

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ, ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ

УДК 519.8:504

В. В. ВОДОПЬЯНОВ

МОДЕЛИРОВАНИЕ ИНГИБИРОВАНИЯ РОСТА МИКРООРГАНИЗМОВ В НЕФТЕЗАГРЯЗНЕННОЙ ПОЧВЕ

Построена математическая модель динамики изменения численности аэробных целлюлозоразрушающих микроорганизмов в нефтеагрязненной почве. Показано хорошее согласование полученной модели с экспериментальными данными. Математическая модель; нефтеагрязненная почва; целлюлозоразрушающие микроорганизмы

Нефть и нефтепродукты являются одним из самых распространенных загрязнителей почвы. Как указывают Н. П. Солнцева с соавт. [1], общие закономерности поведения нефти и нефтепродуктов даже в генетически однородном почвенном пространстве достаточно сложны и плохо изучены.

В почвенной экосистеме важное место занимают микроорганизмы. Как указывает Л. А. Сомова [2], знание свойств микробной популяции, ее возможностей, места и функций позволяет контролировать, прогнозировать и управлять развитием всей почвенной экосистемы.

Влияние нефти и нефтепродуктов на компоненты экосистемы почвы различно и зависит в первую очередь от концентрации загрязнителя и состояния экосистемы (рис. 1).

Низкие концентрации, как правило, стимулируют развитие многих групп микроорганизмов: углеводородокисляющих, азотфиксацирующих, актиномицетов, микромицетов и др. Нефть и нефтепродукты при средних и высоких концентрациях являются монодоминантным внешним фактором и ингибируют практически все группы микроорганизмов, даже те, для которых они являются питательным субстратом. Вместе с тем, именно почвенные микроорганизмы первыми вступают во взаимодействие с нефтью и ее продуктами, ускоряют процессы их разложения. Использование других компонентов экосистемы почвы для ускорения разложения нефти и ее продуктов возможно лишь после снижения концентрации загрязнителя до определенного уровня.

1. СОСТОЯНИЕ ВОПРОСА

Попадание в почву нефти сопровождается диффузионными процессами, когда нефть перемещается по слоям грунта. Диффузионные процессы сопровождаются также движением микробиоты почвы (хемотаксис). Хемотаксис — это процесс, при котором микроорганизмы меняют свое состояние движения, реагируя на присутствие химического вещества, стремясь в химически благоприятную среду и избегая неблагоприятной среды. Впервые математически явление хемотаксиса было описано в работе А. Н. Колмогорова, И. Г. Петровского, Н. С. Пискунова [3].

В последние годы появилось много работ, рассматривающих системы дифференциальных уравнений, учитывающих диффузию нефти и хемотаксис микроорганизмов (см.,

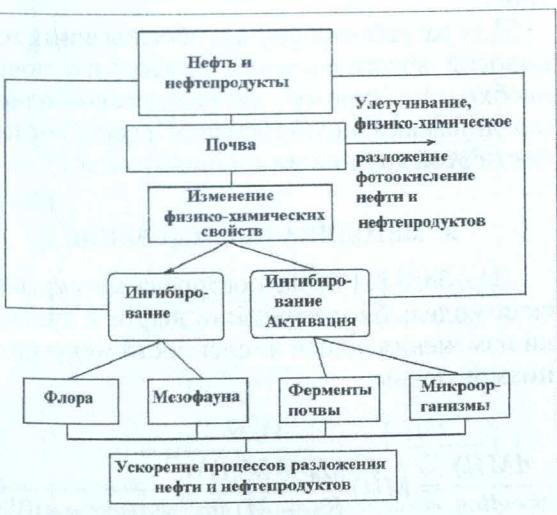


Рис. 1. Влияние нефти и нефтепродуктов на экосистему почвы

например, [4, 5]):

$$\begin{aligned} mS \frac{\partial C}{\partial t} &= D_1 \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} \pm q_1 \frac{\partial C}{\partial x} - \beta J(M, C), \\ \frac{\partial M}{\partial t} &= D_2 \frac{\partial^2 M}{\partial x^2} \pm q_2 \frac{\partial M}{\partial x} + J(M, C) - f(M), \end{aligned} \quad (1)$$

где $C(x, t)$ — концентрация поллютанта; $M(x, t)$ — концентрация биомассы микроорганизмов; t — время; x — направление оси диффузии; D — эффективные коэффициенты диффузии загрязнителя и биомассы; q — конвективный поток субстанции; β — количество поллютанта, разлагаемое 1-м граммом микробной популяции; m — пористость почвы; S — влагонасыщенность почвы.

Как показано в этих работах, данная система достаточно хорошо описывает диффузионные процессы загрязнителя.

