УДК 530.1

С. Ю.РУДЕРМАН

ПРОБЛЕМА РАЗМЕРНОСТИ ПРОСТРАНСТВА МЕСТОПОЛОЖЕНИЙ ЧАСТИЦ ФИЗИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ

В описание совокупности частиц физической системы вводятся понятия размерности и разнообразия систем. Показывается, что трехмерное пространство, в котором анализируется подавляющее большинство изучаемых физикой процессов, является одним из возможных, но, в определенном смысле, оптимальным, а при соответствующей интерпретации – и неизбежно наблюдаемым

ВВЕДЕНИЕ

Вопрос о причинах трехмерности пространства много раз ставился и обсуждался (см., например, [1 – 4]). В [1] рассматривались следствия действия известных физических законов в пространствах разной размерности. В книге [2] обсуждались проблемы физики, решение которых так или иначе упирается в понимание природы размерности.

Так, в классической электродинамике точечный электрон (теория относительности требует именно так представлять себе элементарную частицу) в трехмерном пространстве обладает бесконечной собственной энергией.

Не исчезает ли этот парадокс в пространстве другой размерности?

В n-мерном пространстве собственная энергия сферически-симметрично заряженной сферы радиуса a пропорциональна $\frac{e^2}{a^{n-2}}$ (e – заряд электрона).

При $a \to 0$ эта величина стремится к ∞ в случае $n > 2$, что выглядит парадоксом.

При $n < 2$ точечный заряд обладает нулевой энергией, а при $n = 2$ – ненулевой энергией. При размерности пространства 2 не возникает проблема расходимости собственной энергии электрона. Если умозрительно предположить возможность размерности «2», то парадокс проблемы расходимости собственной энергии электрона заменится непонятным представлением о возможности разных размерностей и их переходов от одной к другой.

Ниже мы увидим, что предлагаемая в настоящей работе постановка задачи о размерности включает в себя эти явления и дает им естественное объяснение.

В теории элементарных частиц для объяснения кварковых структур приходится вводить понятия одномерных струн и двумерных мешков.

Представления о размерности пространства весьма существенны для глубоких проблем современной космологии. Нужно каким-то образом согласовать два факта: однородность Вселенной и конечность времени ее расширения.

По современным оценкам Вселенная оказывается однородной на расстояниях, значительно превышающих те, которые могли пройти фотоны излучения после своего отрыва от вещества за время расширения Вселенной. Этот факт в космологии называют проблемой горизонта.

В [15] показано, что неувязки наблюдаемой однородности Вселенной и факта конечности скорости распространения света можно избежать, если сделать предположение об отличной от «3» размерности пространства в момент отрыва излучения от вещества на соответствующей стадии расширения Вселенной. Если предположить пылевидность Вселенной (что противоречит представлению об ультрарелятивистской картине отрыва излучения от вещества), то приемлемый темп распространения излучения получается при размерности пространства «2». Отказ от гипотезы о пылевидности и переход к модели горячей Вселенной, согласующейся с представлениями общей теории относительности, приводит к выводу, что приемлемая скорость расширения Вселенной на начальной стадии получается при размерности пространства «1» (струноподобные элементарные частицы).

Итак, преодолеть некоторые существенные парадоксы в современной физике можно, если ввести представление о естественности разных размерностей пространства в разных проблемах и возможности смены одной размерности на другую.

Поскольку указанное представление выглядит достаточно необычным, автор [2] приходит к выводу, что «вопрос о трехмерности пространства не имеет пока по существу ни одного «окончательного» решения».

Ниже будет показано, что при некоторых естественных предположениях, наблюдаемое в массе проявлений и потому привычное трехмерное пространство оказывается одним из возможных, но, в определенном смысле, оптимальным, а при соответствующей интерпретации – и неизбежным.

