

Д. Ю. ПИСЬМЕРОВ

МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕМПЕРАТУРНОГО ПОЛЯ ОТЛИВКИ ЛОПАТКИ

Статья посвящена разработке методики моделирования температурных полей в отливках лопаток газотурбинных двигателей при литье с целью расчета температурных напряжений и прогнозирования ожидаемой точности получаемых отливок. *Литые лопатки ГТД; математическое моделирование; температурное поле; трехмерная геометрическая модель*

ВВЕДЕНИЕ

Исследование температурных полей в литейной форме, затвердевающей и остывающей отливке было и остается одной из главных проблем литейного производства, в частности теории формирования отливки. Задача такого исследования — разработка эффективных способов управления качеством отливок, в том числе по геометрическим показателям [1]. Знание температурного поля позволяет производить расчет термических деформаций, а следовательно, и изменения геометрии отливки.

1. СОСТОЯНИЕ ВОПРОСА

Существует несколько способов нахождения распределения температуры в теле — эксперимент, аналитическое решение, решение численными методами, физическое моделирование. Содержание, достоинства и недостатки каждого метода подробно изложены в технической литературе [1, 3, 4, 8, 9]. Математическая формулировка — один из наиболее точных способов описания процесса распространения тепла. В основе математических моделей распространения тепла в неподвижной среде лежит дифференциальное уравнение теплопроводности Фурье, являющееся математическим описанием физической модели теплопроводности [2]. Точное аналитическое решение уравнения распространения тепла в общем виде представляет собой весьма сложную задачу. В полном объеме на базе достигнутого уровня знаний она вряд ли может быть решена средствами современной математики даже для конструкции простой конфигурации. Для получения аналитического решения необходимо прибегать к упрощениям, поэтому все математические модели теплопроводности в той или иной степени являются приближенными [1].

2. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

В теории формирования отливки условно принято выделять пять стадий охлаждения отливки — заполнение формы сплавом, отвод теплоты перегрева, затвердевание металла, охлаждение в форме затвердевшей отливки, охлаждение отливки вне формы. Считается что третий этап (затвердевание металла) оказывает наибольшее влияние на возникновение различного рода литейных дефектов, в том числе коробления [1, 3, 4], однако как показывает анализ литературы, причиной нарушения геометрии лопатки может явиться также деформирование оболочковой формы и литейного керамического стержня, которое может произойти уже на этапах заливки сплава и снятия теплоты перегрева. Поэтому необходимо исследовать все этапы, на которых встречаются про-

цессы неравномерного нагрева и охлаждения системы стержень-оболочка-отливка и для возможности моделирования температурных деформаций на этих этапах располагать соответствующими температурными полями.

3. МЕТОДИКА ИССЛЕДОВАНИЯ

Согласно [1], охлаждение отливки, толщина и ширина которой меньше высоты, в том числе искривленной, может рассматриваться как охлаждение плоской плиты, так как теплоотдача с боковых поверхностей намного больше теплоотдачи с торцевых поверхностей. Однако толщина лопатки переменна вдоль сечения, следовательно, процессы охлаждения кромок и средней части различны. Толщина монотонно возрастает от входной кромки к средней части, затем убывает к выходной кромке, поэтому температурное поле в направлении хорды может быть аппроксимировано плавной функцией, например степенной, полиномом или сплайном. Возможность такой аппроксимации существенно упрощает нахождение температурного поля всего сечения, сводя его к рассмотрению тепловых процессов в трех конкретных (ключевых) зонах с определенными размерами — на входной кромке, в зоне максимальной толщины, и на выходной кромке пера (рис. 1).

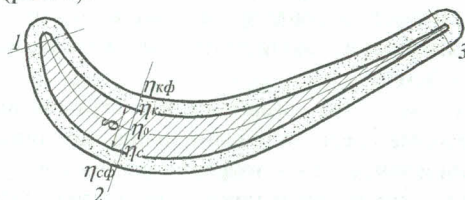


Рис. 1. Схема расположения ключевых зон охлаждения лопатки

Охлаждение каждой из указанных зон можно рассматривать как охлаждение плоской стенки известной и постоянной толщины, используя для расчетов классические математические модели распределения температуры в отливках [3–7].

При изучении температурных полей в литейных процессах принято разбивать исследуемую область на отдельные однородные в тепловом смысле зоны. Разделение производят таким образом, чтобы температуры на границах зон были известны, либо их можно было определить расчетными методами. Затем задаются законом распределения температур, который связывает значения температур на границах зон. Полученные аналитические выражения решают с учетом конкретных особенностей процесса литья [1, 3, 7].