Вместе с тем вопрос о функциях $J(M(x, t), C(x, t))$ и $f(M(x, t))$ мало изучен. Так, в [6] в качестве такой функции рассматривается выражение

$$\begin{aligned} J(M(x, t), C(x, t)) &= \\ &= \mu \frac{C(x, t) \cdot M(x, t)}{K_1 + C(x, t)} - \lambda M(x, t). \end{aligned} \quad (2)$$

Несложный качественный анализ модели (1) показывает, что через определенный промежуток времени, когда концентрация загрязнителя окажется достаточно низкой, функция $J(M(x, t), C(x, t))$ из (2) станет отрицательной. Последнее означает, что функция $J(M(x, t), C(x, t))$ в модели (1) отвечает динамике полного исчезновения микроорганизмов в почве через определенный промежуток времени и не является адекватным отражением протекающих в почве биологических процессов. Отметим также, что функция (2) в модели (1) не может описывать биологические процессы в случае отсутствия загрязнителя в почве.

В [5] в качестве $J(M(x, t), C(x, t))$ было использовано двухчленное уравнения Моно

$$\begin{aligned} J(M(x, t), C(x, t)) &= \\ &= \mu \frac{C(x, t)}{K_1 + C(x, t)} \cdot \frac{M(x, t)}{K_2 + M(x, t)}, \end{aligned} \quad (3)$$

а в качестве $f(M(x, t))$ — линейная функция. Нетрудно заметить, что и данная функция не может описать реальные процессы, протекающие в почве, так как функция (3) предполагает, что поллютант является единственным субстратом, поддерживающим жизнедеятельность микроорганизмов.

2. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассмотрение подобного вида функций связано с тем, что, как правило, изучаются процессы в течение небольшого промежутка времени. В этом случае подбор данных функций носит не столь большое значение в сравнении с процессами диффузионного перемещения микроорганизмов и нефти, так как процессы биодеградации нефти и процессы роста микроорганизмов выступают в этом случае как медленные переменные и их влияние на изучаемые процессы диффузии не существенны.

Для получения содержательных математических моделей, учитывающих длительные биологические процессы в загрязненной почве, функции $J(M(x, t), C(x, t))$ и $f(M(x, t))$ требуют более тщательного исследования. Целлюлозоразрушающие микроорганизмы — одна из основных групп микроорганизмов, во многом определяющих биологическую активность почв. Важность комплекса целлюлозоразлагающих микроорганизмов подчеркивается также тем, что они входят в применяемую для подсчета микробиологической активности почвы формулу [6]. Коэффициент микробиологической активности подсчитывается по формуле

$$K_{\text{ма}} = \frac{\Pi}{M} + \frac{\Pi}{M},$$

где Π — общая протеазная активность (мг); Π — целлюлазная активность (мг); M — суммарная биомасса микроорганизмов (мг) на 1 см^2 соответствующей мощности почвенного слоя.

Для разработки научно обоснованных технологий восстановления плодородия почвы необходимо строгое математическое описание динамики ингибирования и роста численности этой группы микроорганизмов.

3. МЕТОДИКА ИССЛЕДОВАНИЯ

В работе [7] была построена математическая модель биодеградации нефти и динамики изменения общей численности микроорганизмов почвы:

$$\begin{aligned} \frac{dM(t)}{dt} &= M(t) \frac{M_0 - M(t)}{K_1 + M(t)} \times \\ &\times \left(\alpha - \beta \frac{(C(t) - \gamma)}{(K_2 + C(t))} \right) - \frac{\tau M(t) C(t)}{(t + 0,9)^4}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{dC_1(t)}{dt} &= -C_1(t) \left(\lambda M_0 + \right. \\ &\quad \left. + \mu \frac{M(t)}{K_1 + M(t)} \cdot \frac{C_1(t)}{K_2 + C_1(t)} \right), \\ \frac{dC_2(t)}{dt} &= -\delta C_2(t), \quad C(t) = C_1(t) + C_2(t), \end{aligned} \quad (4)$$

где $C(t)$ — концентрация нефти; $C_1(t)$ — концентрация компонентов нефти, разлагаемой под воздействием биологических факторов почвы; $C_2(t)$ — концентрация компонентов нефти, разлагаемой под воздействием физико-химических факторов; $M(t)$ — численность микроорганизмов; M_0 — емкость почвенной экологической ниши для микроорганизмов; γ — уровень загрязнения, при котором нефть начинает ингибировать численность микроорганизмов; t — время, в мес.

