УДК 533.697.3

Э. Г. ГИМРАНОВ

# РАЗВИТИЕ МЕТОДА КРОККО ДЛЯ РЕШЕНИЯ ОБОБЩЕННЫХ УРАВНЕНИЙ ДВИЖЕНИЯ ГАЗА В КАНАЛАХ ДЛА И ЭУ

Получены частные решения системы обобщенных квазиодномерных уравнений установившегося движения газа в каналах ДЛА и ЭУ, принадлежащих к семейству, для которых давление и площадь поперечного сечения канала связаны степенной зависимостью. Рассмотрено семейство сверхзвуковых течений с переходом от $M > 1$ к $M < 1$ (псевдоскачок) в каналах с развитым пограничным слоем. *Полный импульс; модифицированные газодинамические функции полного импульса; физические воздействия на газовый поток*

## УСЛОВНЫЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ

$x$ — продольная координата канала;

$p$ — давление;

$F$ — площадь поперечного сечения канала;

$\varepsilon$ — показатель степени;

$W$ — скорость потока газа;

$G$ — расход газа;

$\gamma$ — показатель адиабаты;

$\Phi$ — полный импульс;

$a_{\text{кр}}$ — критическая скорость звука;

$\lambda_{\text{о}}$ — приведенная скорость на оси потока в канале;

$f(\varepsilon, \lambda_{\text{о}})$, $r(\varepsilon, \lambda_{\text{о}})$, $Z(\varepsilon, \lambda_{\text{о}})$ — газодинамические функции полного импульса;

$\pi(\lambda_{\text{о}})$ — газодинамическая функция относительного давления;

$F(\varepsilon, \lambda_{\text{о}})$, $R(\varepsilon, \lambda_{\text{о}})$, $Z(\varepsilon, \lambda_{\text{о}})$, $I(\varepsilon, \lambda_{\text{о}})$ — модифицированные газодинамические функции полного импульса;

$\Psi$ — параметр комбинированного воздействия на газовый поток;

$\sigma$ — коэффициент восстановления полного давления;

$\xi$ — коэффициент трения.

Индексы:

* — параметры торможения;

$i$ — вид, форма модифицированных газодинамических функций;

$x$ — проекция скорости на продольную координату;

$(\bar{\ })$ — относительные величины;

кр — критические значения параметров.

Все физические величины в системе СИ.

## ВВЕДЕНИЕ

В [1] приведены обобщенные квазиодномерные уравнения установившегося движения газа в каналах ДЛА и ЭУ (дифференциальная и интегральная формы), позволяющие рассматривать изменение параметров потока в условиях влияния начальных факторов и различных физических раздельных и комбинированных активных воздействий (задача управления), осуществляемых подводом (отводом) в основной поток ( в пограничный слой) дополнительной массы газа (жидкости), подводом (отводом) тепла (нагревание или охлаждение) от посторонних источников, изменением геометрии проточного канала газодинамических устройств.

Даны только общие решения приведенных уравнений движения в форме интегральных соотношений и в предельно частном случае отсутствия физических воздействий и трения, воздействия геометрией канала и вязкого взаимодействия (модифицированные газодинамические функции переходят в известные для одномерных течений [3], что приводит к кинематическому соотношению приведенных скоростей на локальном прямом скачке уплотнения и к ударной адиабате Рэнкина–Гюгонио.

В настоящей работе предлагается обобщенное, но остающееся частным, решение как дальнейшее развитие метода Крокко [2], течения газа в каналах, принадлежащих к семейству, для которых давление и площадь поперечного сечения канала связаны степенной зависимостью.

## 1. Семейство течений газа в каналах, где $pF^{\frac{\varepsilon}{\varepsilon-1}} = \mathrm{const}$

Пусть зависимости вида $\bar{p}(\bar{x})$ и $\bar{F}(\bar{x})$ будут объединены функцией $[\bar{p}(\bar{x}), \bar{F}(\bar{x})]$, которая представляет собой степенное выражение вида

$$pF^{\frac{\varepsilon}{\varepsilon-1}} = \mathrm{const}, \qquad (1)$$

заимствованное из [2]. Предполагается существование течения в таком канале, для которого в каждом сечении справедливо соотношение

$$pF^{\frac{\varepsilon}{\varepsilon-1}} = p_1F_1^{\frac{\varepsilon}{\varepsilon-1}} = p_2F_2^{\frac{\varepsilon}{\varepsilon-1}} = \mathrm{const}.$$

Рассмотрим семейство сверхзвуковых течений с переходом от $M > 1$ к $M < 1$ (псевдоскачок) в таких каналах сначала в общем виде.

