

УДК 004.65

## ЧИСЛЕННЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ КАТОДНОЙ ЗАЩИТЫ ТРУБОПРОВОДОВ С УЧЕТОМ ИНТЕРВАЛЬНОЙ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ В ИСХОДНЫХ ДАННЫХ

А. М. Болотнов<sup>1</sup>, Ф. З. Хисаметдинов<sup>2</sup>

<sup>1</sup>bolotnovam@mail.ru, <sup>2</sup>khisametdinovfz@mail.ru

<sup>1</sup>ФГБОУ ВО «Башкирский государственный университет» (БашГУ)

<sup>2</sup>Сибайский институт (филиал) ФГБОУ ВО «Башкирский государственный университет» (СИ (филиал) БашГУ)

Поступила в редакцию 17.02.2018

**Аннотация.** Предложен алгоритм построения внешних интервальных оценок для плотности тока и разности потенциалов на границе «грунт–труба» в системах катодной защиты подземных трубопроводов для интервально заданных сопротивлений грунта и изоляции. Применяется разработанный авторами численно-аналитический метод расчета, учитывающий неравномерность изоляции вдоль трубопровода и влияние защитных заземлений катодной станции. Разработана программа на языке C++ и проведены вычислительные эксперименты. Приведены примеры численных расчетов с интервальными исходными данными.

**Ключевые слова:** математическое моделирование; электрическое поле; катодная защита; метод фиктивных источников; интервальная задача.

### ВВЕДЕНИЕ

Компьютерное моделирование и численное исследование задач токораспределения в системах катодной защиты (КЗ) подземных трубопроводов связаны как с большим разбросом значений геометрических параметров объектов, так и с неопределенностью в исходных данных.

Для эффективной работы КЗ требуется, чтобы разности электрических потенциалов грунта и металлической части подземного сооружения принадлежали заданному интервалу [1]. Наибольшее влияние на эту разность оказывают: ток, стекающий с анода; электропроводность грунта; сопротивление изоляции трубопровода; расстояние от анода до трубы и др.

Параметры, определяющие режим работы КЗ, можно разделить на два типа: 1) величины, поддающиеся измерению с определенной точностью (ток, геометрические параметры); 2) параметры, значения которых существенно зависят от места и

времени измерения. Например, сопротивление грунта зависит от его состава, влажности, температуры и т.п. Сопротивление изоляционного покрытия трубопровода зависит, кроме перечисленных факторов, также от продолжительности его эксплуатации [1].

Эффективным подходом, позволяющим учитывать в математической модели указанную неопределенность, является применение инструментов интервального анализа [2].

Основные электрохимические характеристики, – электрическое сопротивление грунта, сопротивление изоляции трубопровода, сопротивление на границах анодов, – по сути, являются интервальными величинами.

Под интервальным числом  $a$  понимают множество действительных чисел  $x$ , таких что  $\underline{a} \leq x \leq \bar{a}$ . При  $\underline{a} = \bar{a}$  интервальное число  $a$  отождествляют с вещественным числом  $a$ , при этом интервальные числа называют интервалами, а вещественные числа – точечными значениями [2].

Интервалы и интервальные объекты (векторы, матрицы) обозначаем жирным шрифтом (например,  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $x$ ,  $y$ ,  $z$ ), неинтервальные (точечные) величины никак специально не выделяются. Подчеркивание и надчеркивание объектов соответствуют обозначению нижнего и верхнего концов интервала [2].

Для исследования электрического поля КЗ трубопровода предлагается численно-аналитический метод расчета, в которых дискретная модель дополняется полученными авторами аналитическими выражениями, позволяющими более точно учитывать взаимосвязь токов через боковую поверхность трубопровода с разностью потенциалов «грунт–труба». Также впервые в подобных моделях учтено влияние защитного заземления катодной станции (ЗЗКС).

#### ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ И ПОСТРОЕНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ

Рассматривается задача расчета параметров электрического поля, создаваемого протяженным цилиндрическим катодом (трубой) и вертикальным заглубленным анодом (рис. 1).

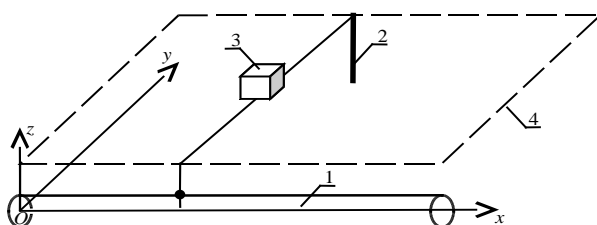


Рис. 1. Схема катодной защиты: 1 – трубопровод, 2 – заглубленный анод, 3 – катодная станция, 4 – поверхность земли

Система декартовых координат определена следующим образом: ось  $Ox$  совмещена с осью трубопровода  $0 \leq x \leq L$ ; плоскость  $z = H_t$  совпадает с поверхностью земли; анод считаем точечным источником с интенсивностью  $I_0$ , расположенным в точке  $p_0 = (x_0, y_0, z_0)$ ; трубопровод подключен к катодной станции в точке  $x = x_0$ .

