

УДК 330.322.54

Е.А.ТУУЛЬ, А.М. ФРИДЛЯНД

ЗАДАЧА ПЛАНИРОВАНИЯ КОМПЛЕКСА ПРОФИЛАКТИЧЕСКИХ МЕРОПРИЯТИЙ ПРИ ОГРАНИЧЕННОМ ФИНАНСИРОВАНИИ

Рассматривается задача планирования комплекса профилактических мероприятий (КПМ) в целях снижения уровня заболеваемости социальной группы (работники крупного промышленного предприятия) в условиях ограниченного бюджета. Предложена общая постановка задачи. Предложен способ локализации оптимального решения на границе области допустимых решений. Доказана правомерность предложенной локализации. Разработана методика выбора оптимального КПМ при ограниченном объеме финансирования, позволяющая осуществить практическое применение предложенной математической модели. *Комплекс профилактических мероприятий, задачи распределения ресурсов*

ВВЕДЕНИЕ

Предупреждение болезней, то есть их профилактика, является важнейшей задачей здравоохранения, его основным направлением. Большую роль в профилактике заболеваний рабочих крупных промышленных предприятий играют санатории-профилактории, имеющиеся при предприятиях. В настоящее время ситуация с финансированием профилакториев складывается таким образом, что выделенных денег не всегда достаточно для проведения профилактических мероприятий в полном объеме.

В то же время, различные профилактические мероприятия по-разному влияют на отдельные виды заболеваемости. Можно истратить большую часть объема финансирования на борьбу с определенной группой болезней, но при этом интегрально получить существенное увеличение общего уровня заболеваемости.

Основными направлениями развития научно-исследовательских работ в данной области являются:

1) разработка моделей многофакторного воздействия среды обитания и жизнедеятельности человека на заболеваемость (исследование моделей вида «загрязнение – заболеваемость», «загрязнение – смертность», «загрязнение – продолжительность жизни»);

2) исследование механизмов влияния профилактических мероприятий на заболеваемость и разработка на этой основе методических и нормативных документов различного уровня (исследование моделей вида «профилактические мероприятия – оздоровительный эффект»);

3) разработка моделей управления и распределения ресурсов в системе здравоохранения.

Анализ современного состояния изученности указанной проблемы указывает на отсутствие единой методологической основы взаимосвязки антропогенного воздействия на различные природные среды (атмосферный воздух, воду, почву), заболеваемости, профилактических мероприятий и оздоровительного эффекта от их проведения.

Исходя из этого, становится актуальным создание общей модели вида «загрязнение – заболеваемость – профилактические мероприятия – оздоровительный эффект» с учетом возможных ограничений по объему финансирования. Актуальным также является разработка методики планирования профилактических мероприятий, которая позволит достичь

наибольшего снижения заболеваемости по сравнению с другими способами планирования профилактических мероприятий.

1. ЗАДАЧА ПЛАНИРОВАНИЯ КПМ

В настоящее время профилактории могут выполнять достаточно широкий спектр профилактических мероприятий для работников предприятия. Пусть M – количество типов профилактических мероприятий (ПМ). Каждый тип ПМ характеризуется следующими параметрами:

- *эффективностью* применения для различных видов заболеваемости (наиболее типичный случай, когда ПМ оказывается эффективным одновременно для нескольких видов заболеваний);

- *стоимостью* проведения одной процедуры

$$\bar{C} = (c_1, \dots, c_M);$$

- *допустимым количеством применения*

$$\bar{P}^0 = (p_1^0, p_2^0, \dots, p_M^0).$$

«Социально правильным» вариантом является подход, при котором главный врач профилактория на основании данных об ожидаемом уровне заболеваемости определяет необходимый комплекс профилактических мероприятий, позволяющий минимизировать общую заболеваемость. Экономические службы подсчитывают необходимый для реализации этого комплекса бюджет и доводят его до финансовой службы. Финансовая служба, в свою очередь, полностью включает данный бюджет в финансовый план на предстоящий год. Но в реальности этой связи нет, и объем финансирования на эти цели определяется по остаточному принципу.

В этих условиях необходимо подобрать такой комплекс профилактических мероприятий, при котором объем выделенных средств будет использован наиболее рационально:

$$\bar{P} = (P_1, P_2, \dots, P_M). \quad (1)$$

Постановка задачи планирования КПМ

Определить комплекс планируемых к проведению профилактических мероприятий, позволяющий минимизировать общую заболеваемость, при заданном ограниченном объеме финансирования.

2. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПЛАНИРОВАНИЯ КПМ

Области допустимого применения модели:

1. Социальные ограничения. Социальная группа – работники крупного промышленного центра в возрасте от 18 до 60 лет.

2. Территориальные ограничения. Территория промышленного центра (рабочие зоны и непосредственно прилегающие к ним склады, административные здания и т.п.).

Опишем основные зависимости между факторами.

$$\bar{Z} = \bar{Z}_f + \bar{Z}_g, \quad (2)$$

где \bar{Z}_g — техногенная заболеваемость (заболеваемость, вызванная воздействием загрязнителей),

\bar{Z}_f — фоновая заболеваемость, складывающаяся под влиянием всех остальных факторов.

Соотношение (2) определяет общую заболеваемость как $z_i = z_{fi} + z_{gi}$, $i = \overline{1, N}$. С учетом фактора снижения заболеваемости при проведении профилактических мероприятий формула для остаточной заболеваемости примет вид:

$$z_{ri} = (z_{fi} + z_{gi}) * (1 - r_i), \quad i = \overline{1, N}, \quad (3)$$

где $0 \leq r_i \leq 1, i = \overline{1, N}$ — коэффициент снижения для i -го вида заболеваемости. Если $r_i = 0$, то снижения заболеваемости нет: профилактические мероприятия либо совсем не проводились, либо не оказывают влияния на данный вид заболеваемости. Если $r_i = 1$, то, благодаря профилактике, удалось полностью исключить случаи заболевания по данному виду.

Чтобы определить коэффициент r для конкретного вида заболеваемости, необходимо оценить вклад от каждого профилактического мероприятия, т.к. при проведении нескольких различных процедур возникает комбинированный оздоровительный эффект. Профилактические мероприятия по-разному влияют на отдельные виды заболеваемости. Это находит свое отражение в матрице E , содержащей коэффициенты снижения заболеваемости при проведении максимально допустимого количества курсов профилактических мероприятий. Формализация комбинированного эффекта (расчет коэффициентов r_i) может быть произведена несколькими способами. Ниже приводится вариант, полученный при следующих допущениях:

а) если проведенное количество профилактических мероприятий меньше максимально возможного, то эффект снижения заболеваемости прямо пропорционально уменьшается;

б) эффект снижения для одного вида заболеваемости от нескольких профилактических мероприятий рассчитывается следующим образом: если курсы профилактики проводятся последовательно, то каждый следующий курс снижает заболеваемость, оставшуюся после проведения предыдущих.

$$r_i = 1 - \prod_j \left[1 - e_{ij} \frac{p_j}{p_j^0} \right], \quad i = \overline{1, N}, \quad j = \overline{1, M} \quad (4)$$

Чтобы оценить оздоровительный эффект от всего комплекса проведенных оздоровительных мероприятий, необходим критерий, обобщающий их положительное влияние на отдельные виды заболеваемости. В качестве такого критерия может быть использовано общее количество дней временной нетрудоспособности (больничных дней) сотрудников.

Таким образом, в рассматриваемой модели целевой функцией будет

$$S = \sum_{i=1}^N \left[d_i (z_{fi} + z_{gi}) \prod_{j=1}^M \left[1 - e_{ij} \frac{p_j}{p_j^0} \right] \right] \rightarrow \min. \quad (5)$$

Поиск решений осуществляется при ограничениях:

1) на используемые ресурсы $B \leq F$, где

$$B = \bar{P} * \bar{C} = \sum_{j=1}^M p_j c_j \leq F; \quad (6)$$

2) на количество проводимых мероприятий

$$p_j \leq p_j^0, \quad j = \overline{1, M}. \quad (7)$$

Чем меньше количество больничных дней, тем более верно подобрана программа профилактических мероприятий при заданном бюджетном ограничении. Основным ограничением в рассматриваемой модели является условие непревышения бюджетом профилактических мероприятий объема выделенного финансирования.

Таким образом, в приведенной выше модели формализована задача планирования КПМ: необходимо определить оптимальный комплекс планируемых к проведению профилактических мероприятий $(p_j, j = \overline{1, \dots, M})$, позволяющий минимизировать общую заболеваемость, при заданном ограниченном объеме финансирования.