Поток обобщенного полного импульса («обобщенная импульсная функция» по Л. Крокко) запишется следующим образом:

$$\Phi = GW + \varepsilon pF$$

или с помощью газодинамических функций для однородного потока

$$\begin{aligned} \Phi &= \frac{\gamma+1}{\gamma}Ga_{\text{кр}}Z(\varepsilon,\lambda_0); \\ \Phi &= pF\frac{1}{r(\varepsilon,\lambda_0)}; \\ \Phi &= p^*Ff(\varepsilon,\lambda_0), \end{aligned} \qquad (2)$$

где газодинамические функции обобщенного полного импульса имеют вид

$$\begin{aligned} Z(\varepsilon,\lambda_0) &= \frac{1}{2}\left[\frac{2\gamma-\varepsilon(\gamma-1)}{\gamma+1}\lambda_0 + \frac{\varepsilon}{\lambda_0}\right]; \\ \frac{1}{r(\varepsilon,\lambda_0)} &= \frac{1}{r(\lambda_0)} + (\varepsilon-1); \\ f(\varepsilon,\lambda_0) &= (\varepsilon-1)\pi(\lambda_0) + f(\lambda_0). \end{aligned} \qquad (3)$$

Согласно [1] поток полного импульса представим в следующих трех различных видах:

$$d\left[\frac{\gamma+1}{\gamma}Ga_{\text{кр}}Z^i(\varepsilon,\lambda_0)\right] = \\ = \frac{1-\varepsilon}{\varepsilon}Fdp + Gu\frac{u_x}{u}\frac{dG}{G} - \frac{1}{2}Gu\xi\frac{dx}{D_{\text{г}}};$$

$$d\left[\mathrm{p}F\frac{1}{r(\varepsilon,\lambda_0)}\right] = \\ = \frac{1-\varepsilon}{\varepsilon}Fdp + Gu\frac{u_x}{u}\frac{dG}{G} - \frac{1}{2}Gu\xi\frac{dx}{D_{\text{г}}};$$

$$d\left[p*FF^i(\varepsilon,\lambda_0)\right] = \\ \frac{1-\varepsilon}{\varepsilon}Fdp + Gu\frac{u_x}{u}\frac{dG}{G} - \frac{1}{2}Gu\xi\frac{dx}{D_{\text{г}}}.$$

Разделив почленно соответственно первое уравнение на $\left(\frac{\gamma+1}{\gamma}Ga_{\text{кр}}\right)_1$, второе на $(pF)_1$ и третье на $(p^*F)_1$, после преобразований уравнения импульса запишем в безразмерном виде

$$\frac{dZ^i(\varepsilon,\lambda_0)}{Z^i(\varepsilon,\lambda_0)} + \frac{d\psi}{\psi} + \frac{\varepsilon-1}{\varepsilon}R^i(\varepsilon,\lambda_0)\frac{d\bar{p}}{\bar{p}} - \\ - \left[1-R^i(\varepsilon,\lambda_0)\right]\bar{\lambda}_{\bar{G}}\frac{d\bar{G}}{\bar{G}} + \\ + \frac{1}{2}\left[1-R^i(\varepsilon,\lambda_0)\right]\xi\frac{d\bar{x}}{\sqrt{\bar{F}}} = 0;$$

$$\frac{d\bar{p}}{\bar{p}} - \frac{dR^i(\varepsilon,\lambda_0)}{R^i(\varepsilon,\lambda_0)} + \left[\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon}R^i(\varepsilon,\lambda_0) - 1\right]\frac{d\bar{\mathrm{p}}}{\bar{p}} - \\ - \left[1-R^i(\varepsilon,\lambda_0)\right]\bar{\lambda}_{\bar{G}}\frac{d\bar{G}}{\bar{G}} + \\ + \frac{1}{2}\left[1-R^i(\varepsilon,\lambda_0)\right]\xi\frac{d\bar{x}}{\sqrt{\bar{F}}} = 0; \qquad (4)$$

