УДК 519.8:338.3

Н. К. ЗАЙНАШЕВ, Г. З. МУХАМЕДЬЯНОВА

МЕТОДИКА ПОСТРОЕНИЯ ФУНКЦИИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ПРИБЫЛИ ТОРГОВОГО ПРЕДПРИЯТИЯ ОТ ПРОДАЖИ КАПИТАЛОЕМКИХ ТОВАРОВ

Предложена методика построения функции распределения прибыли от продаж, основанная на малоизвестном методе объективной тенденции. Этот метод адаптирован применительно к торговле капиталоемкими товарами и доведен до компьютерного решения задачи с использованием известных пакетов прикладных программ. *Функция распределения; прибыль; капиталоемкие товары; метод объективной тенденции; статистика*

ВВЕДЕНИЕ

Прибыль от продаж – случайная величина, поэтому меры ее оценки имеют статистическое содержание и должны основываться на вероятностных моделях. Известно, что статистика, по которой строится функция распределения случайной величины, должна быть однородной. Исследования показывают, что однородность условий торговли капиталоемкими товарами сохраняется в течение лишь 6-8 месяцев.

Классические методы обработки статистики, разработанные применительно к массовым измерениям, для этого случая неприемлемы, здесь рассматривается случай, когда статистика настолько мала, что известными методами уловить определенную закономерность в значениях прибыли от продаж не удается.

1. МЕТОДИКА ПОСТРОЕНИЯ ФУНКЦИИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ПРИБЫЛИ ОТ ПРОДАЖ

В случаях скудности статистических данных, для построения функции распределения случайной величины предлагается использовать так называемый метод объективной тенденции [1, с. 46]. Здесь излагается методика, основанная на этом методе, адаптированная к статистике продаж капиталоемких товаров.

Пусть известны независимые размеры прибыли от продаж X, характеризующие деятельность организации розничной торговли. Обозначим через x_i результат торговли в *i*-ом месяце. На основе объемов полученной предприятием прибыли составлен ряд значений, представляющих собой совокупность *n* чисел $\{x_1, x_2, ..., x_i, ..., x_n; \varepsilon\}$ – результатов месячных продаж в условиях ε. Имеется лишь малое число месяцев торговой деятельности.

Определить функцию распределения $\widetilde{F}(x)$ с приемлемой достоверностью можно лишь при достаточно большом количестве *n* данных об объемах полученной прибыли. Тем не менее, можно выявить закономерность в случайных x_i, которая бы наиболее правдоподобно характеризовала имеющиеся реальные объемы прибыли при малом числе месяцев торговли.

Задача ставится следующим образом: известны объемы прибыли предприятия, полученной в условиях ε

$$\{x_1, x_2, ..., x_i, ..., x_n; \varepsilon\}; \tag{1}$$

известны пределы $[a,b]$ возможных значений X такие, что $вер\{x \in [a,b]\} = 1$. Требуется оценить ту функцию распределения $\widetilde{F}(x)$, к которой результаты (1) имеют объективную тенденцию.

Принцип и метод решения данной задачи состоят в следующем. Разобьем отрезок $[a,b]$ на l элементарных интервалов $\Delta x = [a-b]/l$. Необходимо определить наиболее правдоподобную оценку вероятностей $\Delta\widetilde{F}_j$ (*j*=1, 2,…,*l*) попадания X в *j*-й интервал Δx.

Далее, по значениям $\Delta\widetilde{F}_j$ можно определить искомую $\widetilde{F}(x)$. При очень малом числе данных значения искомых вероятностей $\Delta\widetilde{F}_j$ не определенны в том смысле, что нет объективных оснований присваивать им конкретные значения. Известно лишь, что по смыслу

$$\sum_{j=1}^{l} \Delta\widetilde{F}_j = 1 \tag{2}$$

В то же время месячная прибыль от продаж – объективная реальность, и если искомые значения $\Delta\widetilde{F}_j$ согласовать с (1), то можно выявить, к какой закономерности имеют тенденцию конкретные величины прибыли.

Решение задачи, базирующееся на максимизации неопределенности вероятностей $\Delta\widetilde{F}_j$ с соблюдением ограничений, накладываемых на значения объемов прибыли, даст возможность установить объективную тенденцию результатов (1) к определенной закономерности. В качестве меры неопределенности может быть принята энтропия совокупности значений $\Delta\widetilde{F}_j$ [1, с. 45]

$$S = -k \sum \Delta\widetilde{F}_j \ln \Delta\widetilde{F}_j, \quad k = const. \tag{3}$$

В качестве способа согласования искомых вероятностей $\Delta\widetilde{F}_j$ с результатами имеющегося опыта можно использовать соотношение $\widetilde{F}(x)$ с эмпирическими моментами, вычисляемыми по опытным данным (1).