Эта задача относится к классу задач дискретной оптимизации, так как $p_j, j = \overline{1, \dots, M}$ — целые числа. В силу нелинейности целевой функции применение методов линейного программирования для решения этой задачи невозможно.

3. МЕТОД РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ ПЛАНИРОВАНИЯ КПМ

Рассматриваемая задача является задачей дискретной оптимизации небольшой размерности. Количество различных типов профилактических мероприятий M обычно не превышает 30. Следовательно, целесообразно применение точных методов решения.

Для решения поставленной задачи предлагается осуществить предварительную локализацию оптимального решения в пространстве допустимых вариантов и только потом реализовать перебор всех решений. Подобный способ, в отличие от метода «полного перебора», позволяет существенно сократить перебор допустимых вариантов.

Сначала предлагается осуществить локализацию перебираемых решений на границе **В**, определяемой

$$\text{ограничениями задачи } \sum_{j=1}^M p_j c_j \leq F \text{ и}$$

$$p_j \leq p_j^\circ, \quad j = \overline{1, M}.$$

Определение. Точка **P_В** называется граничной, если для $\forall k, k = \overline{1, M}$ выполняется одно из условий:

$$1) p_k \leq p_k^\circ \text{ и } c_k > F - \sum_{j=1}^M p_j c_j; \quad (8)$$

$$2) p_k = p_k^\circ \text{ и } c_k \leq F - \sum_{j=1}^M p_j c_j, \quad (9)$$

т. е. невозможно увеличение любой из координат точки **P_В** без нарушения ограничений задачи.

Сформулировано и доказано следующее утверждение:

Утверждение 1. Минимум функции цели в задаче планирования КПМ

$$S = \sum_{i=1}^N \left[d_i (z_{fi} + z_{gi}) \prod_{j=1}^M \left[1 - e_{ij} \frac{p_j}{p_j^\circ} \right] \right]$$

достигается в одной из граничных точек.

Доказательство. Пусть точка $P_i = (p_{i1}, p_{i2}, \dots, p_{iM})$ — решение задачи планирования КПМ, а **W** — область допустимых решений задачи. Тогда справедливо:

$$\forall P, P \in W, S(P_i) \leq S(P). \quad (10)$$

Предположим, что точка P_i не является граничной. Тогда

$$\exists k, k \in [1, M],$$

для которого

$$c_k \leq F - \sum_{j=1}^M p_{ij} c_j \text{ и } p_{ik} < p_k^\circ. \quad (11)$$

Рассмотрим точку

$$P_i^* = (p_{i1}, p_{i2}, \dots, p_{ik} + 1, \dots, p_{iM}),$$

у которой все координаты, кроме k -й, совпадают с точкой P_i .

$$P_{tj}^* = \begin{cases} p_{tj}, j = \overline{1, M}, j \neq k \\ (p_{tj} + 1), j = k \end{cases} \quad (12)$$

В силу условия (11) точка P_i^* удовлетворяет ограничениям задачи планирования КПМ, т. е. является допустимым планом, $P_i^* \in W$.

Определим значение функции цели в точках P_i и P_i^* :

$$S(P_i) = \sum_{i=1}^N \left[d_i (z_{fi} + z_{gi}) \times \prod_{j=1}^M \left[1 - e_{ij} \frac{p_{tj}}{p_j^\circ} \right] \right] =$$

$$= \sum_{i=1}^N \left[d_i (z_{fi} + z_{gi}) \times \prod_{j=1}^{k-1} \left[1 - e_{ij} \frac{p_{tj}}{p_j^\circ} \right] \times \prod_{j=k+1}^M \left[1 - e_{ij} \frac{p_{tj}}{p_j^\circ} \right] \times \left(1 - e_{ik} \frac{p_{tk}}{p_j^\circ} \right) \right] \quad (13)$$

$$S(P_i^*) = \sum_{i=1}^N \left[d_i (z_{fi} + z_{gi}) \prod_{j=1}^{k-1} \left[1 - e_{ij} \frac{p_{tj}}{p_j^\circ} \right] \times \prod_{j=k+1}^M \left[1 - e_{ij} \frac{p_{tj}}{p_j^\circ} \right] \times \left(1 - e_{ik} \frac{p_{tk} + 1}{p_j^\circ} \right) \right] \quad (14)$$

В (14) в каждом слагаемом один из множителей меньше, чем соответствующий множитель в (13). Следовательно, вся сумма (14) меньше, чем сумма (13). $S(P_i) > S(P_i^*)$, что противоречит условию (10), следовательно, точка P_i не доставляет минимум целевой функции на множестве допустимых решений и не является решением задачи КПМ.