$$\frac{d\sigma}{\sigma} + \frac{d\bar{F}}{\bar{F}} + \frac{dF^i(\varepsilon,\lambda_0)}{F^i(\varepsilon,\lambda_0)} + \frac{\varepsilon-1}{\varepsilon}R^i(\varepsilon,\lambda_0)\frac{d\bar{p}}{\bar{p}} - \\ - \left[1-R^i(\varepsilon,\lambda_0)\right]\bar{\lambda}_{\bar{G}}\frac{d\bar{G}}{\bar{G}} + \\ + \frac{1}{2}\left[1-R^i(\varepsilon,\lambda_0)\right]\xi\frac{d\bar{x}}{\sqrt{\bar{F}}} = 0.$$

Общие интегралы дифференциальных уравнений (4) имеют такое же содержание, что и обобщенные уравнения движения газа в [1].

$$Z^i(\varepsilon,\lambda_0) = \frac{Z^i(\varepsilon,\lambda_{01})}{\psi(\bar{\mathrm{x}})}\exp\left[\int_1^{\bar{F}} R^i(\varepsilon,\lambda_0)\,d\ln\bar{F}\right] \times \\ \times\exp\left[\int_1^{\bar{G}} I^i(\varepsilon,\lambda_0)\bar{\lambda}_{\bar{G}}\frac{d\bar{G}}{\bar{G}}\right] \times \\ \times\exp\left[-\frac{1}{2}\int_0^{\bar{x}} I^i(\varepsilon,\lambda_0)\xi\frac{d\bar{x}}{\sqrt{\bar{F}}}\right];$$

$$\int_1^{\bar F} \frac{\varepsilon-1}{\varepsilon} R^i(\varepsilon,\lambda_0)\,d\ln\bar p = \ln\frac{R^i(\varepsilon,\lambda_0)}{R^i(\varepsilon,\lambda_{01})} +$$

$$+\int_1^{\bar G} I^i(\varepsilon,\lambda_0)\bar\lambda_{\bar G}\frac{d\bar G}{\bar G} - \frac{1}{2}\int_0^{\bar x} I^i(\varepsilon,\lambda_0)\xi\frac{d\bar x}{\sqrt{\bar F}}\,; \quad (5)$$

$$\sigma = \frac{F^i(\varepsilon,\lambda_{01})}{F^i(\varepsilon,\lambda_0)}\exp\left[\int_1^{\bar p}\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon}I^i(\varepsilon,\lambda_0)\,d\ln\bar p\right]\times$$

$$\times\exp\left[\int_1^{\bar G} I^i(\varepsilon,\lambda_0)\bar\lambda_{\bar G}\frac{d\bar G}{\bar G}\right]\times$$

$$\times\exp\left[-\frac{1}{2}\int_0^{\bar x} I^i(\varepsilon,\lambda_0)\xi\frac{d\bar x}{\sqrt{\bar F}}\right].$$

Использование обобщенных уравнений (4) и (5) для решения практических задач по расчету параметров псевдоскачка требует определения значений $\varepsilon$. Так, в [2] показано, что физический смысл имеют значения $\varepsilon$, заключенных в пределах

$$0 \leqslant \varepsilon \leqslant \frac{\gamma-1}{\gamma}.$$

Соответствующим образом представленные уравнения законов сохранения массы, энергии и обобщенного полного импульса приводит к «обобщенному уравнению Рэнкина–Гюгонио» — «псевдоударная адиабата».

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{p_2}{p_1}\frac{1+u^2_{\text{кр}}}{u^2_{\text{кр}}}\frac{\left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{1}{\varepsilon}}}{\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{1}{\varepsilon}}},$$

где $u^2_{\text{кр}} = \frac{\varepsilon(\gamma-1)}{2\gamma-\varepsilon(\gamma-1)}$. Для воздуха ($\gamma = 1{,}4$) $0 \leqslant \varepsilon \leqslant 3{,}5$, а $u^2_{\text{кр}} = 0{,}4\varepsilon/(2{,}8-0{,}4\varepsilon)$.