В работе показано хорошее согласование модели (4) с экспериментальными данными (начальные условия: $M(0) = M_0$, $C(0) = C_0$, $C_1(0) = \sigma C_0$, $C_2(0) = (1 - \sigma) C_0$; значение коэффициентов: $\alpha = 0,015$; $\beta = 0,28$; $\delta = 1,13$; $\lambda M_0 = 0,017$; $\sigma = 0,78$; $\mu = 0,5$; $\tau = 2,4$; $\gamma = 2$; $K_1 = 1$; $K_2 = 50$).

На базе этой модели построим модель ингибирования роста аэробных целлюлозоразрушающих микроорганизмов.

4. ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

Целлюлозоразрушающие микроорганизмы в почве реагируют на нефтяное загрязнение аналогично общей численности микроорганизмов. Поэтому для описания поведения этой группы микроорганизмов было использовано аналогичное уравнение

$$\begin{aligned} \frac{dM(t)}{dt} &= M(t) \frac{M_0 - M(t)}{K_1 + M(t)} \times \\ &\quad \times \left(\alpha - \beta \frac{(C(t) - \gamma)}{(K_2 + C(t))} \right) - \frac{\tau M(t) C(t)}{(t + 0,9)^4}, \\ \frac{dZ(t)}{dt} &= Z(t) \frac{Z_0 - Z(t)}{K_3 + Z(t)} \times \\ &\quad \times \left(\alpha_1 - \beta_1 \frac{(C(t) - \gamma_1)}{(K_2 + C(t))} \right) - \frac{\tau_1 Z(t) C(t)}{(t + 0,9)^4}, \\ \frac{dC_1(t)}{dt} &= -C_1(t) \left(\lambda M_0 + \right. \\ &\quad \left. + \mu \frac{M(t)}{K_1 + M(t)} \cdot \frac{C_1(t)}{K_2 + C_1(t)} \right), \end{aligned}$$

$$\frac{dC_2(t)}{dt} = -\delta C_2(t), \quad C(t) = C_1(t) + C_2(t), \quad (5)$$

где $Z(t)$ — численность целлюлозоразрушающих микроорганизмов; Z_0 — емкость почвенной экологической ниши для целлюлозоразрушающих микроорганизмов.

Обоснование каждого слагаемого в системе (4) приведено в работе [7] и оно аналогично для системы (5). Несложный анализ показывает, что дифференциальное уравнение относительно целлюлозоразрушающих микроорганизмов отвечает асимптотической стабилизации их численности на уровне, определяемом емкостью почвенной экологической ниши.

Расчеты, проведенные по этой модели, показали хорошее согласование с экспериментальными данными. Теоретические и экспериментальные данные отражают одинаковую динамику изменения численности целлюлозоразрушающих микроорганизмов (рис. 2)¹.

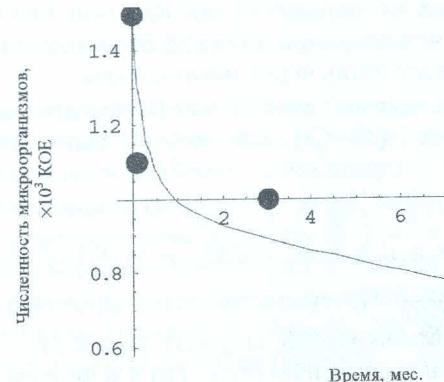


Рис. 2. Динамика изменения численности целлюлозоразрушающих микроорганизмов в нефтезагрязненной почве: точками отмечены экспериментальные результаты, кривая рассчитана по математической модели (5). Значения коэффициентов: $\alpha = 0,015$; $\beta = 0,28$; $\delta = 1,13$; $\lambda M_0 = 0,017$; $\mu = 0,5$; $\tau = 2,4$; $\gamma = 2$; $K_1 = K_3 = 1$; $K_2 = 50$, $Z_0 = 1,5$, $\alpha_1 = 0,015$, $\beta_1 = 1,2$, $\tau_1 = 0,96$

Значения коэффициентов показывают, что нефть оказывает первоначально не столь значительное влияние на эту группу микроорганизмов — коэффициент τ у слагаемого, отвечающего за катастрофическое воздействие нефти, уменьшается более чем в 2 раза по сравнению с аналогичным коэффициентом для общей численности микроорганизмов. Наоборот, последействие нефти усиливается — увеличение коэффициента β_1 почти в 5 раз по сравнению с β .

¹При математическом моделировании биологических процессов, протекающих в нефтезагрязненных почвах, использовались данные, полученные в результате многолетних экспериментов профессором кафедры биохимии и биотехнологии Башкирского государственного университета, доктором биологических наук Н. А. Киреевой и ее учениками. Достаточно полно эти данные отражены в монографии [9].