При этом обеспечивается непредвзятость к функции $\widetilde{F}(x)$ максимизацией ее энтропии.

Максимизируя энтропию системы значений $\Delta\widetilde{F}_j$, делаем для случайной величины доступным любой интервал Δx с равной вероятностью $\Delta x/(b-a)$, то есть возможным значениям придаем максимум неопределенности с соблюдением условий (2), и этим самым обеспечиваем в отношении их наибольшую непредвзятость.

Однако реальные значения несколько снижают неопределенность: в изолированной системе как бы имеются определенные значения, которые заняли определенные интервалы Δx. Поэтому неопределенность необходимо максимизировать при ограничениях, накладываемых имеющимся случайным распределением реальных значений x.

Таким образом, решение задачи отыскания $\widetilde{F}(x)$, объективно отражающей закономерность при наличии очень малого числа значений x может быть получено на основе принципа объективной тенденции: «Объективной оценкой распределения вероятностей случайной величины при очень малом числе статистических данных является та, которая, согласуясь с опытными данными, имеет максимальную энтропию».

Методология решения задачи заключается в нахождении максимума энтропии искомого распределения вероятностей при условии, что это распределение согласуется с имеющимися реальными значениями прибыли.

Алгоритм решения задачи следующий.

Отрезок $[a,b]$ разбивается на интервалы $\Delta x=[b-a]/l$, где a – минимальное, b максимальное значения полученной прибыли за рассматриваемый период торговли. По исходным данным (1) определяем статистические начальные моменты:

$$\widetilde{\alpha}_r^* = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i^r}{n}, \qquad r=1,2,\ldots,m \tag{4}$$

Требуется, чтобы вычисленные по формуле (4) моменты равнялись соответствующим начальным моментам искомой функции $\widetilde{F}(x)$:

$$\widetilde{\alpha}_r^* = \sum_{j=1}^{l}(a+\frac{2j-1}{2}\Delta x)^r\Delta\widetilde{F}_j; \tag{5}$$

$$r=1,2,\ldots,m$$

где

$$\Delta\widetilde{F}_j=\widetilde{F}(a+j\Delta x)-\widetilde{F}(a+(j-1)\Delta x) \tag{6}$$

Кроме того, по смыслу выполняется равенство (2). И, наконец, требуем, чтобы энтропия (3) была максимальна.

Формально решаем задачу условной оптимизации в следующей постановке: необходимо определить значения $\Delta\widetilde{F}_j$, обеспечивающие максимум энтропии (3) при ограничениях (2) и (5).

Далее, определив $\Delta\widetilde{F}_j$, можно вычислить значения $\widetilde{F}(a+j\Delta x)$, используя формулу (6) при $\widetilde{F}(a)=0, j=1,2,\ldots,l$, и затем получить искомую оценку функции $\widetilde{F}(x)$.

Значения $\Delta\widetilde{F}_j$ могут быть найдены методом неопределенных множителей Лагранжа. В последнем случае составляется система уравнений

$$\sum_{j=1}^{l}\Delta\widetilde{F}_j-1=0$$

$$\sum_{j=1}^{l}(a+\frac{2j-1}{2}\Delta x)^r\Delta\widetilde{F}_j-\widetilde{\alpha}_r^*=0$$

$$\frac{\partial}{\partial\widetilde{F}_i}\left\{-k\sum_{j=1}^{l}\Delta\widetilde{F}_j\ln\Delta\widetilde{F}_j+\lambda_0\left(\sum_{j=1}^{l}\Delta F-1\right)+\sum_{r=1}^{m}\lambda_r\left[\sum_{j=1}^{l}\left(a+\frac{2j-1}{2}\Delta x\right)^r\Delta\widetilde{F}_j-\widetilde{\alpha}^*_r\right]\right\}=0$$

$r=1,2,\ldots,m$; $i=1,2,\ldots,l$.

Решение этой системы имеет вид:

$$\Delta\widetilde{F}_j=e^{\left[\lambda_0-1+\sum_{r=1}^{m}\lambda_r(a+\frac{2j-1}{2}\Delta x)^r\right]} \tag{7}$$

Множители Лагранжа определяются из системы уравнений

$$\sum_{j=1}^{m}e^{\left[\lambda_0-1+\sum_{r=1}^{m}\lambda_r(a+\frac{2j-1}{2}\Delta x)^r\right]}=1,$$

$$\sum_{j=1}^{l}\left(a+\frac{2j-1}{2}\Delta x\right)^r e^{\sum_{p=1}^{m}\lambda_p\left(a+\frac{2j-1}{2}\Delta x\right)}=\widetilde{\alpha}_r^*; \tag{8}$$

$$r=1,2,\ldots,m.$$

Таков метод оценки статистической закономерности случайной величины при малом числе месяцев торговой деятельности.

