\zeta^{2m}} + \zeta^{2m} \right) \right\}.$$

Для стационарного решения при обработке вертикальным пластинчатым ЭИ вид функции  $w(\zeta)$  также совпадает с (5) (рис. 2, а), точное решение выражается формулой

$$z(\zeta) = -\frac{i}{\ln p} \left\{ -\ln(1 - \zeta^2) + \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{m} \frac{p^{2m}}{p^{-2m} - p^{2m}} (\zeta^{2m} + \zeta^{-2m}) \right\} + \frac{i}{\ln p} \left\{ -2\ln(1 + p^2) + 2 \sum_{m=1}^{\infty} \frac{(-1)^m}{m} p^{2m} \frac{p^{-2m} + p^{2m}}{p^{-2m} - p^{2m}} \right\}.$$

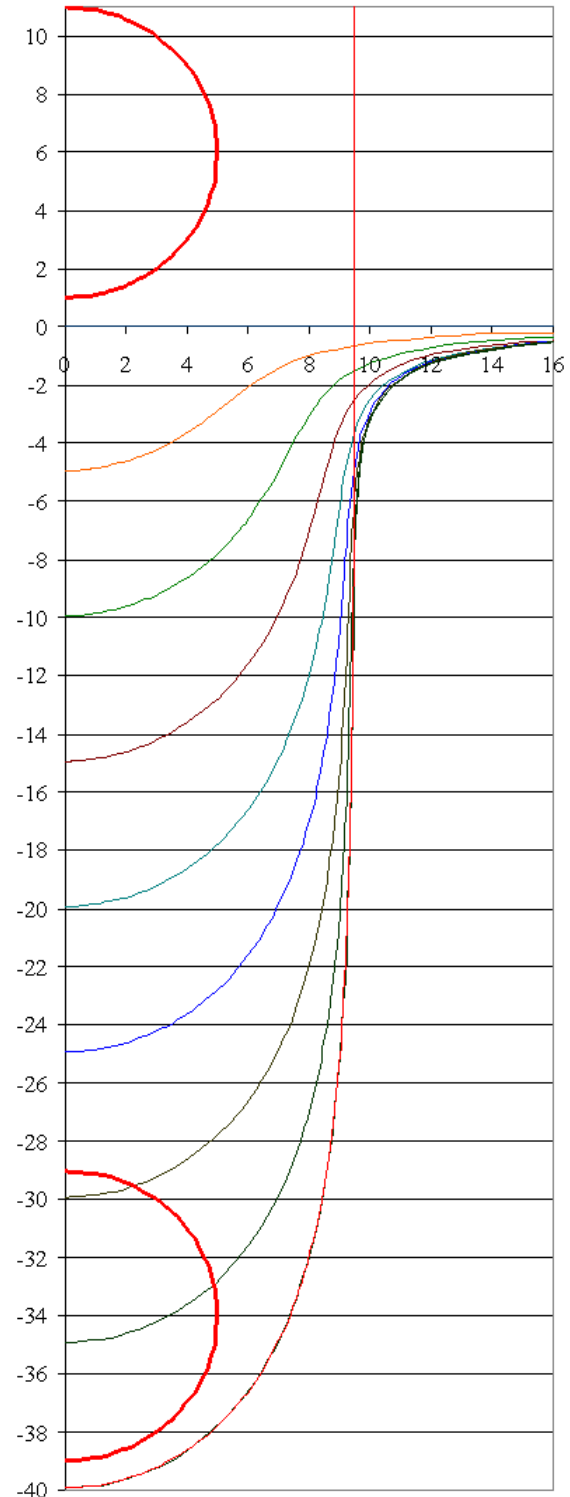
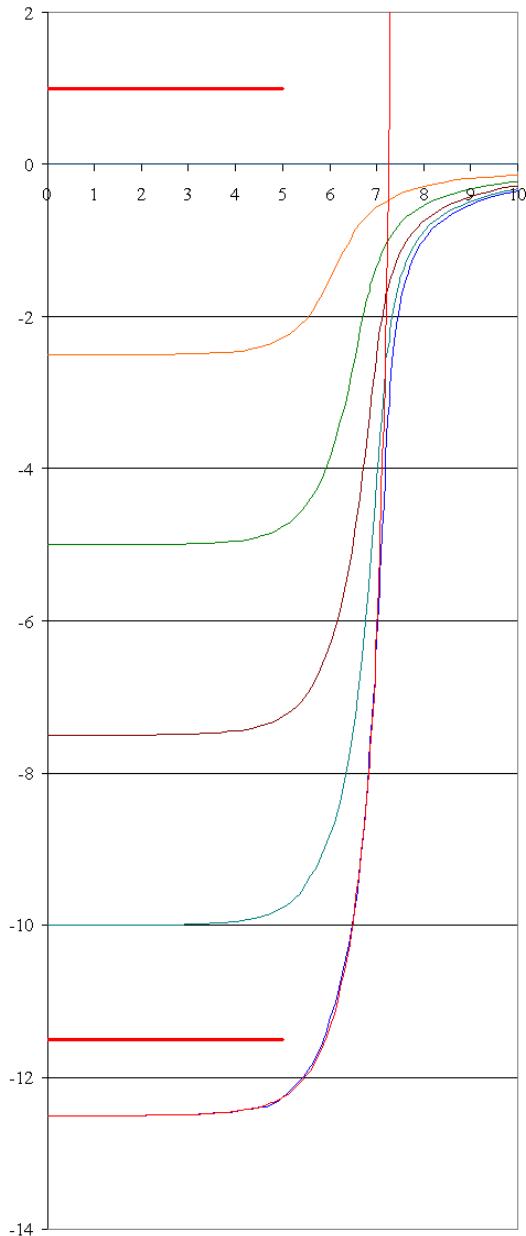