Электрометрические измерения в системах КЗ трубопроводов позволяют наблюдать локальный минимум потенциала «грунт–труба» в точке замера, ближайшей к катодной станции. Указанная особенность

наблюдается независимо от срока эксплуатации трубопровода, а также электрохимических характеристик грунта и изоляции трубы. В то же время формальная математическая модель электрического поля описывает рост потенциала с приближением к аноду.

Данный эффект можно объяснить влиянием ЗЗКС, через которое происходит частичная утечка тока КЗ. В предлагаемой модели для учета влияния ЗЗКС [3, 4] введен точечный сток интенсивности  $I_s$ , расположенный в точке  $p_s = (x_s, y_s, z_s)$ .

Основываясь на указанных предположениях, сформулируем математическую модель электрического поля [5]. Потенциал электрического поля  $u = u(p)$  в этом случае удовлетворяет уравнению Пуассона:

$$\operatorname{div}(\sigma(p) \operatorname{grad} u(p)) = I_0 \delta(p - p_0) - I_s \delta(p - p_s), \quad (1)$$

где  $\sigma(p)$  – удельная электропроводность среды, См/м;  $\delta(p)$  – дельта-функция Дирака.

Для потенциала на границе «грунт–труба» зададим условия

$$\left( u - c \sigma \frac{\partial u}{\partial n} \right) \Big|_{S_{st}} = u_t, \quad (2)$$

где  $c = c(x)$  – сопротивление изоляционного покрытия (Ом·м<sup>2</sup>),  $u_t$  – потенциал металла трубы. Учитывая, что длина трубы значительно превышает ее диаметр, считаем потенциал металла постоянным в нормальном сечении и зависящим только от продольной координаты:  $u_t = u_t(x)$ .

На границе  $S_{is}$ , соответствующей поверхности земли ( $z = H_t$ ), левой и правой границам защищаемого участка трубы в грунте ( $x = 0$ ,  $x = L$ ), ставим граничное условие

$$\frac{\partial u}{\partial n} \Big|_{S_{is}} = 0. \quad (3)$$

В точке подключения катодной станции к трубопроводу  $x = x_0$  потребуем выполнения условия

$$\frac{\partial u}{\partial x} \Big|_{x=x_0-0} - \frac{\partial u}{\partial x} \Big|_{x=x_0+0} = \frac{I_0 - I_s}{\sigma_{mt} S_{ms}}, \quad (4)$$

где  $\sigma_{mt}$  – удельная электропроводность металла трубы,  $S_{ms}$  – площадь металла в нормальном сечении трубы.

Для тока в металле трубы при отсутствии потерь через боковую поверхность выполняется закон Ома

$$j_t(x) = \sigma_{mt} \frac{du_t}{dx}, \quad (5)$$

где  $j_t(x)$  – плотность тока в металле трубы по направлению оси  $Ox$ . Положительное направление для продольного тока в трубе совпадает с направлением оси  $Ox$ .

### ПОСТРОЕНИЕ ДИСКРЕТНОЙ МОДЕЛИ

Алгоритм решения задачи основан на методе фиктивных источников [3, 4]. Для этого интервал  $0 \leq x \leq L$  условно разбивается на  $M$  равных фрагментов, в каждом из которых электрохимические параметры предполагаются постоянными. С геометрическим центром каждого фрагмента ассоциирован фиктивный источник (ФИ) или сток. Подключение катодной станции к трубе произведено в центре фрагмента с номером  $i_{ks}$ , равным целой части выражения  $(x_0 / l_t + 1)$ .

Таким образом, для каждого  $i$ -го фрагмента ( $i = 1, \dots, M$ ) рассматриваются средние значения неизвестных величин:

$U_{tm,i}$  – потенциал металла трубы;

$U_{tg,i}$  – потенциал в грунте на границе с трубой;

$I_{tg,i}$  – ток, втекающий через боковую поверхность трубы;

$I_{tx,i}$  – продольный ток в металле трубы между соседними ФИ;

$U_{pr,i}$  – защитный потенциал.

С использованием введенных обозначений запишем 1 закон Кирхгофа [6] для каждого фрагмента:

$$\begin{aligned} I_{tg,1} - I_{tx,1} &= 0, \\ I_{tg,i} + I_{tx,i-1} - I_{tx,i} &= 0, \quad i = 2, \dots, M-1, \quad i \neq i_{ks}, \\ I_{tg,i_{ks}} + I_{tx,i_{ks}-1} - I_{tx,i_{ks}} &= I_0 - I_s, \\ I_{tg,M} + I_{tx,M-1} &= 0, \end{aligned} \quad (6)$$

Для тока, текущего вдоль трубы, из (5) следует:

$$U_{tm,i+1} - U_{tm,i} = -B_m I_{tx,i}, \quad (7)$$

где  $B = \rho_t l_t / S_{ms}$  – продольное сопротивление металла трубы между соседними ФИ,  $\rho_t$  – удельное сопротивление трубной стали,  $l_t$  – длина фрагмента трубы.