При $\varepsilon = 0$ имеет место течение с постоянным давлением без трения, $p = \text{const}(\bar p = 1)$. При $\varepsilon = 1$ — течение без трения в канале постоянной площади поперечного сечения, $F = \text{const}(\bar F = 1)$. При $\varepsilon = \frac{\gamma}{\gamma-1}$ «обобщенное уравнение Рэнкина–Гюгонио» совпадает с уравнением изоэнтропы, $ds = 0$. При всех остальных значениях $\varepsilon$ происходит увеличение энтропии, $ds > 0$, при условии $p_2/p_1 > 1$, т. е. в соответствии со вторым законом термодинамики физически осуществляются только течения сжатия.

Тогда может быть предложен следующий способ решения смешанной задачи при заданных $\frac{p_2}{p_1} > 1$ и $\frac{F_2}{F_1} < 1$ или $\frac{F_2}{F_1} > 1$ (слаборасширяющийся или слабосужающийся канал без нарушения одномерности течения). Из условия Л. Крокко получим

$$\varepsilon = \ln\frac{p_2}{p_1}\Big/\ell n\left(\frac{p_2}{p_1}\frac{F_2}{F_1}\right), \quad (6)$$

а затем из уравнений (4) или (5) определяются закономерности $\bar p = \bar p(\bar x)$ и $\bar F = \bar F(\bar x)$. Заметим, что разрешить уравнения относительно искомых функций в явном виде не удастся. Вместо (6) может быть предложено соотношение, полученное с использованием уравнения расхода, записанного в виде

$$m_1 y(\lambda_{01})F_1\frac{p_1}{\sqrt{T_1^*}} = m_2 y(\lambda_{02})F_2\frac{p_2}{\sqrt{T_2^*}}$$

или

$$\frac{p_2}{p_1}\frac{F_2}{F_1} = \frac{m_1}{m_2}\sqrt{\frac{T_2^*}{T_1^*}}\frac{y(\lambda_{01})}{y(\lambda_{02})}.$$

Тогда получим

$$\varepsilon = \ln\frac{p_2}{p_1}\Big/\ell n\left[\frac{m_1}{m_2}\sqrt{\frac{T_2^*}{T_1^*}}\frac{y(\lambda_{01})}{y(\lambda_{02})}\right], \quad (7)$$

т. е. вместо геометрии канала (отношение площадей) можно использовать чисто газодинамические и термодинамические параметры потока. При $T^* = \text{const}$ будем иметь

$$\varepsilon = \ln\frac{p_2}{p_1}/\ell n\frac{y(\lambda_{01})}{y(\lambda_{02})}. \quad (8)$$

## 2. Частные решения уравнений семейства течений

Рассмотрим некоторые частные случаи. При $\bar\lambda_{\bar G} = 0$ уравнения (4) запишутся в виде

$$\frac{dZ^i(\varepsilon,\lambda_0)}{Z^i(\varepsilon,\lambda_0)} + \frac{d\psi}{\psi} + \frac{\varepsilon-1}{\varepsilon}R^i(\varepsilon,\lambda_0)\frac{d\bar p}{\bar p} + $$
$$+\frac{1}{2}\left[1-R^i(\varepsilon,\lambda_0)\right]\xi\frac{d\bar x}{\sqrt{\bar F}} = 0;$$

$$\frac{d\bar p}{\bar p} + \left[\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon}R^i(\varepsilon,\lambda_0) - 1\right]\frac{d\bar p}{\bar p} - \frac{dR^i(\varepsilon,\lambda_0)}{R^i(\varepsilon,\lambda_0)} +$$
$$+\frac{1}{2}\left[1-R^i(\varepsilon,\lambda_0)\right]\xi\frac{d\bar x}{\sqrt{\bar F}} = 0;$$

$$\frac{d\sigma}{\sigma}+\frac{d\bar F}{\bar F}+\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon}R^i(\varepsilon,\lambda_0)\frac{d\bar p}{\bar p}+\frac{dF^i(\varepsilon,\lambda_0)}{F^i(\varepsilon,\lambda_0)}+$$
$$+\frac{1}{2}\left[1-R^i(\varepsilon,\lambda_0)\right]\xi\frac{d\bar x}{\sqrt{\bar F}}=0.$$

