

УДК 517.539.3

С. А. МАЯКОВА

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ИЗМЕНЕНИЯ ЛОКАЛЬНОЙ НАМАГНИЧЕННОСТИ ПОД ВОЗДЕЙСТВИЕМ ВНЕШНЕГО ПОЛЯ И ТЕМПЕРАТУРЫ

Обсуждается моделирование процессов, протекающих в ферромагнитном веществе под воздействием переменных внешних факторов: температуры и внешнего магнитного поля. Рассматривается численное решение уравнений динамики вектора намагниченности для магнитной системы, описываемой модельным гамильтонианом Ω . Проводятся исследования исходных уравнений с точки зрения теории хаотизации. Не прибегая к решению уравнений статистической физики, дается объяснение возникновения таких эффектов магнетизма, как зарождение магнитных доменов, критическое поведение намагниченности в области фазовых переходов. Теория хаотизации; уравнения Ландау–Лифшица; затягивание потери устойчивости

В классической теории магнетизма для исследования отклика магнитной системы на воздействие внешнего магнитного поля и температурного отжига применяются либо методы теории фазовых переходов, основанные на разложении термодинамического потенциала в ряд по четным степеням параметра порядка [1], либо прямое решение уравнений динамики магнитного момента, предложенных Л. Д. Ландау еще в 30-х гг. XX в. [2]. В последние годы в связи с развитием высокопроизводительных ЭВМ большую популярность получили также методы численного моделирования поведения магнитных систем на основе моделей, предлагаемых статистической физикой [3–4]. Каждый из этих подходов имеет как свои преимущества, так и существенные недостатки.

В частности, теория фазовых переходов удобна тем, что в результате ее применения можно получить представление о процессах, протекающих в магнетике в асимптотическом приближении, и плоха тем, что в большинстве случаев при разложении термодинамического потенциала в ряд не учитываются слагаемые, вносящие существенную нелинейность, что приводит к несоответствию теоретических и экспериментальных данных.

Непосредственное решение уравнений Ландау довольно трудоемкий процесс, поскольку эти уравнения содержат помимо временной производной нелинейные слагаемые, отражающие неоднородный обмен рассма-

триваемого иона с окружающими его соседними частицами.

С другой стороны, для того, чтобы адекватно описать процессы намагничивания и размагничивания какого-либо ферромагнитного материала с помощью численных статистических методов, необходимо рассматривать магнитную систему, состоящую из нескольких тысяч частиц и проводить статистическое усреднение по огромному количеству испытаний. Современные высокопроизводительные вычислительные системы дают возможность решать задачи подобного класса. Поэтому применение теории хаотизации к таким задачам становится все более актуальным, поскольку позволяет составить представление о качественном поведении решения нелинейной системы дифференциальных уравнений, еще не решая самой системы.

1. ОСНОВНЫЕ ВИДЫ ВЗАИМОДЕЙСТВИЙ «ОБМЕННОГО» ФЕРРОМАГНЕТИКА

Рассмотрим ферромагнетик конечной формы, находящийся в тепловом равновесии с окружающей средой. Если задано распределение вектора локальной намагниченности, определяемое полярным и азимутальным углами спина $\vec{\alpha}(r) = (\alpha_x, \alpha_y, \alpha_z) = (\cos \theta, \sin \theta \sin \psi, \sin \theta \cos \psi)$ (см. рис. 1), то гамильтониан рассматриваемой ферромагнитной системы имеет смысл плотности энергии

$$\Omega = \omega_{об} + \omega_a + \omega_{магн.упр} + \omega_{вн.поля}; \quad (1.1)$$

где каждое слагаемое суммы является функцией углов θ, ψ .

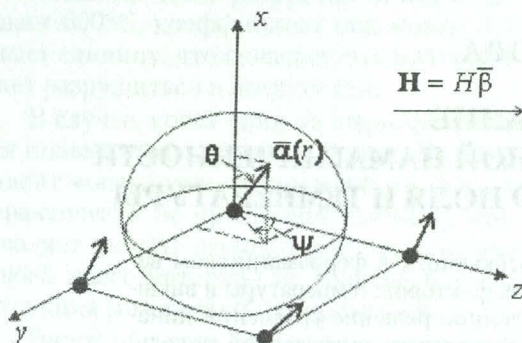


Рис. 1

Рассмотрим подробнее каждое слагаемое (1.1):

1. $\omega_{об}$ — плотность энергии обмена. В случае, когда задано распределение векторов $\vec{\alpha}(r)$, плотность энергии обмена выражается формулой [5]:

$$\omega_{об} = A \left\{ \left(\frac{\partial \vec{\alpha}}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \vec{\alpha}}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial \vec{\alpha}}{\partial z} \right)^2 \right\}, \quad (1.2)$$

где $A = \frac{n J S^2}{a}$, J — обменный интеграл, S — спиновое число, a — период кристаллической решетки, $n = 1, 2, 4$ в случае простой кубической, о.ц.к. и г.ц.к. решеток соответственно.