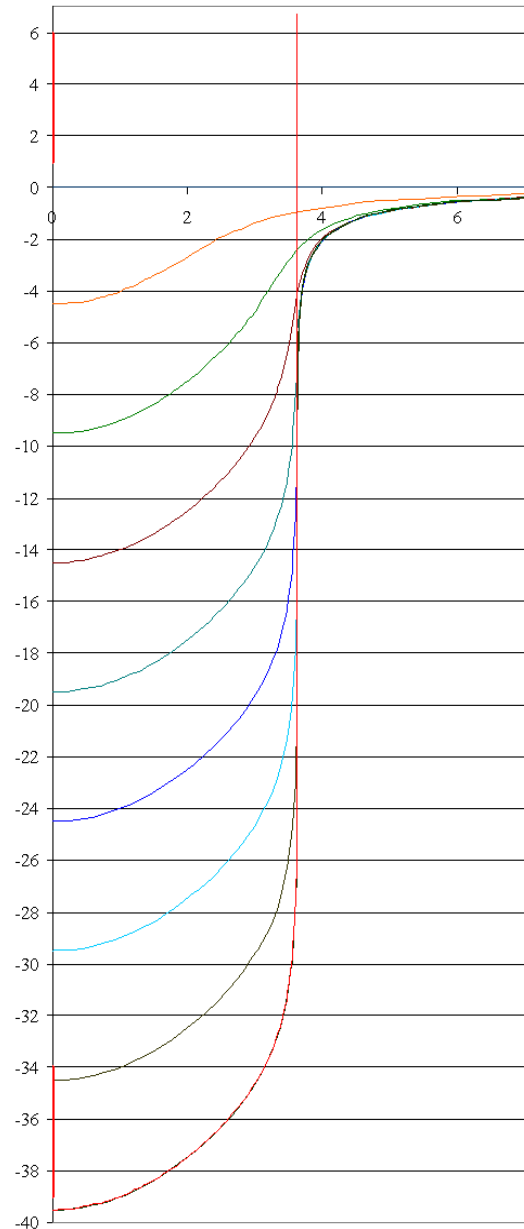
Рис. 4. Формы нестационарной поверхности при обработке круглым ЭИ для  $s_0 = 1$ ,  $r = 5$ ,  $\Delta\tau = 5$



**Рис. 5.** Формы нестационарной поверхности при обработке горизонтальным пластинчатым ЭИ для  $s_0=1$ ,  $\Delta\tau=2.5$ ,  $L=5$