Зависимость потенциала в грунте на границе с трубой и токов от фиктивных источников (стоков) можно выразить в соответствии с принципом электростатической аналогии [6]

$$4\pi\sigma U_{tg,i} = \frac{I_0}{R(p_{t,i}, p_0)} - \frac{I_s}{R(p_{t,i}, p_s)} - \sum_{j=1}^M \frac{I_{tg,j}}{R(p_{t,i}, p_{t,j})},$$

где  $p_{t,i}$  – координата  $i$ -го ФИ,  $R(p,q)$  – расстояние между точками  $p$  и  $q$ .

В последнем выражении в условиях метода фиктивных источников под знаком суммы слагаемое, соответствующее случаю  $i = j$ , задает потенциал, определяемый током через границу «грунт–труба» этого же фрагмента, при этом возникает особенность. Авторами было получено аналитическое выражение на основе потенциала линейного и цилиндрического электродов:

$$\begin{aligned} 4\pi\sigma U_{tg,i} &= \frac{I_a}{R(p_{t,i}, p_a)} - \frac{I_s}{R(p_{t,i}, p_s)} - \\ &- \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^M \frac{I_{tg,j}}{R(p_{t,i}, p_{t,j})} - \frac{I_{tg,i}}{l_t^2} \left( l_t \ln \frac{l_t + \sqrt{l_t^2 + r_t^2}}{-l_t + \sqrt{l_t^2 + r_t^2}} - \right. \\ &\quad \left. - 2\sqrt{l_t^2 + r_t^2} + 2r_t \right), \quad i \neq i_{ks}, \\ 4\pi\sigma U_{tg,i} &= \frac{2I_a}{l_t} \ln \frac{l_t + \sqrt{\frac{l_t^2}{4} + h_a^2}}{h_a} - \\ &- \frac{2I_s}{l_t} \ln \frac{l_t + \sqrt{\frac{l_t^2}{4} + h_s^2}}{h_s} - \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^M \frac{I_{tg,j}}{R(p_{t,i}, p_{t,j})} - \\ &- \frac{I_{tg,i}}{l_t^2} \left( l_t \ln \frac{l_t + \sqrt{l_t^2 + r_t^2}}{-l_t + \sqrt{l_t^2 + r_t^2}} - \right. \\ &\quad \left. - 2\sqrt{l_t^2 + r_t^2} + 2r_t \right), \quad i = i_{ks}, \end{aligned} \quad (8)$$

где  $r_t$  – внешний радиус трубы,  $h_a, h_s$  – расстояния от трубы до анода и ЗЗКС соответственно.

Соотношение (8) является справедливым для случая неограниченного пространства. Для адаптации его к данной задаче в алгоритме расчета применяется принцип зеркальных отражений [6]. Для каждого ФИ вводятся их зеркальные аналоги той же интенсивности, расположенные симметрично плоскостям, соответствующим поверхности земли ( $z = H_t$ ), границам защищаемого участка трубопровода ( $x = 0, x = L$ ), а также относительно прямых  $\begin{cases} x = 0 \\ z = H_t \end{cases}$  и  $\begin{cases} x = L \\ z = H_t \end{cases}$ .

Граничные условия для  $i$ -го фрагмента трубопровода, являющиеся аналогами (2), имеют вид:

$$U_{tg,i} - C_i \frac{I_{tg,i}}{S_t} = U_{tm,i}, \quad (9)$$

где  $C_i$  – сопротивление изоляционного покрытия,  $S_t$  – площадь боковой поверхности фрагмента.

Работа КЗ заключается в смещении электрического потенциала металла защищаемого сооружения в отрицательном (катодном) направлении относительно потенциала свободной коррозии ( $U_e$ ). В технической литературе сумму потенциала свободной коррозии  $U_e$  и катодного смещения потенциала защищаемого объекта называют защитным потенциалом [1]. В данной работе принято  $U_e = \text{const}$ , а все расчеты проводятся для потенциала  $U_{pr}$ , равного абсолютному значению катодного смещения потенциала объекта. Таким образом:

$$U_{pr,i} = U_{tg,i} - U_{tm,i}. \quad (10)$$

Полученная система (6)–(10), состоящая из  $N = 5M - 1$  линейных уравнений относительно  $N$  неизвестных, имеет хорошо обусловленную матрицу, и для ее решения применяется метод Гаусса с выбором главного элемента [7].