2. ω_a — плотность энергии анизотропии, конкретный вид которой определяется кристаллографической структурой ферромагнетика. Функция от $\vec{\alpha}(r)$ и температуры T (см. табл. 1).

3. $\omega_{магн.упр}$ — плотность магнитоупругой энергии, возникающей при деформации кристалла. Зависит от компонентов тензора деформации $\varepsilon_{i,j}$, $i, j = x, y, z$, $\vec{\alpha}(r)$ и температуры T (см. табл. 1).

4. $\omega_{вн.поля}$ — плотность энергии взаимодействия с внешним магнитным полем. Если направление внешнего магнитного поля \vec{H} задано единичным вектором $\vec{\beta}$ (рис. 1), то $\omega_{вн.поля} = (\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta})$.

Рассмотрев основные виды взаимодействий, перейдем к уравнениям движения магнитного момента под воздействием температуры и внешнего поля.

2. УРАВНЕНИЯ ЛАНДАУ–ЛИФШИЦА

Уравнение движения магнитного момента \mathbf{M} «обменного» ферромагнетика под воздействием внешнего магнитного поля \mathbf{H} было предложено Л. Д. Ландау и Е. М. Лифшицем в 1935 г. [2]. Согласно теории Ландау, на каждый атом ферромагнитного материала действует эффективное поле $\mathbf{H}_{эф}$, связанное со свободной энергией F соотношением

$$\delta F = - \int \mathbf{H}_{эф} \delta \mathbf{M} dV, \quad (2.1)$$

при этом скорость изменения магнитного момента задается следующим уравнением:

$$\dot{\mathbf{M}} = \frac{g|e|}{2mc} [\mathbf{H}_{эф} \mathbf{M}], \quad (2.2)$$

где $e = -|e|$, m — заряд и масса электрона, g — гиромагнитное отношение, c — скорость света в вакууме.

Явный вид эффективного поля находится варьированием полной внутренней энергии тела

$$\mathbf{H}_{эф} = - \frac{\partial}{\partial \mathbf{M}} (\omega_{одн} + \omega_a + \omega_{вн.поля}) + \frac{\partial}{\partial X_i} \frac{\partial \omega_{неодн}}{\partial \mathbf{M} / \partial X_i}.$$

Таблица 1
Плотности магнитоупругой энергии и энергии анизотропии для одноосного и кубического кристаллов

Одноосный кристалл	Кубический кристалл
$\omega_a = K_1 \alpha_z^2$	$\omega_a = K_1 (\alpha_x^2 \alpha_y^2 + \alpha_y^2 \alpha_z^2 + \alpha_x^2 \alpha_z^2)$
$\omega_{магн.упр} = B_1 (\varepsilon_{xx} + \varepsilon_{yy}) \alpha_z^2 + B_2 \varepsilon_{zz} \alpha_z^2 + B_3 (\varepsilon_{xx} \alpha_x^2 + \varepsilon_{yy} \alpha_y^2 + \varepsilon_{xy} \alpha_x \alpha_y) + B_4 (\varepsilon_{yz} \alpha_y \alpha_z + \varepsilon_{xz} \alpha_x \alpha_z)$	$\omega_{магн.упр} = B_1 (\varepsilon_{xx} \alpha_x^2 + \varepsilon_{yy} \alpha_y^2 + \varepsilon_{zz} \alpha_z^2) + B_2 (\varepsilon_{xy} \alpha_x \alpha_y + \varepsilon_{yz} \alpha_y \alpha_z + \varepsilon_{xz} \alpha_x \alpha_z)$
K_1 — первая константа магнитной анизотропии B_i ($i = 1, 2, 3, 4$) — константы магнитоупругой связи.	

Здесь $\omega_{\text{одн}}(M)$ — плотность свободной энергии однородно намагниченного тела, учитывающая лишь обменные взаимодействия и потому не зависящая от направления \mathbf{M} . Причем, поскольку производная $\frac{\partial \omega_{\text{одн}}(M)}{\partial M} = \omega'_{\text{одн}}(M) \frac{M}{M}$ при подстановке в (2.2) дает ноль, то слагаемое $\omega_{\text{одн}}$ может быть опущено.