Рассмотрим пример моделирования температурного поля в поперечном сечении охлаждающейся отливки лопатки. Будем считать, что лопатка сплошная (неохлаждаемая), а затвердевание сплава происходит при постоянной температуре $T_{затв} = \frac{T_L - T_S}{2}$,

где T_L, T_S — температуры ликвидуса и солидуса сплава соответственно. Тогда схема процесса охлаждения может состоять из следующих зон: жидкий сплав, затвердевший сплав (твердая корка), керамическая литейная форма, окружающая среда (рис. 2).

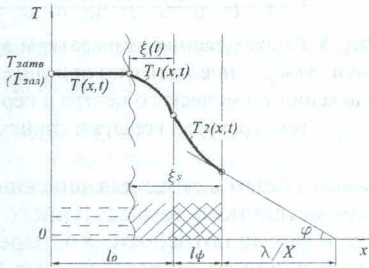


Рис. 2. Схема затвердевающей отливки.

$T(x, t), T_1(x, t), T_2(x, t)$ — законы распределения температур в жидком сплаве, твердой корке и форме соответственно

Температуру в жидкой зоне принимаем равной температуре заливки $T_{зал}$ на этапе снятия теплоты перегрева и температуре затвердевания сплава $T_{затв}$ на этапе затвердевания отливки. Температуру поверхности формы $T_{нов}$ определяем по методу направляющей точки [1, 3], исходя из интенсивности теплообмена формы с окружающей средой $\frac{\lambda}{X}$, где λ — коэффициент теплопроводности воздуха, X — толщина формы. Температура среды T_{cp} известна из технологического процесса — это либо температура печи подогрева, если форма с залитой лопаткой находится в плавно-заливочной установке, либо температура термостата, если форма помещена в термостат.

Для получения аналитического решения необходимо задать распределения температур в указанных зонах. Определим закон распределения температуры по толщине сечения лопатки, используя литературные данные, представленные на рис. 3 [8, 9].

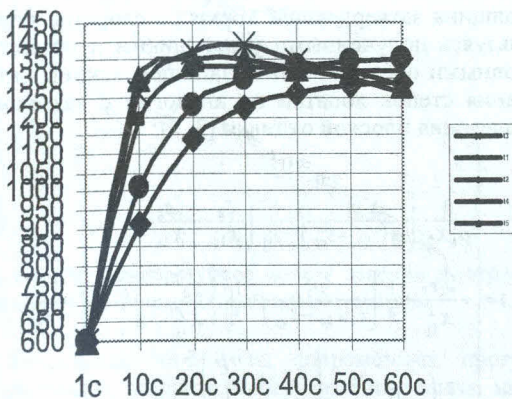


Рис. 3. Распределение температуры по толщине лопатки при заливке сплава

Эти графики представляют собой кривые изменения температур точек лопатки со временем. Перестроив графики, представленные на рисунке 3 в координатах размер-температура, получим распределения температуры по сечению лопатки (рис. 4).

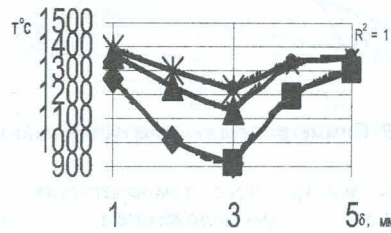


Рис. 4. Кривые распределения температуры (—) по толщине лопатки (δ) при заливке сплава и их аппроксимация параболоми 2 степени (---)

Как видно из рис. 4, температурные кривые могут быть аппроксимированы параболоми 2 степени с достаточной для технических расчетов точностью, что позволяет принять параболическое распределение температуры в твердой корке для термических условий литья лопаток. Распределение температуры в литейной форме также можно описать параболоми 2 степени [1, 3].