#### ПЕРЕХОД К ИНТЕРВАЛЬНОЙ ЗАДАЧЕ

Переход к интервальной задаче осуществляется на основе системы (6)–(10). Заменим электропроводность грунта  $\sigma$  и сопротивление изоляции фрагментов трубы  $C_i$  их интервальными расширениями  $\sigma = (\underline{\sigma}, \bar{\sigma})$

и  $C_i = (\underline{C}_i, \bar{C}_i)$ ; остальные параметры будем считать интервалами нулевой ширины. Обозначая интервальный вектор неизвестных

$$\mathbf{x} = (\mathbf{I}_{tx,1} \dots \mathbf{I}_{tx,M-1}, \mathbf{I}_{tg,1} \dots \mathbf{I}_{tg,M}, \mathbf{U}_{tg,1} \dots \mathbf{U}_{tm,M}, \mathbf{U}_{pr,1} \dots \mathbf{U}_{pr,M})^T,$$

систему (6)–(10) запишем в виде интервальной системы линейных алгебраических уравнений (ИСЛАУ)

$$A(\sigma, C_1, \dots, C_M) \cdot \mathbf{x} = \mathbf{b}. \quad (11)$$

Решением интервальной задачи (11) будем называть множество

$$\mathbf{x} = \{x \in R^N : \exists \sigma \in \sigma, \exists C \in C_1, \dots, \exists C \in C_M, \exists \mathbf{b} \in \mathbf{b} : A(\sigma, C_1, \dots, C_M) \cdot \mathbf{x} = \mathbf{b}\}. \quad (12)$$

Построить и формально записать множество (12) в общем случае представляет собой сложную задачу, однако это, как правило, и не требуется. Наибольший практический смысл имеет его внешняя интервальная оценка [2].

Вектор, составленный из интервальных компонент, называют гипербрусом, или просто брусом. В пространстве  $R^n$  гипербрус является геометрическим образом интервального вектора – это прямоугольный параллелепипед со сторонами, параллельными координатным осям. Внешней интервальной оценкой множества (12) называется минимальный гипербрус, целиком содержащий все его элементы [2].

Если будет построена внешняя интервальная оценка множества (12), это позволит видеть, попадают ли значения  $U_{pr,i}$  в требуемый интервал для каждого фрагмента трубы.

#### АЛГОРИТМ РЕШЕНИЯ

Для решения ИСЛАУ разработаны различные методы, однако многие из них имеют ограничения по применимости.

В литературе приводятся многочисленные примеры [2], когда для точечной системы, имеющей хорошо обусловленную матрицу и успешно решаемой конкретным численным методом, переход к интервальному случаю и применение интервального варианта того же метода решения приводит к неудовлетворительным результатам.

Для эффективного применения большинства разработанных численных методов решения ИСЛАУ требуется, чтобы матрица системы удовлетворяла условию М-матрицы, или более слабому условию Н-матрицы. В литературе ([2], а также приведенной там библиографии) дано множество определений и критериев для Н-матрицы, однако все они содержат условия, сводящиеся к наличию у матрицы диагонального преобладания.

Можно показать (например, используя соотношение (6)), что матрица системы (11) не обладает диагональным преобладанием и не может быть приведена к такому виду заменой переменных и изменением порядка записи уравнений.

В силу теоремы Бека-Никеля [2] экстремальные значения каждой компоненты решения (11) достигаются для точечных систем, соответствующих граничным значениям интервальных коэффициентов системы. Поэтому интервальное решение можно построить путем решения всех возможных точечных систем для различных граничных комбинаций параметров  $\sigma$  и  $C_i$  и последующего покомпонентного отбора максимальных и минимальных значений. Однако непосредственное применение такого подхода приводит к быстрому росту объема вычислений с увеличением числа  $M$  принятых фиктивных источников. Если в случае  $M = 10$  необходимо решить  $2^{M+1} = 2^{11} = 2048$  линейных систем с  $5M - 1 = 49$  неизвестными, то при  $M = 30$  приходим к более чем 2 миллиардам линейных систем с  $5M - 1 = 149$  неизвестными.

На основе теоремы Бека-Никеля были проведены вычислительные эксперименты, анализ результатов которых позволил выяснить, что:

1. Верхняя и нижняя границы внешней оценки для  $\bar{U}_{pr} = (U_{pr,1}, \dots, U_{pr,M})^T$  есть решения точечных вариантов системы (11), когда сопротивления изоляции всех фрагментов одновременно равны верхней, либо одновременно равны нижней границе соответствующих интервалов  $C_i$ .

2. Верхняя и нижняя границы внешней оценки для  $\bar{I}_{tg} = (I_{tg,1}, \dots, I_{tg,M})^T$  есть решения

точечных вариантов системы (11), когда сопротивление изоляции для рассматриваемого фрагмента трубы принимает одно граничное значений интервала  $C_i$ , а для всех остальных фрагментов – противоположное.

С учетом приведенных замечаний разработаны алгоритмы построения внешней интервальной оценки для тока и разности потенциалов на границе «грунт–труба» [8]. Приведем один из алгоритмов.

Алгоритм 1. «Ток на границе «грунт–труба».

Вход: Значения  $\sigma = (\underline{\sigma}, \bar{\sigma})$  и  $C_i = (\underline{C}_i, \bar{C}_i)$ ,  $i = 1, \dots, M$ . Другие параметры, необходимые для формирования матрицы  $A(\sigma, C_1, \dots, C_M)$ .