$\omega_{\text{неодн}} = \frac{1}{2} \mu_{ik} \frac{\partial \mathbf{M}}{\partial x_i} \frac{\partial \mathbf{M}}{\partial x_k}$ — плотность дополнительной обменной энергии тела, связанной с медленным изменением направления вектора \mathbf{M} вдоль неоднородно намагниченного тела. В одноосных кристаллах симметричный тензор второго порядка μ_{ik} имеет компоненты $\mu_{xx} = \mu_{yy} = \mu_1$, $\mu_{zz} = \mu_2$ (ось z — ось симметрии кристалла); в кубических кристаллах $\mu_{ik} = \mu \delta_{ik}$. Порядок величины μ оценивается из условия $\mu \propto \frac{T_c}{aM^2}$, где a — период решетки, T_c — температура Кюри.

Рассмотрим кубический ферромагнетик. Положим $M = 1$, тогда $\mathbf{M} = \vec{\alpha}(r)$. Уравнение (2.2), записанное в сферических координатах для полярного и азимутального углов вектора намагниченности θ и ψ при внешнем магнитном поле \mathbf{H} , направленном противоположно оси oz , имеет вид

$$\begin{aligned} \sin \theta \frac{\partial \theta}{\partial t} = & -\frac{g|e|}{2mc} \left[\frac{1}{2} K_1 \sin^4 \theta \sin 4\psi + \mu \times \right. \\ & \times \left\{ \sin 2\theta \left(\frac{\partial \theta}{\partial x} \frac{\partial \psi}{\partial x} + \frac{\partial \theta}{\partial y} \frac{\partial \psi}{\partial y} + \frac{\partial \theta}{\partial z} \frac{\partial \psi}{\partial z} \right) + \sin^2 \theta \times \right. \\ & \left. \left. \times \left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} \right) \right\} - H \sin \theta \sin \psi \right], \end{aligned} \quad (2.3)$$

$$\begin{aligned} \sin \theta \frac{\partial \psi}{\partial t} = & \frac{g|e|}{2mc} \left[K_1 \left(\frac{1}{2} \sin 4\theta + \sin^3 \theta \cos \theta \times \right. \right. \\ & \times \sin^2 2\psi) + \mu \left\{ \left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} \right) - \frac{1}{2} \times \right. \\ & \left. \left. \times \sin 2\theta \left(\left(\frac{\partial \psi}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \psi}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial \psi}{\partial z} \right)^2 \right) \right\} + \right. \\ & \left. + H \cos \theta \cos \psi \right]. \end{aligned} \quad (2.4)$$

Заметим, что наличие слагаемых, зависящих от производных по y, z , вносит в уравнения (2.3–2.4) существенную нелинейность, что сильно затрудняет процедуру численного решения этой системы. С другой стороны, производные углов θ, ψ по координатам

будут отличны от нуля только в том случае, когда распределение углов ($\theta_0(y, z), \psi_0(y, z)$) в начальный момент времени неоднородно. Неоднородность начального распределения может возникнуть за счет существования дефектов кристаллической структуры магнетика. Поскольку энергия взаимодействия спинов складывается из энергии однородного обмена, энергии анизотропии, энергии магнитоупругих связей и уравнивающей ее упругой энергии [5] $U = \omega_{\text{одн}} + \omega_{\text{магн.упр}} + \omega_a + \omega_{\text{упр}}$, то эффективное поле задается следующим выражением ($\omega_{\text{упр}}$ не зависит от намагниченности \mathbf{M}): $\mathbf{H}_{\text{эф}} = -\frac{\partial (\omega_{\text{магн.упр}} + \omega_a)}{\partial \mathbf{M}} + \mathbf{H}$.

Исходя из вышесказанного, можно сделать следующий вывод: если в рассматриваемой модели не учитывать неоднородный обмен, а учесть энергию магнитоупругих связей, то уравнения динамики намагниченности имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} \sin \theta \frac{\partial \psi}{\partial t} = & \frac{\partial}{\partial \theta} (\omega_a(\psi, \theta, T) + \\ & + \omega_{\text{магн.упр}}(\psi, \theta, T)) + H \cos \theta \cos \psi, \end{aligned} \quad (2.5)$$

$$\begin{aligned} \sin \theta \frac{\partial \theta}{\partial t} = & -\frac{\partial}{\partial \psi} (\omega_a(\psi, \theta, T) + \\ & + \omega_{\text{магн.упр}}(\psi, \theta, T)) + H \sin \theta \sin \psi. \end{aligned} \quad (2.6)$$

Напомним, что константы анизотропии и магнитоупругой связи, входящие в суммарную плотность $\omega_a + \omega_{\text{магн.упр}}$, являются температурозависимыми параметрами, а величина внешнего магнитного поля может изменяться со временем. Поэтому в полной постановке задачи должны присутствовать уравнения, выражающие зависимость температуры T и поля H от времени.