В сжатом виде задача изложена в [5]. В идейном плане эта работа близка к построениям в [6 – 13], где показано, что четверичность алфавита генетических сообщений, записанных в нуклеиновых кислотах, и двадцатиричность алфавита сообщений, записанных в белках, могут быть объяснены тем, что при таких объемах алфавитов обеспечивается оптимальность предложенных естественных процедур формирования и поиска сообщений, а сами наблюдаемые объемы алфавитов будут автоматически получаться (с вероятностью, близкой к 1) при случайном выборе сообщений из всей массы сообщений при всевозможных объемах алфавитов.

РАЗМЕРНОСТЬ ПРОСТРАНСТВА И РАЗНООБРАЗИЕ СИСТЕМ

Будем считать, что физическая система состоит из частиц, положение каждой из которых в «пространстве» может быть охарактеризовано n числами («координатами»).

Некоторые из координат в процессе функционирования системы могут не изменяться. Будем, однако, предполагать, что, как минимум, одна из них может изменяться (минимальное число степеней свободы частицы – это 1).

Итак, возможны n вариантов: у частицы может изменяться одна из координат (у частицы имеется одна степень свободы), у частицы могут изменяться две координаты (у нее две степени свободы),..., у частицы могут изменяться n координат (у частицы n степеней свободы).

Максимальное число степеней свободы частицы и будем называть размерностью пространства.

Рассуждая о «системе», мы отвлечемся от значений координат ее точек. Речь, таким образом, будет идти не о наблюдаемой конкретной системе, а о скелете описания произвольной из класса систем, вид которого мы сейчас уточним.

Если обозначить через l число частиц системы, то максимум числа степеней свободы последней равен nl. Обозначим эту величину через S.

Пусть частицы системы каким-то образом упорядочены, в соответствии с чем им присвоены номера 1, 2, ..., l.

Рассмотрим две системы, каждая из которых состоит из l пронумерованных частиц. Если каждая частица системы обладает тем же числом степеней свободы, что и частица с таким же номером у другой системы, то будем считать такие системы неразличимыми.

Сосредоточим свое внимание на различимых системах, каждая из которых может являться представителем целого класса неразличимых между собой систем (по определению, принятому в настоящем тексте).

Так как для каждой частицы системы имеются n вариантов выбора для нее числа степеней свободы, то разнообразие систем (различимых), максимальное число степеней свободы которых составляет $S = nl$, равно n^l. Обозначим эту величину $K_{n,nl}$.

Рассмотрим две оптимизационные задачи, которые, как окажется, имеют одно и то же решение:

1) при заданном разнообразии систем найти такое n, при котором максимальное число степеней свободы S минимально;

2) при заданном S найти такое n, при котором разнообразие систем $K_{n,nl}$ максимально.

Легко видеть, что при решении каждой из этих задач искомое значение n обращает в максимум величину

$$a_n = \frac{\ln n}{n}.$$

Рассмотрим разность

$$a_{n+1} - a_n = \frac{\ln(1+\frac{1}{n})^n - \ln n}{(n+1)n}. \qquad (1)$$

Так как $n \geq 1$, то знаменатель (1) положителен. Знак числителя зависит от знака разности

$$(1+\frac{1}{n})^n - n.$$

Но $(1+\frac{1}{n})^n < e < 3$. Поэтому при $n \geq 3$ числитель (1) отрицателен, т.е. $a_n > a_{n+1}$.

Итак,

$$a_3 > a_4 > a_5 > \ldots$$

При этом $a_2 = \frac{\ln 2}{2} = \frac{\ln 4}{4} = a_4 < a_3$.

Таким образом,

$$a_2 < a_3 > a_4 > a_5 > \ldots,$$

т. е. максимум a_n достигается при $n = 3$.

Мы видим, что максимальное число степеней свободы частицы, при котором разнообразие систем $K_{n,S}$ (при любом заданном S, кратном n) максимально, равно 3. Поэтому $n = 3$ назовем оптимальной размерностью пространства.

Разнообразие различимых систем при оптимальной размерности пространства и заданном S составляет $K_{3,S}$..