Выход:

Вектор  $I_{tg} = ((\underline{I}_{tg,1}, \bar{I}_{tg,M}), \dots, (\underline{I}_{tg,1}, \bar{I}_{tg,M}))^T$ ,

содержащий внешнюю оценку величины тока на границе «грунт–труба» для каждого фрагмента трубы.

BEGIN

FOR  $k = 1$  TO  $M$  DO

$\underline{I}_{pr,k} :=$  ЗАВЕДОМО БОЛЬШОЕ ЧИСЛО

$\bar{I}_{pr,k} :=$  ЗАВЕДОМО МАЛОЕ ЧИСЛО

ENDFOR

FOR  $i = 1$  TO  $M$  DO

$\sigma = \underline{\sigma}$

ПОСТРОИТЬ КОМБИНАЦИЮ

$(C_1, \dots, C_M) = (\underline{C}_1, \dots, \underline{C}_{i-1}, \bar{C}_i, \underline{C}_{i+1}, \dots, \underline{C}_M)$

FOR  $j = 1$  TO 2 DO

РЕШИТЬ СЛАУ  $A(\sigma, C_1, \dots, C_M) \cdot x = b$

ПОЛУЧИТЬ  $I_{tg} = (I_{tg,1}, \dots, I_{tg,M})^T$

FOR  $k = 1$  TO  $i$  DO

ЕСЛИ  $I_{tg,k} < \underline{I}_{tg,k}$  ТО  $\underline{I}_{tg,k} := I_{tg,k}$

ЕСЛИ  $I_{tg,k} > \bar{I}_{tg,k}$  ТО  $\bar{I}_{tg,k} := I_{tg,k}$

ENDFOR

$\sigma = \bar{\sigma}$

ENDFOR

$\sigma = \underline{\sigma}$

ПОСТРОИТЬ КОМБИНАЦИЮ

$(C_1, \dots, C_M) = (\bar{C}_1, \dots, \bar{C}_{i-1}, \underline{C}_i, \bar{C}_{i+1}, \dots, \bar{C}_M)$

FOR  $j = 1$  TO 2 DO

РЕШИТЬ СЛАУ  $A(\sigma, C_1, \dots, C_M) \cdot x = b$

ПОЛУЧИТЬ  $I_{tg} = (I_{tg,1}, \dots, I_{tg,M})^T$

FOR  $k = 1$  TO  $i$  DO

ЕСЛИ  $I_{tg,k} < \underline{I}_{tg,k}$  ТО  $\underline{I}_{tg,k} := I_{tg,k}$

ЕСЛИ  $I_{tg,k} > \bar{I}_{tg,k}$  ТО  $\bar{I}_{tg,k} := I_{tg,k}$

ENDFOR

```

 $\sigma = \bar{\sigma}$ 
ENDFOR
ENDFOR

```

Для решения одной точечной системы методом Гаусса требуется  $2(5M-1)^3/3$  арифметических операций при выполнении прямого хода, и  $(5M-1)^2$  арифметических операций для реализации обратного хода. Предложенный алгоритм требует решения  $4M+4$  точечных систем, поэтому общий объем вычислений составит  $(4M+4) \cdot (2(5M-1)^3/3 + (5M-1)^2)$  арифметических операций. Например, при  $M = 200$  число операций для предложенного алгоритма составит порядка  $5 \cdot 10^{11}$ , тогда как непосредственно на основе теоремы Бека-Никеля – более чем  $2 \cdot 10^{69}$ .

### ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЕ ЭКСПЕРИМЕНТЫ

Предложенные подходы реализованы в виде программы на языке C++, проведены вычислительные эксперименты. По алгоритму Эйткена определено, что порядок точности разработанного численно-аналитического метода равен 1. Полученная по правилу Рунге общая относительная погрешность численных результатов составила менее 0,5%. Значения основных параметров расчетов приведены в табл. 1.

Таблица 1

#### Основные параметры задачи

Параметр	Значение
Длина защищаемого участка трубы, м	11000
Координата точки $x$ подключения СКЗ к трубе, м	5500
Расстояние от анода до трубы, м	200
Глубина до центра анода, м	2,5
Ток катодной станции $I_0$ , А	4
Внешний диаметр трубы, м	0,557
Толщина стенки трубы, мм	8
Глубина залегания трубы, м	1,5
Интервальное удельное сопротивление грунта, Ом·м	[160;240]
Удельное сопротивление стали, Ом·м	$2,45e-7$
Интенсивность стока через ЗЗКС в % от тока катодной станции	10
Расстояние от ЗЗКС до трубы, м	20
Число принятых фрагментов по трубе	199

На приведенных ниже рисунках цифрами 1 и 2 обозначены соответственно верхняя и нижняя границы интервалов, цифрой 3 – среднее значение.

Эксперимент 1. Для принятого среднего сопротивления изоляции задана постоянная по дистанции ширина интервала, равная 30% от среднего значения (рис. 2).