Таким образом, любая точка, не являющаяся граничной, не может быть решением задачи, следовательно, решением является одна из граничных точек. *Утверждение доказано.*

Для отыскания оптимального решения задачи достаточно перебрать все точки на границе **В**. Поиск осуществляется с помощью рекурсивной процедуры, последовательно перебирающей точки на границе, вычисляя в каждой значение целевой функции.

4. РАСШИРЕННАЯ МОДЕЛЬ ПЛАНИРОВАНИЯ КППМ

В настоящее время на рынке, кроме традиционных, существует ряд новых перспективных видов медицинского оборудования, которое может применяться для проведения профилактических мероприятий. С этой целью необходимо часть выделяемого бюджета израсходовать на приобретение и ввод в эксплуатацию этого оборудования.

С учетом сказанного, постановка задачи планирования КППМ может быть расширена. Среди альтернативных вариантов приобретения нового оборудования выбирается один или несколько, затем решается задача планирования КППМ. Таким образом, расширяется спектр возможных профилактических мероприятий; бюджет при этом уменьшается на сумму приобретаемого оборудования.

Расширенная постановка задачи планирования КППМ. Определить комплекс профилактических мероприятий, позволяющий минимизировать общую заболеваемость, при заданном ограниченном объеме финансирования на приобретение нового оборудования и проведение мероприятий.

В соответствии с этим модернизирована математическая модель задачи планирования комплекса профилактических мероприятий.

Предположим, что имеется L альтернативных профилактических мероприятий, для проведения которых необходимо приобретение дополнительного оборудования. Стоимость оборудования обозначим через A_l , $l=1, L$. Векторы \bar{P} , \bar{P}° , \bar{C} добавляются соответствующими значениями по новым типам профилактических мероприятий:

$$\bar{P}^* = (p_1, p_2, \dots, p_{M+L}),$$

$$\bar{P}^{\circ*} = (p_1^\circ, p_2^\circ, \dots, p_{M+L}^\circ),$$

$$\bar{C}^* = (c_1, \dots, c_{M+L})^T.$$

В матрицу $E(N \times M)$ добавляются L столбцов: $E^*(N \times M+L)$.

Для каждого мероприятия введем признак использования, показывающий, имеется ли необходимое оборудование для проведения мероприятия:

$\bar{H} = (h_1, h_2, \dots, h_{M+L})$, где $h_j \in \{0, 1\}$; 1 — в случае, если мероприятие с индексом j доступно для проведения, 0 — в противном случае; $h_j = 1, j = 1, M$.

Запишем решение задачи планирования КППМ в виде функции $\bar{P}_{\text{опт}} = \Psi(\bar{Z}_f, \bar{Z}_g, \bar{D}, F, \bar{P}^\circ, \bar{C}, E)$.

Тогда оптимальное значение общего количества дней временной нетрудоспособности $S_{\text{опт}} = S(\bar{P}_{\text{опт}})$.

Для каждой комбинации приобретения оборудования (с соответствующим вектором \bar{H}) решение задачи планирования КППМ определяется следующим образом:

$$\bar{P}^* = \Psi(\bar{Z}_f, \bar{Z}_g, \bar{D}, F^*, \bar{P}^{\circ*}, \bar{C}^*, E^*),$$

где $F^* = F - \sum_{l=1}^L h_{M+l} A_l / Q$ — объем финансирования уменьшенный на сумму вложений в новое оборудование; Q — количество работников;

$$S(P) = \sum_{i=1}^N \left[d_i (z_{fi} + z_{gi}) \times \prod_{j=1}^{M+L} \left[1 - h_j e_{ij} \frac{p_j}{p_j^\circ} \right] \right]. \quad (15)$$

Для определения оптимального комплекса профилактических мероприятий с учетом использования альтернативных вариантов необходимо проанализировать все возможные значения вектора \bar{H} . Для каждого значения вектора \bar{H} решается задача планирования КППМ с измененными векторами \bar{P} , \bar{P}° , \bar{C} , матрицей E и целевой функцией $S(P)$.