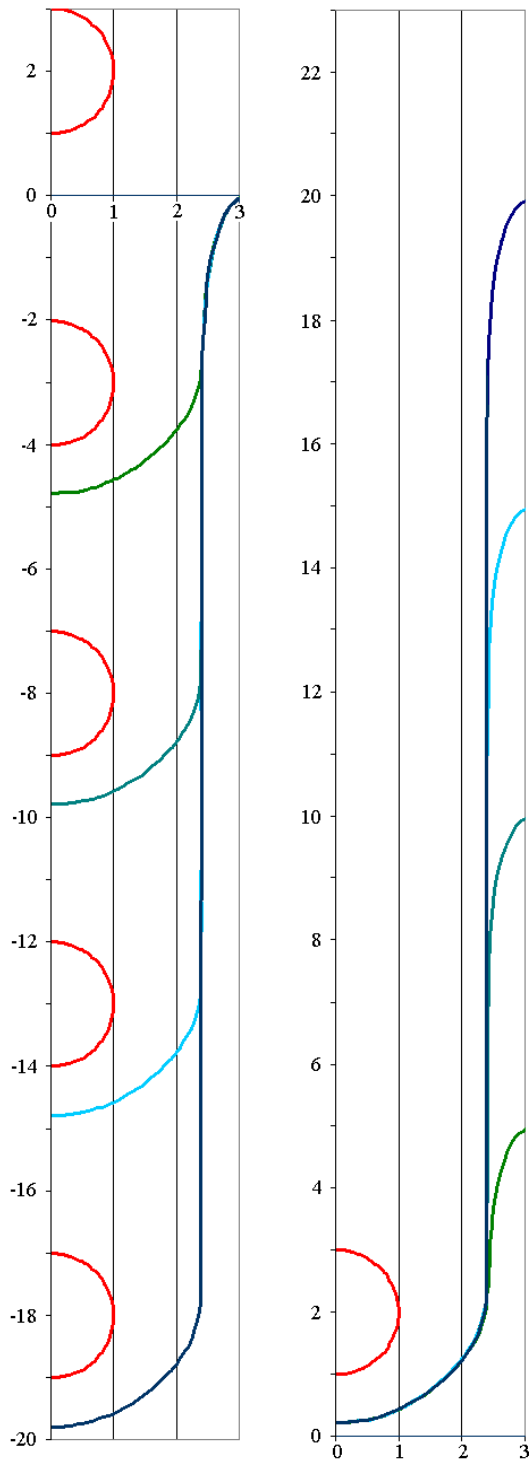
Рассмотрим зависимость выхода по току вида (3).

На рис. 7, а показаны формы обрабатываемой поверхности при  $r=1$ ,  $\alpha=2$  при различном времени обработки в неподвижной системе координат (шаг по безразмерному времени равен  $\Delta\tau=5$ ). Виден ход процесса растворения. Картина в системе координат, связанной с ЭИ (рис. 7, б), позволяет увидеть формирование стационарной формы на обрабатываемой поверхности.

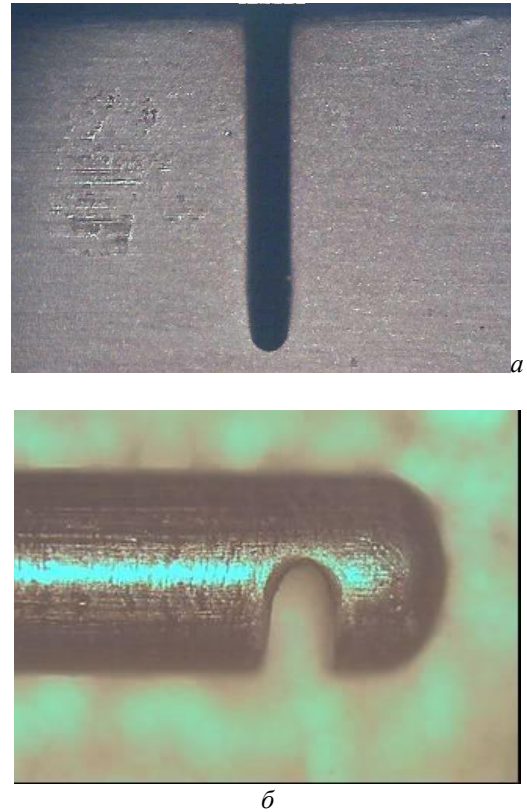


**Рис. 6.** Формы нестационарной поверхности при обработке вертикальным пластинчатым ЭИ для  $s_0=1$ ,  $\Delta\tau=5$ ,  $L=5$