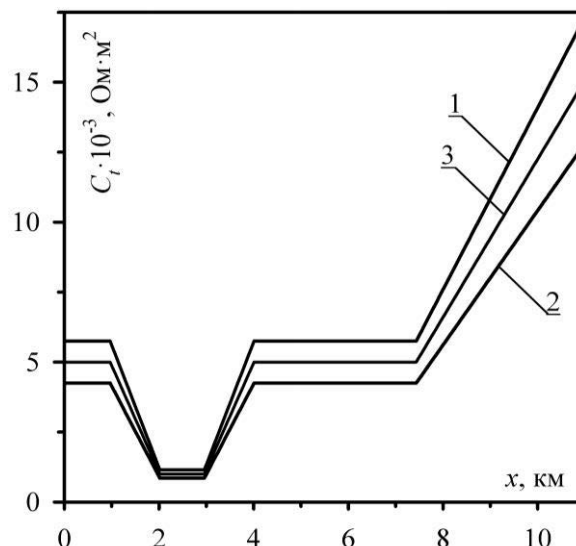


Рис. 2. Принятое интервальное распределение сопротивления изоляции трубы (Эксперимент 1)

Полученные внешние интервальные оценки и средние значения для плотности тока и разности потенциалов на границе «грунт–труба» приведены на рис. 3, 4.

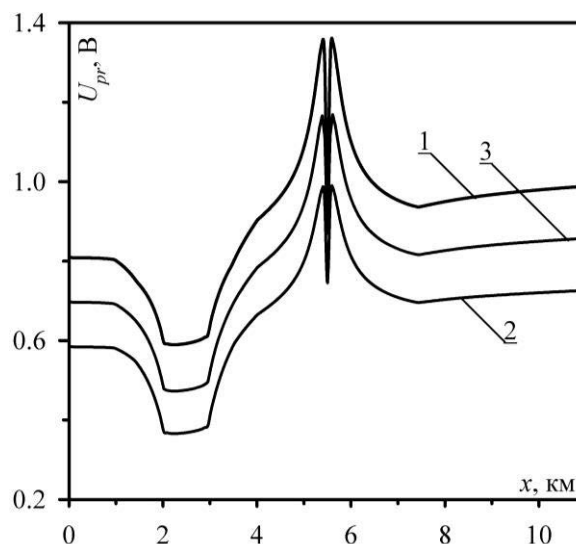


Рис. 3. Полученная внешняя оценка и среднее значение для разности потенциалов (Эксперимент 1)

Из представленных результатов следует, что для принятых интервалов изменения входных параметров на границе «грунт–труба» разность потенциалов меняется в интервале от 0,37 до 1,35 В, плотность тока – от 0,04 до 0,67  $\text{мА}\cdot\text{м}^2$ . Ширина интервала построенной внешней оценки для разности потенциалов меняется от 28% до 47%, для плотности тока – от 57% до 61% относительно средних значений.

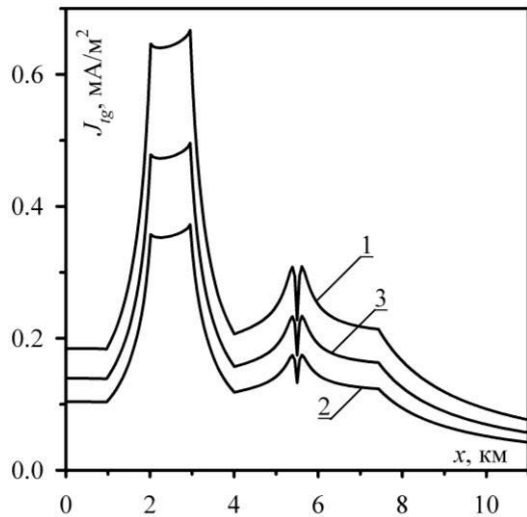


Рис. 4. Полученная внешняя оценка и среднее значение для плотности тока (Эксперимент 1)

Эксперимент 2. Сопротивление изоляции трубы вдоль дистанции задается следующим образом: среднее значение постоянно на всем участке; ширина интервала изменяется от 0 до 25% (рис. 5). Сопротивление грунта принято  $\rho_{гр} = [320;480]$  Ом·м. Результаты расчетов приведены на рис. 6, 7.

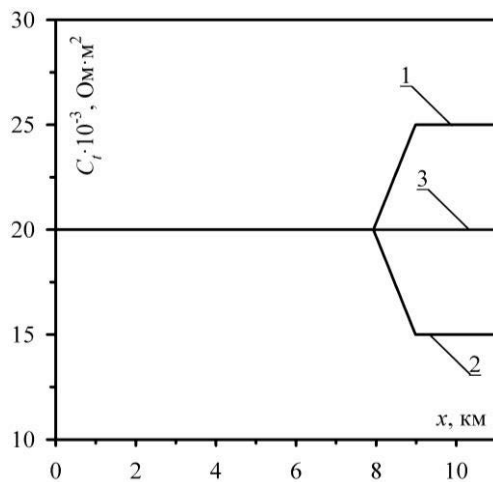


Рис. 5. Принятое интервальное распределение сопротивления изоляции трубы (Эксперимент 2)

В данном эксперименте на границе «грунт–труба» полученная разность потенциалов меняется в интервале от 0,78 до 1,13 В, плотность тока – от 0,032 до 0,06  $\text{мА}\cdot\text{м}^2$ .