**а)** Течение газа в канале при условии $\xi(\bar x)=0$:

$$\frac{dZ^i(\varepsilon,\lambda_0)}{Z^i(\varepsilon,\lambda_0)}+\frac{d\psi}{\psi}-R^i(\varepsilon,\lambda_0)\frac{d\bar F}{\bar F}=0;$$
$$\frac{d\bar p}{\bar p}=\frac{\varepsilon}{\varepsilon-1}\frac{1}{\left[R^i(\varepsilon,\lambda_0)\right]^2}dR^i(\varepsilon,\lambda_0);$$
$$\frac{d\sigma}{\sigma}+I^i(\varepsilon,\lambda_0)\frac{d\bar F}{\bar F}+\frac{dF^i(\varepsilon,\lambda_0)}{F^i(\varepsilon,\lambda_0)}=0.$$

или в интегральной форме

$$\bar F(\bar x)=\exp\left[\int_1^2\frac{1}{R^i(\varepsilon,\lambda_0)}\,d\ell n Z^i(\varepsilon,\lambda_0)\right]+$$
$$+\exp\left[\int_1^2\frac{1}{R^i(\varepsilon,\lambda_0)}\,d\ln\psi(\bar x)\right];$$
$$\bar p(\bar x)=\exp\left[\int_1^2\frac{\varepsilon}{\varepsilon-1}\frac{1}{\left[R^i(\varepsilon,\lambda_0)\right]^2}\,dR^i(\varepsilon,\lambda_0)\right];$$
$$\sigma(\bar x)=\frac{dF^i(\varepsilon,\lambda_0)}{F^i(\varepsilon,\lambda_0)}\exp\left[\int_2^1 I^i(\varepsilon,\lambda_0)\,d\ln\bar F\right].\tag{9}$$

Система уравнений (9) решается при заданных условиях на центральной струйке тока, а $\psi(\bar x)$ представляет собой параметр управления, обеспечивающий выполнение граничных условий.

При $\bar F(\bar x)=1$, т. е. при течении газа в канале постоянной площади поперечного сечения, из первого уравнения системы (5) определяется закономерность физических раздельных или комбинированных воздействий $\psi(\bar x)$, также обеспечивающая выполнение граничных условий. В данном случае отношение давлений $\frac{p_2}{p_1}>1$.

Течение газа в канале $\bar F(\bar x)=1$ при условии $\xi(\bar x)=0$ и $\psi(\bar x)$ описывается уравнениями (3), (4).

**б)** Течение газа в канале при условии $pF=\text{const}$. Рассмотрим еще один частный случай, выходящий за рамки допустимого значения $\varepsilon$ по Л. Крокко. Пусть функция $\psi[\bar p(\bar x),\bar F(\bar x)]$ имеют простой вид

$$pF=\text{const}\quad\text{или}\quad\bar p\times\bar F=1.$$

Для течения газа в канале с переходом от $M>1$ к $M<1$ в псевдоскачке такой случай можно допустить. При некоторой закономерности восстановления статического давления на длине псевдоскачка $\bar p(\bar x)$ площадь поперечного сечения канала должна уменьшаться обратно пропорционально этой закономерности, т. е. $\bar F(\bar x)=1/\bar p(\bar x)$. Так как $\bar p(\bar x)$ не может стремиться к бесконечности $\bar p(\bar x)\neq\infty$, то и $\bar F(\bar x)$ не может стремиться к нулю, $\bar F(\bar x)\neq 0$. В реальных условиях $\bar p(\bar x)$ и $\frac{p_2}{p_1}$ — величины конечные. Рассматриваемый случай $pF=\text{const}$ из степеней зависимости Л. Крокко вытекает при условии

$$\lim_{\varepsilon\to\infty}\frac{\varepsilon}{\varepsilon-1}=1.$$

Рассмотрим более общую форму решения поставленной задачи. Запишем уравнение (2) в следующей форме:

$$d\,(Gu)=pdF+Gu\frac{u_x}{u}\frac{dG}{G}-\frac{1}{2}\xi Gu\frac{dx}{D_\Gamma},$$

которое после преобразований приводится к виду

$$\frac{d\sqrt{\bar F}}{d\bar x}+\frac{1}{2}\left[\bar\lambda_{\bar G}R^i(\lambda_0)\frac{d\ln\bar G}{d\bar x}-\frac{dR^i(\lambda_0)}{d\bar x}\right]\sqrt{\bar F}=$$
$$=\frac{1}{4}R^i(\lambda_0)\xi(\bar x).\tag{10}$$