На рис. 8 показаны формы пазов, полученные экспериментально, заимствованные из [1]. Видно качественное соответствие теоретическим формам, приведенным на рис. 7.



**Рис. 7.** Формы нестационарной поверхности для круглого ЭИ при  $r = 1$ ,  $\alpha = 2$ ,  $\Delta\tau = 5$ :  
 а – в неподвижной системе координат;  
 б – в системе координат, связанной с ЭИ



**Рис. 8.** Экспериментальные формы пазов

## ВЫВОДЫ

Разработан численно-аналитический метод решения задач Хеле-Шоу, использующий сумму двух функций с областями определения, расположенными на различных параметрических плоскостях, формулу Келдыша – Седова, которая, в отличие от известных ранее методов решения таких задач, позволяет с точностью до 3 значащих цифр моделировать различные условия движения свободной границы при подвижном электрод-инструменте различной формы.

Этот метод решения нестационарных задач, позволяющий использовать разрывную функцию выхода по току, дал возможность исследовать процесс прецизионной электрохимической обработки.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Житников В. П., Зайцев А. Н. Импульсная электрохимическая размерная обработка. М.: Машиностроение, 2008. 413 с. [[V. P. Zhitnikov, A. N. Zaytsev, *Pulse electrochemical dimensional machining*, (in Russian). Moscow: Mashinostroenie, 2008. ]]
2. Житников В. П., Ошмарина Е. М., Федорова Г. И. Использование разрывных функций для моделирования растворения при стационарном электрохимическом формообразовании // Изв. вузов. Математика. 2010. № 10. С. 77–81. [[V. P. Zhitnikov, E. M. Oshmarina, G. I. Fedorova,

"The use of discontinuous functions for modeling the dissolution process of steady-state electrochemical shaping," *Russian Mathematics (Iz. VUZ): Alerton Press, Inc.*, vol. 54, no. 10, pp. 67-70, 2010 ]]

3. **Житников В. П., Ошмарина Е. М., Зиннатуллина О. Р.** Моделирование прецизионной электрохимической обработки секционированным катодом // ПМТФ. 2011. Т. 52, № 6. С. 185–192. [[ V. P. Zhitnikov, E. M. Oshmarina, O. R. Zinnatullina, "Simulation of precision electrochemical machining of metals by a segmented cathode," *Journal of Applied Mechanics and Technical Physics*, vol. 52, no. 6, pp. 1004-1010, 2011. ]]

4. **Маннапов А. Р., Житников В. П., Поречный С. С.** Полуэмпирическая математическая модель нестационарного процесса импульсной электрохимической обработки вибрирующим электродом-инструментом в локально-одномерном приближении // Вестник УГАТУ. 2011. Т. 15, № 3 (43). С. 60–66. [[ A. R. Mannapov, V. P. Zhitnikov, S. S. Porechnyj, "Semi-empirical mathematical model of nonstationary process of pulse electrochemical machining by vibrating electrode-tool in a locally one-dimensional approximation" (in Russian), *Vestnik UGATU*, vol. 15, no. 3 (43), pp. 60-66, 2011. ]]

5. **Житников В. П., Муксимова Р. Р., Ошмарина Е. М.** Моделирование процессов нестационарного электрохимического формообразования применительно к прецизионным технологиям // Труды математического центра имени Н. И. Лобачевского. 2010. Т. 42. С. 99–122. [[ V. P. Zhitnikov, R. R. Muksimova, E. M. Oshmarina, "Simulation of nonstationary processes of electrochemical shaping applying for precise technologies," (in Russian), in *Trudy matematicheskogo centra im. N. I. Lobachevskogo*, vol. 42, pp. 99-122, 2010. ]]