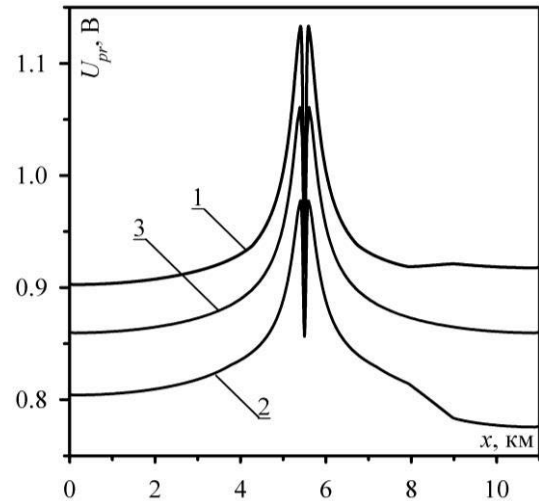


Рис. 6. Полученная внешняя оценка и среднее значение для потенциала (Эксперимент 2)

Ширина построенных внешних интервальных оценок меняется в пределах от 10% до 17% для разности потенциалов, от 11% до 65% – для плотности тока относительно средних значений.

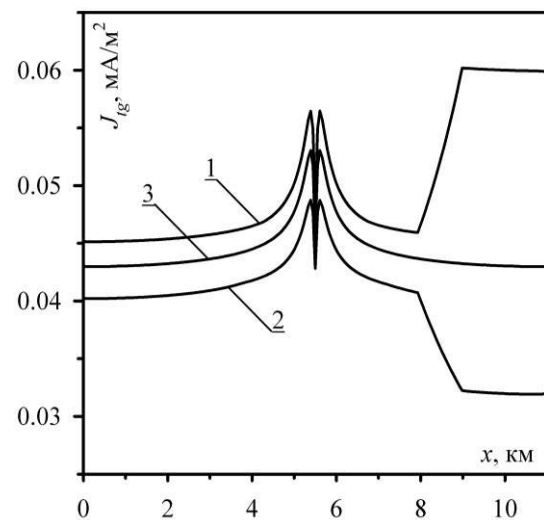


Рис. 7. Полученная внешняя оценка и среднее значение для плотности тока (Эксперимент 2)

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе рассмотрена математическая модель и соответствующая интервальная задача расчета электрических параметров КЗ подземного трубопровода.

На основе метода фиктивных источников разработан численно-аналитический метод расчета электрических параметров КЗ трубопровода с неравномерной изоляцией, учитывающий влияние ЗЗКС. Дискретная модель дополнена полученными автором аналитическими выражениями, позволяющими более точно учитывать влияние токов через боковую поверхность трубопровода на разность потенциалов «грунт–труба». Впервые в подобных моделях учтено влияние ЗЗКС на распределение электрических параметров КЗ.

Предложен алгоритм нахождения внешних интервальных оценок для электрического тока и разности потенциалов на границе «грунт–труба» в случае интервально заданных удельном сопротивлении грунта и сопротивлении изоляции трубопровода.

Разработана программа на языке C++, для которой получено свидетельство о государственной регистрации. Проведено численное исследование рассмотренной интервальной задачи с реальными исходными данными и различной шириной интервалов входных параметров.

Результаты проведенных расчетов, ширина полученных интервалов расчетных параметров согласуются с данными натурных измерений в системах КЗ трубопроводов, однако предлагаемый алгоритм нуждается в дополнительном теоретическом обосновании.

Предлагаемые подходы и алгоритмы могут быть применены при выборе проектных параметров и режимов эксплуатации КЗ трубопроводов.

*Данное исследование и рассматриваемые в нем задачи были инициированы и выполнялись в тесном сотрудничестве с «Всесоюзным научно-исследовательским институтом по строительству и эксплуатации трубопроводов, объектов ТЭЖ – инжиниринговой нефтегазовой компанией» (АО «ВНИИСТ»). Авторы выражают благодарность за участие в постановке задач, предоставленные исходные данные и плодотворное обсуждение результатов заве-*

*дующему лабораторией методов и средств электрохимической защиты АО «ВНИИСТ», канд. техн. наук М. А. Башаеву.*