Общее решение уравнения (10) имеет такой же вид как и уравнения (5). При этом функции $\bar p(\bar x)$ и $\bar F(\bar x)$ будут выражаться следующим образом:

$$\bar p(\bar x)=\frac{1}{2}\left[\bar\lambda_{\bar G}R^i(\lambda_0)\frac{d\ln\bar G}{d\bar x}-\frac{dR^i(\lambda_0)}{d\bar x}\right];$$
$$\bar F(\bar x)=\frac{1}{4}R^i(\lambda_0)\xi(\bar x).$$

Интеграл от преобразованного дифференциального уравнения потока полного импульса определяет относительные давления

$$\bar p(\bar x)=\frac{R^i(\lambda_{01})}{R^i(\lambda_0)}\exp\left[\int_1^{\bar F}\left[\frac{1}{R^i(\lambda_0)}-1\right]d\ln\bar F\right]\times$$
$$\times\exp\left[\int_1^{\bar G}\bar\lambda_{\bar G}\,d\ln\bar G\right]\exp\left[-\frac{1}{2}\int_0^{\bar x}\xi(\bar x)\frac{d\bar x}{\sqrt{\bar F}}\right];$$

$$\sigma(\bar{x}) = \frac{\pi(\lambda_{01})}{\pi(\lambda_0)}\frac{R^i(\lambda_{01})}{R^i(\lambda_0)} \times$$

$$\times \exp\left[\int_1^{\bar{F}}\left[\frac{1}{R^i(\lambda_0)} - 1\right] d\ln\bar{F}\right] \times$$

$$\times \exp\left[\int_1^{\bar{G}}\bar{\lambda}_{\bar{G}}\, d\ln\bar{G}\right]\exp\left[-\frac{1}{2}\int_0^{\bar{x}}\xi(\bar{x})\frac{d\bar{x}}{\sqrt{\bar{F}}}\right].$$

Ниже приводятся формулы расчета параметров течения газа с постоянным секундным импульсом силы давления без дополнительного импульса подведенной (отведенной) к основному потоку массы $\bar{\lambda}_{\bar{G}} = 0$ при условии $\xi(\bar{x}) = 0$:

$$\ln\bar{F} = R^i(\lambda_0) - R^i(\lambda_{01});$$

$$\bar{p}(\bar{x}) = \frac{R^i(\lambda_{01})}{R^i(\lambda_0)}\exp\int_1^{\bar{F}}\left[\frac{1}{R^i(\lambda_0)} - 1\right] d\ln\bar{F};$$

$$\sigma(\bar{x}) = \frac{\pi(\lambda_{01})}{\pi(\lambda_0)}\frac{R^i(\lambda_{01})}{R^i(\lambda_0)} \times$$

$$\times \exp\int_1^{\bar{F}}\left[\frac{1}{R^i(\lambda_0)} - 1\right] d\ln\bar{F};$$

$$\psi(\bar{x}) = \bar{F}(\bar{x})p(\bar{x})\frac{y(\lambda_0)}{y(\lambda_{01})}.$$

## ВЫВОДЫ

Таким образом, получены частные решения в обобщенных параметрах уравнений движения для семейства степенной зависимости давления и площади поперечного сечения канала.

Уравнения законов сохранения массы, энергии и полного импульса приводят к «обобщенному уравнению Рэнкина–Гюгонио» — «псевдоударная адиабата».

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ


1. **Гимранов, Э. Г.** Обобщенные квазиодномерные уравнения движения газа в каналах ДЛА и их интегралы / Э. Г. Гимранов, В. Г. Михайлов // Вестник УГАТУ. 2006. Т. 7. № 1 (14). С. 153–160.
2. **Крокко, Л.** Одномерное рассмотрение газовой динамики установившихся течений / Л. Крокко // Основы газовой динамики. М. : ИЛ, 1963. С. 64–324.
3. **Абрамович, Г. Н.** Прикладная газовая динамика : учебное руководство / Г. Н. Абрамович. М. : Наука, 1991. Ч. 1. 600 с.


## ОБ АВТОРЕ


**Гимранов Эрнст Гайсович,** проф. каф. прикладной гидромеханики. Дипл. инж.-мех. по авиац. двигателям (УАИ, 1965). Д-р техн. наук по тепловым двигателям (УАИ, 1990). Иссл. в обл. газовой динамики двигателей.