5. МЕТОДИКА ВЫБОРА ОПТИМАЛЬНОГО КОМПЛЕКСА ПРОФИЛАКТИЧЕСКИХ МЕРОПРИЯТИЙ ПРИ ОГРАНИЧЕННОМ ОБЪЕМЕ ФИНАНСИРОВАНИЯ

Для практического применения разработанной математической модели планирования комплекса профилактических мероприятий при ограниченном объеме финансирования требуется определение последовательности выполняемых действий — выработка методики.

Предлагается методика, состоящая из следующих последовательно выполняемых шагов:

1. Определение ожидаемого уровня загрязнения окружающей среды в районе промышленного предприятия. Базируется на данных планирования производственной программы на предстоящий период.

2. Прогнозирование заболеваемости сотрудников.

3. Определение перечня предполагаемых к проведению профилактических мероприятий и их параметров (эффективность, стоимость, максимально возможное количество проведенных).

4. Решение оптимизационной задачи. Определение оптимального комплекса профилактических мероприятий.

5. Составление плана-графика проведения профилактических мероприятий, в том числе по структурным единицам предприятия.

В случае невозможности выполнения рекомендованного комплекса (по организационным, техническим или иным причинам) необходимо осуществить коррекцию параметров, задаваемых на шаге 3, и провести повторное решение оптимизационной задачи. На рисунке приведено графическое представление предложенной методики в виде блок-схемы.

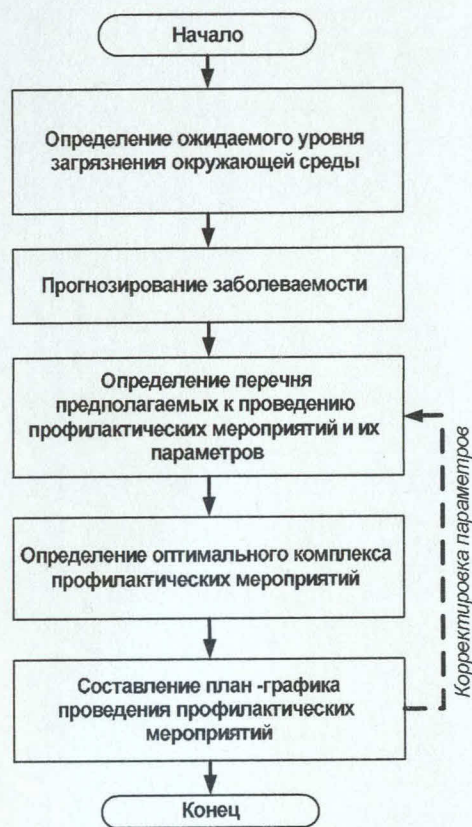


Рис. Блок-схема методики выбора оптимального КПМ при ограниченном объеме финансирования

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей статье рассмотрен процесс планирования комплекса профилактических мероприятий. Предложены способы оптимизации расходования средств, выделяемых на оздоровление работников. Предложенный способ анализа вариантов применения альтернативного медицинского оборудования представляется перспективным направлением повышения эффективности работы санаториев-профилакториев. Однако, применение изложенных в статье математических моделей потребует определенных организационных мероприятий по совершенствованию процедур учета и планирования в лечебно-профилактических учреждениях.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Амосов, А. А. Вычислительные методы для инженеров : учебное пособие / А. А. Амосов, Ю. А. Дубинский, Н. В. Копченова. М. : Высшая школа, 1994. 544 с.
2. Аттетков, А. В. Методы оптимизации: Учебник для вузов / А. В. Аттетков, С. В. Галкин, В. С. Зарубин ; под ред. В. С. Зарубина, А. П. Крищенко. М. : МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2003. 440 с.
3. Глебов, Н. И. Методы оптимизации : учебное пособие / Н. И. Глебов, Ю. А. Кочетов, А. В. Плясунов. Новосибирск : НГУ, 2000. 105 с.
4. Робертс, Ф. С. Дискретные математические модели с приложениями к социальным, биологическим и экологическим задачам / Ф. С. Робертс. М. : Наука, 1986.
5. Фридлянд, А. М. Моделирование воздействия метеоусловий и факторов загрязнения окружающей среды на динамику заболеваемости / А. М. Фридлянд, Е. А. Тууль // The 3rd Int. Workshop on Comp. Science and Information Technologies CSIT-2001. Ufa, Russia, 2001. (На англ. яз.).