Принимая во внимание условные обозначения координат характерных точек сечения лопатки (рис. 1), запишем функцию распределения температуры в направлении толщины лопатки в виде:

$$\frac{T}{T_0} = \left[\frac{(T_c - T_0)}{T_0 \left(\frac{\eta_c - \eta_0}{\delta} \right) \left(\frac{\eta_c - \eta_k}{\delta} \right)} - \frac{(T_k - T_0)}{T_0 \left(\frac{\eta_k - \eta_0}{\delta} \right) \left(\frac{\eta_c - \eta_k}{\delta} \right)} \right] \cdot \left(\frac{\eta}{\delta} \right)^2 + \left[\frac{(T_c - T_0) \left(\frac{\eta_k + \eta_0}{\delta} \right)}{T_0 \left(\frac{\eta_c - \eta_0}{\delta} \right) \left(\frac{\eta_c - \eta_k}{\delta} \right)} - \frac{(T_k - T_0) \left(\frac{\eta_c + \eta_0}{\delta} \right)}{T_0 \left(\frac{\eta_k - \eta_0}{\delta} \right) \left(\frac{\eta_c - \eta_k}{\delta} \right)} \right] \cdot \frac{\eta}{\delta} + \frac{T_k}{T_0} + \frac{(T_c - T_0) \cdot \frac{\eta_0}{\delta} \cdot \frac{\eta_k}{\delta}}{T_0 \left(\frac{\eta_c - \eta_0}{\delta} \right) \left(\frac{\eta_c - \eta_k}{\delta} \right)} - \frac{(T_k - T_0) \cdot \frac{\eta_k}{\delta} \cdot \left(\frac{\eta_c - \eta_0}{\delta} \right)}{T_0 \left(\frac{\eta_k - \eta_0}{\delta} \right) \left(\frac{\eta_c - \eta_k}{\delta} \right)}$$

Предлагаемая температурная функция представляет собой параболу второго порядка вида $y = ax^2 + bx + c$, определенную через ее значения в крайних точка интервала, соответствующих корыту и спинке сечения, и в середине интервала, соответствующей средней линии сечения (рисунок 5). Функция (1) записана в относительном виде, температурные величины отнесены к температуре средней линии T_0 , а размерные к толщине сечения δ . Уравнение (1) включает следующие обозначения:

- T_0 — температура вершины параболы;
- T_c — температура спинки;
- T_k — температура корыта;
- η_c — координата спинки;
- η_k — координата корыта;
- η_0 — координата вершины параболы;
- δ — толщина сечения;

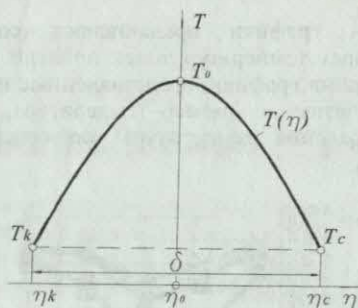


Рис. 5. Симметричная температурная кривая

Для несимметричного температурного поля с произвольным расположением вершины температурной параболы внутри интервала (рис. 6) уравнение (1) распадается на два самостоятельных:

$$T_k(\eta) = (T_k - T_0) \cdot \left(\frac{\eta - \eta_{0k}}{\eta_k - \eta_{0k}} \right)^2 + T_0 \quad (2)$$

$$T_c(\eta) = (T_c - T_0) \cdot \left(\frac{\eta - \eta_{0c}}{\eta_c - \eta_{0c}} \right)^2 + T_0 \quad (3)$$

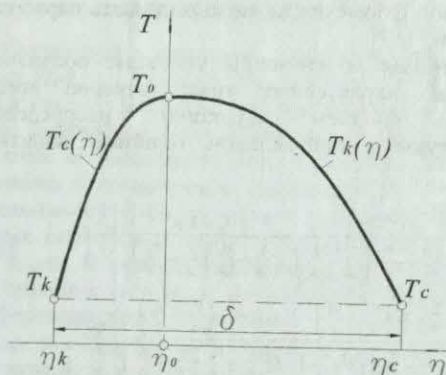


Рис. 6. Несимметричная температурная кривая

Задаваясь определенными значениями T_0 , T_c , T_k , η_c , η_k , η_0 можно получить целый комплекс температурных кривых для любого варианта теплового взаимодействия в произвольный момент времени (рис. 7 и 8).

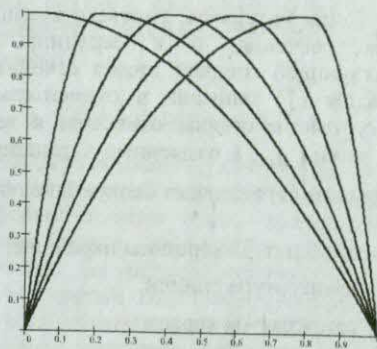


Рис. 7. Распределения температуры в поперечном сечении затвердевшей лопатки при различных положениях термического центра