Общее разнообразие различимых систем, каждая из которых обладает не более чем S степенями свободы, равно

$$K_{1,S} + K_{2,S} + \ldots + K_{S,S}.$$

Доля, которую образуют в этой совокупности системы с частицами при оптимальной размерности пространства, равна

$$\frac{K_{3,S}}{K_{1,S} + K_{2,S} + \ldots + K_{S,S}} = \frac{1}{1 + \sum\limits_{i=1, i\neq 3}^{S} \frac{K_{i,S}}{K_{3,S}}}. \qquad (2)$$

При $i \neq 3$

$$0 < \frac{K_{i,S}}{K_{3,S}} < 1.$$

Учитывая, что

$$K_{i,S} = i^{\frac{S}{i}} = a_i^S,$$

где $a_i = i^{\frac{s}{i}}$, и

$$a_1 < a_2 < a_3 > a_4 > a_5 > \ldots > a_n > \ldots,\ a_2 = a_4,$$

приходим к выводу, что при $i \neq 3$

$$\max_i \frac{K_{i,S}}{K_{3,S}} = (\frac{a_2}{a_3})^S = b^S,$$

где $0 < b < 1$.

Таким образом, прибавляющаяся в знаменателе (2) к 1 положительная сумма меньше величины

$$Sb^S = \frac{S}{(\frac{1}{b})^S} \qquad (\text{где } \frac{1}{b} > 1),$$

которая при $S \to \infty$ стремится к нулю.

Поэтому при случайном выборе скелета конструкции с заданным большим числом частиц из всех возможных скелетов с вероятностью, близкой к 1, будет извлекаться конструкция, частицы которой обладают размерностью (оптимальной) 3. При таком взгляде конструкции, частицы которых обладают размерностью не 3, возможны, но не наблюдаются по той простой причине (при большом числе частиц системы), что их «мало».

Процедура случайного выбора из ансамбля возможностей примыкает к кругу основных представлений статистической физики, предлагающей анализировать не «одну систему», а «всевозможные» (в классической физике – с одним и тем же гамильтонианом). Наиболее ясное обоснование этой мысли содержится в работах И. Пригожина, где обращается внимание на то, что подавляющее число систем макро- и микрофизики относится к так называемым большим системам Пуанкаре с неисчезающими взаимодействиями, характерным свойством которых является неустойчивость. Учет переходов в состояниях неустойчивости позволяет на языке вероятностей ввести необратимость в описание физического мира, сопровождающую все этапы эволюции мира, начиная с акта Большого Взрыва [14].

Зависимость наблюдаемой размерности частиц от их числа в системе, предполагаемая в рассмотренной выше модели, позволяет дать свое освещение проблеме «эволюции размерности», учет которой создает предпосылки для преодоления космологических парадоксов [2, 15].

Действительно, любая картина развития Мира от начала до наших дней включает в себя рост разнообразия систем из большого числа «частиц», итогом чего и является, как мы видели, наблюдаемая трехмерность пространства.

Минимального разнообразия систем, равного единице, естественно ожидать на самой начальной стадии. Такому разнообразию соответствует одномерность пространства (струноподобность частиц): $n^{\frac{S}{n}} = 1$ при $n = 1$ и любых S и l. В этом случае обеспечивается достаточно быстрый темп расширения Вселенной, снимается «проблема горизонта».

Увеличение разнообразия частиц (за счет, например, появления частиц ненулевой массы) приводит к возможности наблюдать системы с размерностями преимущественно 3 и лишь изредка 2 и 4. У систем с большим числом частиц размерность 3 будет подавляюще преобладать, у систем с малым числом частиц, помимо преобладающей размерности 3, могут наблюдаться и другие размерности (наиболее весомые из них – это 2 и 4).

Дальнейший рост разнообразия частиц делает практически невозможным наблюдение систем большого числа частиц с размерностью, отличной от 3.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, если отвлечься от значений координат частиц и их поведения во времени, ввести в скелет описания понятия максимального числа степеней свободы частицы и разнообразия систем, то можно сформулировать оптимизационную задачу о связи максимального числа степеней свободы частицы и разнообразия систем. Случай, когда максимальное число степеней свободы частицы равно трем, оказывается уникальным: при заданном максимуме числа степеней свободы системы достигается максимум разнообразия систем, при заданном разнообразии систем достигается минимум максимального числа степеней свободы системы.