Необходимо отметить, что процессы взаимодействия в системах «почва-микроорганизмы», «нефть-микроорганизмы» носят нелинейный характер. Их взаимное влияние учитывается мультиплексивно. Действие же различных факторов на один и тот же объект учитывается аддитивным образом.

В системе «почва-микроорганизмы» в моделях (4)–(5) за воздействие почвы на микроорганизмы отвечает слагаемое $\alpha M(t) \frac{M_0 - M(t)}{K_1 + M(t)}$, соответствующее уравнению ограниченного роста численности микроорганизмов. Однако в отличии от уравнения ограниченного роста популяций, в котором скорость изменения численности строится как разность между скоростью размножения первого порядка и скоростью смертности второго порядка за счет внутривидовой конкуренции, в этом случае мы имеем произведение скорости размножения микроорганизмов $M(t)$ и ограничения на рост, связанное с емкостью экологической ниши $M_0 - M(t)$.

Воздействие микроорганизмов на почву в моделях не отражено, так как оно является очень медленным и влияние обратных связей возникает лишь через многие годы.

В системе «нефть-микроорганизмы» в моделях (4)–(5) за воздействие нефти на микроорганизмы отвечает слагаемое $-\beta M(t) \frac{M_0 - M(t)}{K_1 + M(t)} \cdot \frac{C(t) - \gamma}{K_2 + C(t)}$, которое удобнее переписать в виде $-\beta(M_0 - M(t)) \frac{M(t)}{K_1 + M(t)} \times \frac{C(t) - \gamma}{K_2 + C(t)}$. По существу, здесь произведение трех сомножителей. Первый из них $M_0 - M(t)$ играет аналогичную роль, что и в первом слагаемом — ограничение на рост, связанное с емкостью среды. Второй и третий сомножители имеют во многом схожий вид — это два множителя типа Моно. Отметим, что анализ литературы показывает, что именно множители типа Моно очень часто являются основой моделирования при росте микроорганизмов в разных условиях.

ВЫВОДЫ

Предложенные модели описывают не только динамику ингибирования целлюлозоразрушающих микроорганизмов и разложение нефти в первоначальный период после загрязнения, но они также отражают процессы постепенного восстановления микробиоты почвы. Общность способов построения моделей динамики изменения численности различных групп микроорганизмов позволя-

ет говорить о методике построения функций $J(M(x, t), C(x, t))$ в модели (1).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Солнцева, Н. П. Моделирование процессов миграции нефти и нефтепродуктов в почвах тундры / Н. П. Солнцева, О. А. Гусева, С. В. Горячкин // Вестн. Моск. ун-та. Сер. 17. Почвоведение. 1996. № 2. С. 10–17.
2. Сомова, Л. А. Функциональная и индикаторная роль гетеротрофных микроорганизмов в искусственных экосистемах : автореф. дис. ... д-ра биол. наук / Л. А. Сомова. Красноярск, 1999. 86 с.
3. Колмогоров, А. Н. Исследование уравнения диффузии, соединенной с возрастанием количества вещества, и его применение к одной биологической проблеме / А. Н. Колмогоров, И. Г. Петровский, Н. С. Пискунов // Бюл. МГУ. 1937. Т. 1, № 6. С. 1–26.
4. Смагин, А. В. Режимы функционирования динамических биокосных систем / А. В. Смагин // Почвоведение. 1999. № 12. С. 1433–1447.
5. Софинская, О. А. Моделирование самоочищения выщелоченного чернозема от н-алканов нефти на примере н-тридекана : автореф. дис. ... канд. биол. наук / О. А. Софинская. Казань, 2006. 20 с.
6. Сорокин, Н. Д. Количественная оценка микробиологической активности почв / Н. Д. Сорокин // Почвоведение. 1993. № 8. С. 99–103.
7. Шеин, Е. В. Перенос микроорганизмов в почве: физико-химический подход и математическое описание / Е. В. Шеин, Л. М. Полянская, Б. А. Девин // Почвоведение. 2002. № 5. С. 564–573.
8. Водопьянов, В. В. Математическое моделирование численности микроорганизмов и биодеградации нефти в почве / В. В. Водопьянов // Вестник УГАТУ. 2006. Т. 8, № 1 (17). С. 132–137.
9. Киреева, Н. А. Биологическая активность нефтезагрязненных почв / Н. А. Киреева, В. В. Водопьянов, А. М. Мифтахова. Уфа : Гилем, 2001. 356 с.

ОБ АВТОРЕ



Водопьянов Владимир Васильевич, декан естеств.-науч. фак-та, проф. каф. математики. Дипл. математик (Казанск. гос. ун-т, 1972). Канд. физ.-мат. наук по функц. анализу (там же, 1980). Иссл. в обл. функц. анализа и мат. моделир. биол. процессов.