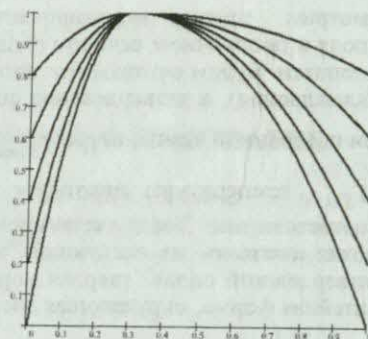


Рис. 8. Распределения температуры в поперечном сечении затвердевшей лопатки при фиксированном положении термического центра и переменных температурах корыта и спинки

В самом общем случае для описания произвольного несимметричного температурного поля в твердой корке и форме требуются четыре уравнения — для твердой корки со стороны корыта (4), для твердой корки со стороны спинки (5), для стенки формы со стороны корыта (6), для стенки формы со стороны спинки (7):

$$T_1^k(\eta) = (T_{o,ф}^k - T_{затв}) \cdot \left(\frac{\eta - \eta_0^k}{\eta_k - \eta_0^k} \right)^2 + T_{затв} \quad (4)$$

$$T_1^c(\eta) = (T_{o,ф}^c - T_{затв}) \cdot \left(\frac{\eta - \eta_0^c}{\eta_c - \eta_0^c} \right)^2 + T_{затв} \quad (5)$$

$$T_2^k(\eta) = (T_{o,ф}^k - T_{нов}) \cdot \left(\frac{\eta - \eta_0^k}{\eta_k - \eta_0^k} \right)^2 + T_{нов} \quad (6)$$

$$T_2^c(\eta) = (T_{o,ф}^c - T_{нов}) \cdot \left(\frac{\eta - \eta_0^c}{\eta_c - \eta_0^c} \right)^2 + T_{нов} \quad (7)$$

Температуры на границах отливка-форма $T_{o,ф}^k$, $T_{o,ф}^c$ находятся из условия равенства уравнений (4) и (6) при $\eta = \eta_k$, и уравнений (5) и (7) при $\eta = \eta_c$ соответственно.

Введем обозначения $\zeta_c = \eta_c - \eta_0^c$ — толщина затвердевшей корки со стороны спинки и $\zeta_k = \eta_k - \eta_0^k$ — толщина затвердевшей корки со стороны корыта. Пользуясь полученными уравнениями и принятыми условными обозначениями, запишем законы затвердевания стенок лопатки по аналогии с законом затвердевания плоской отливки [3, 7]:

$$\tau(\zeta_k) = \left[\frac{\lambda}{\alpha_1 X_1} \left[\frac{\rho_1}{c_1(T_{kp} - T_{cp})} + \frac{1}{3} \right] \left(\frac{\zeta_k}{X_{1k}} - \frac{\zeta_{2k}}{X_{1k}} \right) + \frac{\alpha_1 T_2}{X_{1k}^2} + \frac{1}{4} \left[\frac{\rho_1}{c_1(T_{kp} - T_{cp})} + \frac{1}{3} \right] \left(\frac{\zeta_k^2}{X_{1k}^2} - \frac{\zeta_{2k}^2}{X_{1k}^2} \right) \right] \frac{X_{1k}^2}{\alpha_1} - \frac{2}{3} \left(\frac{\lambda_1}{\alpha_1 X_{1k}} \right)^2 \ln \left(\frac{2 + \zeta_k \frac{\alpha_1}{\lambda_1}}{2 + \zeta_{2k} \frac{\alpha_1}{\lambda_1}} \right) \quad (8)$$

$$\tau(\zeta_c) = \left[\frac{\lambda}{\alpha_1 X_1} \left[\frac{\rho_1}{c_1(T_{kp} - T_{cp})} + \frac{1}{3} \right] \left(\frac{\zeta_c - \zeta_{2c}}{X_{1c}} \right) + \frac{a_1 \tau_2}{X_{1c}^2} \right. \\ \left. + \frac{1}{4} \left[\frac{\rho_1}{c_1(T_{kp} - T_{cp})} + \frac{1}{3} \right] \left(\frac{\zeta_c^2}{X_{1c}^2} - \frac{\zeta_{2c}^2}{X_{1c}^2} \right) - \frac{X_{1c}^2}{a_1} \right. \\ \left. - \frac{2}{3} \left(\frac{\lambda_1}{\alpha_1 X_{1c}} \right)^2 \ln \left(\frac{2 + \zeta_c \frac{\alpha_1}{\lambda_1}}{2 + \zeta_{2c} \frac{\alpha_1}{\lambda_1}} \right) \right] \quad (9)$$