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Глазов Н. П.** Подземная коррозия трубопроводов, ее прогнозирование и диагностика. М.: Газпром, 1994. 92 с. [ N. P. Glazov, *The underground pipeline corrosion, prediction and diagnosis*, (in Russian). Moscow: Gazprom, 1994. ]
2. **Шарый С. П.** Конечномерный интервальный анализ. Новосибирск: Инст. выч. технологий СО РАН, 2013. 606 с. [ S. P. Shary, *Finite-dimensional interval analysis*, (in Russian). Novosibirsk: Inst. vych. tekhnologij SO RAN, 2013. ]
3. **Болотнов А. М., Хисаметдинов Ф. З.** Определение сопротивления изоляции трубопровода по результатам измерений разности потенциалов «грунт–труба» // Вестник Башкирского университета. 2017. Т. 22, № 1. С. 20–24. [ A. M. Bolotnov, F. Z. Khisametdinov, “Determining the state of pipe insulation protection according to the results of measurements of “soil–pipe” potential difference”, (in Russian), in *Vestnik Bashkirskogo universiteta*, vol. 22, no. 1, pp. 20-24, 2017. ]
4. **Хисаметдинов Ф. З.** Компьютерное моделирование особенностей распределения защитного потенциала подземного трубопровода вблизи катодной станции // Электротехнические системы и комплексы. 2015. № 4(29). С. 31–34. [ F. Z. Khisametdinov, “Computer modeling features of distribution of protective potential of underground pipelines near cathodic station”, (in Russian), in *Elektrrotekhnicheskie sistemy i komplekсы*, no. 4 (29), pp. 31-34, 2015. ]
5. **Ильин В. П.** Численные методы решения задач электрофизики. М.: Наука, 1985. 336 с. [ V. P. Ilin, *Numerical methods for solving problems of Electrophysics*, (in Russian). Moscow: Nauka, 1985. ]
6. **Шимони К.** Теоретическая электротехника. М.: Мир, 1964. 773 с. [ K. Shimony, *Theoretical electrical engineering*, (in Russian). Moscow: Mir, 1985. ]
7. **Калиткин Н. Н.** Численные методы. М.: Наука, 1978. 512 с. [ N.N. Kalitkin, *Numerical methods*, (in Russian). Moscow: Nauka, 1978. ]
8. **Болотнов А. М., Башаев М. А., Хисаметдинов Ф. З.** Интервальные вычисления в алгоритмах расчета электрических полей катодной защиты магистральных трубопроводов // Системы управления и информационные технологии. 2015. № 4(62). С. 71–74. [ A. M. Bolotnov, M. A. Bashaev, F. Z. Khisametdinov, “Interval computations in the algorithms of calculation of electrical fields of cathodic protection of pipelines”, (in Russian), in *Sistemy upravleniya i informacionnye tekhnologii*, no. 4(62), pp. 71-74, 2017. ]

#### ОБ АВТОРАХ

**БОЛОТНОВ Анатолий Миронович**, зав. каф. инф. тех. и комп. матем. БашГУ. Дипл. математик (Баш. гос. ун-т, 1985). Д-р физ.-мат. (БашГУ, 2003), доцент, иссл. в обл. компьютерного моделирования и численного исследования физических полей в сложных электрохимических и технологических системах.



**ХИСАМЕТДИНОВ Фиргат Зайнуллович**, ст. преп. каф. прикл. матем. и инф. техн. СИ (филиала) БашГУ, дипл. математик-инженер (Баш. гос. ун-т, 1998). Готовит дис. о методах компьютерного моделирования катодной защиты с интервальной неопределенностью в исходных данных.

#### METADATA

**Title:** Computer simulation of cathodic protection of pipelines with interval parameters.

**Authors:** A. M. Bolotnov<sup>1</sup>, F. Z. Khisametdinov<sup>2</sup>

**Affiliation:**

<sup>1</sup> Bashkir State University (BashGU), Russia.

<sup>2</sup> Sibay Institute of Bashkir State University (SI BashGU), Russia.

**Email:** <sup>1</sup> bolotnovam@mail.ru, <sup>2</sup> khisametdinovfz@lmail.ru

**Language:** Russian.

**Source:** Vestnik UGATU (scientific journal of Ufa State Aviation Technical University), vol. 22, no. 3 (81), pp. 105-113, 2018. ISSN 2225-2789 (Online), ISSN 1992-6502 (Print).

**Abstract:** The algorithm of calculation of the electric field of cathodic protection of underground pipelines with interval initial data is proposed. The program set based on interval operations for a computer study of the systems of pipeline cathodic protection has been developed. The examples of numerical calculations with real initial data are given.

**Key words:** computer simulation; cathodic protection of the pipelines; the method of the fictitious sources; interval problem.

**About authors:**

**BOLOTNOV, Anatoly Mironovich**, Prof., Head of Dept. of Information Technology and Computer Mathematics of Bashkir State University. Dipl. Mathematician (Bashkir State Univ., 1985). Dr. of Phys. and Math. Sci. (BSU, 2003).

**KHISAMETDINOV, Firgat Zaynullovich**, Sen. Lec. Of Dept. of App. Math. and Inf. Tech. of Bashkir State University. Dipl. mathematician-engineer (Bashkir State Univ., 1998).