Если ввести в рассмотрение всевозможные различимые (в том смысле, который принят в тексте) системы из большого числа частиц, то их подсовокупность с частицами максимальной размерности 3 оказывается не просто наибольшей, а подавляюще превалирующей. При случайном выборе одной из всевозможных систем с вероятностью, близкой к единице, будет получена система, частицы которой обладают максимум тремя степенями свободы.

В рамках таких представлений пространства размерности, отличной от трех, возможны, но не наблюдаются по той простой причине, что их «мало», наблюдаемая трехмерность пространства имеет комбинаторно-вероятностное происхождение.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Ehrenfest, P.** Proc. / P. Ehrenfest. Amsterdam acad. 1917. Vol. 20. P. 200.
2. **Горелик, Г. Е.** Почему пространство трехмерно? / Г. Е. Горелик. М. : Наука, 1983. 168 с.
3. **Девис, П.** Суперсила / П. Девис. М. : Мир, 1989. 272 с.
4. **Девис, П.** Случайная Вселенная / П. Девис. М. : Мир, 1985, 160 с.
5. **Рудерман, С. Ю.** О происхождении некоторых природных констант / С. Ю. Рудерман // Обозрение прикладной и промышленной математики. Т. 8, вып. 2. М. : ТВП, 2001. С. 676–677.
6. **Рудерман, С. Ю.** Модели процедуры, сопровождающей процесс образования нуклеиновых кислот. Возможная причина четверичности алфавита генетических сообщений / С. Ю. Рудерман, И. А. Соломещ // Модели организации, управления и методы их исследования : межвуз. сб. Уфа : Башк. гос. ун-т, 1975. С. 136–143.
7. **Рудерман, С. Ю.** О формировании «сообщений» в биополимерах / С. Ю. Рудерман. Тольятти : Российская Академия наук, Институт экологии Волжского бассейна, 1994. 21 с.
8. **Рудерман, С. Ю.** О процедурах формирования «сообщений» в биополимерах / С. Ю. Рудерман // Башкирский химический журнал. 1994. Т. 1, № 2. С. 43–48.
9. **Рудерман, С. Ю.** Проблема отыскания сообщения в генетической системе. Модель «словарь–поиск» / С. Ю. Рудерман, И. А. Соломещ // Башкирский химический журнал. 1995. Т. 2, № 2. С. 49–52.
10. **Рудерман, С. Ю.** Задача выбора объема алфавита сообщений в биополимерах и статистическая термодинамика / С. Ю. Рудерман, И. А. Соломещ // Башкирский химический журнал. 1996. Т. 3, № 5–6. С. 37–44.
11. **Рудерман, С. Ю.** Модели построения «сообщений» в биополимерах / С. Ю. Рудерман // Труды Сибирской конференции по прикладной и индустриальной математике, посвященной памяти Л. В. Канторовича. Новосибирск : Российская Академия наук, Сибирское отделение, Институт математики, 1997. С. 199–205.
12. **Рудерман, С. Ю.** Об оптимальных размерах алфавитов и возможной причине их наблюдаемости в природе / С. Ю. Рудерман, И. А. Соломещ // Обозрение прикладной и промышленной математики. Т. 6, вып. 2. М. : Научное издательство «ТВП», 1999. С. 337–366.
13. **Рудерман, С. Ю.** Сообщения в биополимерах: модели построения и поиска / С. Ю. Рудерман // Вестник УГАТУ. 2002. Т. 3, № 1. С. 18–25.
14. **Пригожин, И.** Время, хаос, квант / И. Пригожин. М. : УРСС, 2003. 239 с.
15. **Saslaw, W. C.** A relation between homogenity of the Universe and dimensionality of space / W. C. Saslaw // MNRAS. 1977. Vol. 179. P. 659.