Время снятия теплоты перегрева τ_2 может быть определено по формуле [3]:

$$\tau_2 = \frac{n+1}{n} \cdot \left(\frac{R \rho_1 c_1}{b_2} \right) \cdot \frac{v_{ie} - v_{kp}}{v_{ie} + v_{kp}} \cdot \left(\frac{q_{ie}}{c_1 v_{kp}} + \frac{v_{ie}}{v_{kp}} - 1 \right) + \tau_1 \quad (10)$$

а тепловой поток сечения

$$q_{ie} = \sqrt{\frac{2n}{n+1}} \cdot \frac{b_2 \cdot v_{ie}}{R \rho_1} \cdot \sqrt{\tau_1} \quad (11)$$

За время снятия теплоты перегрева со стороны корыта образуется твердая корка толщиной ζ_{2k} , а со стороны спинки толщиной ζ_{2c} , край твердых корок определяет положение характерных точек $T_{затв}$.

4. ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

Таким образом, для моделирования температурного поля в сечении лопатки в произвольный момент времени необходимо выполнить следующие действия:

1. определить время снятия теплоты перегрева τ_2 ;
2. по формулам (8), (9) определить законы затвердевания стенок лопатки $\tau(\zeta_k)$, $\tau(\zeta_c)$, тем самым установить положение характерных точек $T_{затв}$ температурных кривых;
3. построить температурные кривые для рассматриваемого момента времени (рис. 9);
4. повторить указанные процедуры для оставшихся двух участков сечения.

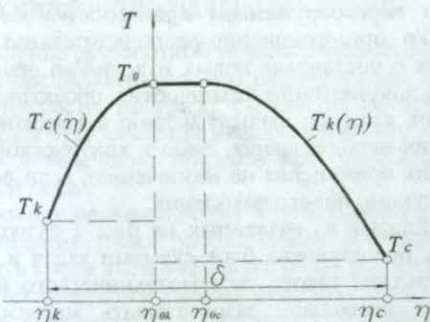


Рис. 9. Температурное поле в сечении затвердевающей лопатки в произвольный момент времени

Пользуясь любой из современных программ трехмерного твердотельного моделирования, напри-

мер Unigraphics, легко построить трехмерную модель температурного поля в сечении лопатки путем последовательного кинематического соединения температурных кривых (рис. 10).

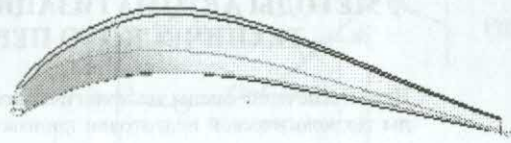


Рис. 10. Трехмерная модель температурного поля

5. ПРИЛОЖЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

Полученная поверхность является геометрической моделью температурного поля в сечении лопатки в произвольный момент времени. Она содержит информацию о температуре каждой точки сечения и может быть использована для вычисления температурных деформаций при литье лопаток.

ВЫВОДЫ

1. Математическое моделирование является эффективным инструментом в исследовании температурных деформаций лопаток при литье.
2. Трехмерная геометрическая модель температурного поля существенно расширяет возможности математического моделирования температурных полей.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Баландин, Г. Ф. Теория формирования отливки / Г. Ф. Баландин. М.: МГТУ им. Н. Э. Баумана, 1998. 360 с.
2. Баландин, Г. Ф. Основы теории формирования отливки / Г. Ф. Баландин. М.: Машиностроение, 1976. 328 с.
3. Вейник, А. И. Теория затвердевания отливки / А. И. Вейник. М.: Машгиз, 1960. 436 с.
4. Вейник, А. И. Охлаждение отливки / под ред. А. И. Вейника. Минск: Наука и техника, 1969. 300 с.
5. Вейник, А. И. Приложение теплофизики в литейном производстве / под ред. А. И. Вейника. // Минск: Высшэйная школа, 1966. 230 с.
6. Вейник, А. И. Теплофизика в литейном производстве / под ред. А. И. Вейника. Минск: Наука и техника, 1967. 180 с.
7. Анисович, Г. А. Затвердевание отливок / Г. А. Анисович. Минск: Наука и техника, 1979. 232 с.
8. Челушкин, А. С. Температурное поле пустотелой отливки и связанное с ним коробление стержня / А. С. Челушкин, Е.Н. Герман, В.М. Степанов, А.С. Горюхин // Авиационная промышленность. 1977. № 3.
9. Горюхин, А. С. Некоторые термические условия заливки пустотелых лопаток / А. С. Горюхин // Авиационная промышленность. 1976. № 6.