Из (7) видно, что приращение искомой функции на любом интервале j зависит от количества начальных моментов m, вычисляемых на основании результатов опыта. Возникает вопрос, каким значением m следует ограничиться? Чем больше m, тем точнее вычисляется $\Delta\widetilde{F}_j$. В то же время из теории математической статистики известно, что ошибка в оценке моментов по ограниченным статистическим данным с ростом их порядка увеличивается. В нашем случае, чем больше m, тем точнее будет определяться вид функции $\widetilde{F}(x)$, но тем ниже точность определения параметров функции. Рекомендуемым значением m следует считать 2-3. Мы приняли $m=2$. В этом случае система (8) примет вид:

$$\sum_{j=1}^{l} e^{\lambda_0 - 1 + \lambda_1\left(a+\frac{2j-1}{2}\Delta x\right) + \lambda_2\left(a+\frac{2j-1}{2}\Delta x\right)^2} = 1,$$

$$\sum_{j=1}^{l} e^{\lambda_0 - 1}\left(a+\frac{2j-1}{2}\Delta x\right) e^{\lambda_1\left(a+\frac{2j-1}{2}\Delta x\right) + \lambda_2\left(a+\frac{2j-1}{2}\Delta x\right)} = \alpha_1^*,$$

$$\sum_{j=1}^{l} e^{\lambda_0 - 1}\left(a+\frac{2j-1}{2}\Delta x\right)^2 e^{\lambda_1\left(a+\frac{2j-1}{2}\Delta x\right) + \lambda_2\left(a+\frac{2j-1}{2}\Delta x\right)} = \alpha_2^*.$$

Преобразуем эти уравнения:

$$e^{(\lambda_0 - 1)}\sum_{j=1}^{l} e^{\lambda_1\left(a+\frac{2j-1}{2}\Delta x\right)} e^{\lambda_2\left(a+\frac{2j-1}{2}\Delta x\right)^2} = 1 \tag{9}$$

$$e^{(\lambda_0 - 1)}\sum_{j=1}^{l}\left(a+\frac{2j-1}{2}\Delta x\right) e^{(\lambda_1+\lambda_2)\left(a+\frac{2j-1}{2}\Delta x\right)} = \alpha_1^* \tag{10}$$

$$e^{(\lambda_0 - 1)}\sum_{j=1}^{l}\left(a+\frac{2j-1}{2}\Delta x\right)^2 e^{(\lambda_1+\lambda_2)\left(a+\frac{2j-1}{2}\Delta x\right)} = \alpha_2^* \tag{11}$$

Обозначим $\lambda_1 + \lambda_2 = \lambda$, $a + \frac{2j-1}{2}\Delta x = y_j$

$$\frac{1}{\alpha_1^*}\sum_{j=1}^{l} y_j e^{\lambda y_j} = e^{1-\lambda_0} \tag{12}$$

$$\frac{1}{\alpha_2^*}\sum_{j=1}^{l} y_j^2 e^{\lambda y_j} = e^{1-\lambda_0} \tag{13}$$

Отсюда

$$\frac{1}{\alpha_1^*}\sum_{j=1}^{l} y_j e^{\lambda y_j} - \frac{1}{\alpha_2^*}\sum_{j=1}^{l} y_j^2 e^{\lambda y_j} = 0 \tag{14}$$

Последнее уравнение позволяет найти значение $\lambda_1 + \lambda_2 = \lambda$.

Перепишем уравнение (9):

$$\sum_{j=1}^{l} e^{\lambda y_j + \lambda_2 y_j^2} = e^{1-\lambda_0} \tag{15}$$

Далее – из (12) и (15) получаем:

$$\frac{1}{\alpha_1^*}\sum_{j=1}^{l} y_j e^{\lambda y_j} = \sum_{j=1}^{l} e^{(\lambda+\lambda_2)y_j} \tag{16}$$

Из соотношений (16) и (13) определяются λ_0 и λ_2. Величина $\lambda_1 = \lambda - \lambda_2$.

Такова схема определения неопределенных множителей Лагранжа $\lambda_0, \lambda_1, \lambda_2$. Для нахождения конкретных значений можно использовать пакеты MathCad, MathLab, Maple.

Для вычисления искомых $\Delta\widetilde{F}_j$ необходимо использовать соотношение (7).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Изложенная методика позволяет построить функцию распределения месячной прибыли по результатам торговой деятельности в течение небольшой продолжительности времени. Результаты ее применения актуальны при проведении иследований и решении практических задач связанных с обработкой статистических данных от продаж товаров, однородность условий торговли которыми сохраняется в течение лишь небольшого числа месяцев, то есть в случаях, когда имеющаяся статистика по продажам мала.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **ЛДНТП.** Современные методы статистики оценки качества промышленных изделий по результатам малого числа испытаний : материалы семинара. Л. : ЛДНТП, 1982.