6. **Миназетдинов Н. М.** Об одной задаче размерной электрохимической обработки // ПМТФ. 2009. Т. 50, № 3. С. 214–220. [[ N. M. Minazetdinov, "About one problem of dimensional electrochemical machining," (in Russian), in *Journal of Applied Mechanics and Technical Physics*, vol. 50, no. 3, pp. 214-220, 2009. ]]

7. **Волгин В. М., До Ван Донг, Давыдов А. Д.** Моделирование электрохимической обработки проволочным электродом-инструментом // Изв. ТулГУ. Технические науки. 2013. Вып. 11. С. 122–136. [ V. M. Volgin, Do Van Dong, A. D. Davydov, "Modeling of electrochemical machining by wire electrode-tool," (in Russian), *Izv. TulGU*, vol. 11, pp. 122-136, 2013. ]]

#### ОБ АВТОРАХ

**ЖИТНИКОВ Владимир Павлович**, проф. каф. высокопроизводит. выч. технологий и систем. Дипл. инж.-физик (МФТИ, 1973). Д-р физ.-мат. наук по механике жидкости, газа и плазмы (Казанск. ун-т, 1993). Засл. деят. науки РБ. Иссл. в обл. волновых течений жидкости, электрохим. формообразования, числ.-аналит. методов.

**МУКСИМОВА Роза Равилевна**, доц. каф. прикладной математики. Дипл. инж.-с/аналит. (УГАТУ, 1995). Канд. техн. наук по мат. моделированию, числ. методам и комплексам программ (УГАТУ 2012). Иссл. в обл. моделирования процессов электрохимического формообразования, разработки числ.-аналит. методов, методов оценки погрешности и достоверности числ. результатов.

**ЗАРИПОВ Аскар Александрович**, асп. каф. высокопроизводит. выч. технологий и систем. М-р в обл. математики и комп. наук (УГАТУ, 2013). Иссл. в обл. электрохим. формообразования, числ.-аналит. методов.

#### METADATA

**Title:** Simulation of precision non-stationary electrochemical machining with circle and plate electrode-tool

**Authors:** V. P. Zhitnikov<sup>1</sup>, R. R. Muksimova<sup>2</sup>, A. A. Zaripov<sup>3</sup>

**Affiliation:**

<sup>1,3</sup>Ufa State Aviation Technical University (UGATU), Russia

<sup>2</sup>Saint-Petersburg State University of Civil Aviation, Russia

**Email:** <sup>1</sup>zhitnik@ugatu.ac.ru, <sup>2</sup>rose.r.mux@gmail.com,

<sup>3</sup>a\_zaripov@mail.ru

**Language:** Russian.

**Source:** Vestnik UGATU (scientific journal of Ufa State Aviation Technical University), vol. 19, no. 1 (67), pp. 92-99, 2015. ISSN 2225-2789 (Online), ISSN 1992-6502 (Print).

**Abstract:** For simulation of precision non-stationary electrochemical machining process the jump-like function of current efficiency is used, which determines the velocity of anode border motion. In this case the machining surface is divided into three parts: active dissolution, lack of dissolution (under lower current density) and transient region between these two parts, in which the current density value equals the critical one.

**Key words:** current efficiency; jump-like function; theory of complex variable functions.

**About authors:**

**ZHITNIKOV, Vladimir Pavlovich**, Prof., Dept. of Common Sci. Dipl. Engineer-physicist (Moscow Physical-Technical Inst., 1973). Cand. of Phys.-Math. Sci. (MIPT, 1984), Dr. of Phys.-Math. Sci. (KSU, 1993).

**MUKSIMOVA, Roza Ravilevna**, Docent, Department of Applied Mathematics of SPb State Univ. of Civil Aviation. Dipl. Engineer-system analyst (UGATU, 1995). Cand. of Techn. Sci. (UGATU, 2012).

**ZARIPOV, Ascar Aleksandrovich**, Postgrad. (PhD) Student, Dept. of Common Sci. Master of Mathematics & Informatics (UGATU, 2013).