Рассмотрим случай, когда внешнее поле зафиксировано, а температурный режим меняется со временем. Результаты эксперимента показывают [5], что смена ориентации спинов за счет температурного или полевого воздействия происходит не мгновенно, а скачками, при достижении определенного уровня энергии. Этот эффект обусловлен смещением доменных стенок и носит название Баркгаузеновского скачка. Соответственно, смена температуры окружающей среды происходит в так называемом «медленном времени». Если ширина временной ступеньки, т. е. времени, необходимого для достижения нужного

уровня энергии для переворота группы спинов, равна $1/\varepsilon$, где ε — малый параметр, меньший частоты магнитного резонанса, то температура выражается зависимостью $T = \Delta T \times \varepsilon t$, ΔT — скачок температуры, происходящий каждые $1/\varepsilon$ с (рис. 2).

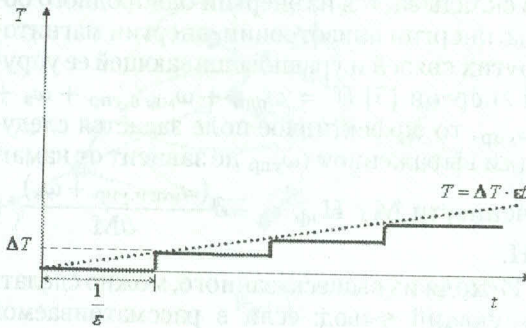


Рис. 2. Смена режима температуры окружающей среды

Следовательно, для того чтобы получить поля локальной намагниченности при некоторой фиксированной $T_{ср}$, необходимо решить уравнения (2.5)–(2.6) на временном отрезке $[m/\varepsilon, (m+1)/\varepsilon]$, где $T \approx \text{const} = T_{ср}$. Если величина скачка ΔT составляет несколько градусов, то есть смена режима происходит плавно, то можно считать, что изменения температуры во времени происходит непрерывно

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \varepsilon \Delta T. \quad (2.7)$$

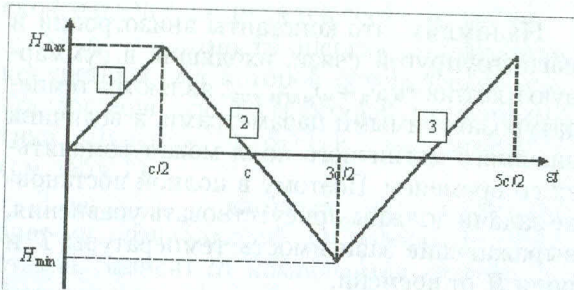


Рис. 3. Смена режима магнитного поля

Перейдем теперь к случаю, когда температура остается неизменной, а для внешнего магнитного поля введена временная зависимость циклического характера, аналогичная указанной на рис. 3. Изменение внешнего поля со временем задается соотношением:

$$\frac{\partial H}{\partial t} = \begin{cases} \frac{2\varepsilon H_{max}}{c}, & t \in [0, \frac{c}{2\varepsilon}] \cup [\frac{3c}{2\varepsilon}, \frac{5c}{2\varepsilon}], \\ -\frac{2\varepsilon H_{min}}{c}, & t \in (\frac{c}{2\varepsilon}, \frac{c}{\varepsilon}). \end{cases} \quad (2.8)$$

Соответственно, динамика спинов при перемативании за счет воздействия периодически изменяющегося внешнего магнитного поля определяется системой (2.5)–(2.6), (2.8).

Поиск стационарных решений задачи (2.5)–(2.6), (2.7) (или (2.5)–(2.6), (2.8)) эквивалентен задаче поиска минимума функционала $\Omega = \omega_{об} + \omega_a + \omega_{магн.упр} + \omega_{вн.поля}$, но, как уже было сказано, преимущество постановки задачи вида (2.5)–(2.6) заключается в том, что для ее исследования можно воспользоваться методами нелинейной динамики: получить зоны устойчивости решения, точки бифуркации решения, а также объяснить возникновение гистерезиса, т. е. получить некоторые сведения о решении, еще не решая самой системы.

Далее, для того чтобы показать адекватность предложенного подхода, сравним результаты, получаемые при численной минимизации гамильтониана Ω , с исследованиями, проводимыми методами теории хаотизации.

3. РЕЗУЛЬТАТЫ ЧИСЛЕННЫХ РАСЧЕТОВ

При построении модели ферромагнетика с деформированной кристаллической структурой, будем опираться на результаты работ [6]–[7], в которых подробно рассматривалось влияние линейных дефектов структуры на изменение локальных полей намагниченности и зарождение доменов. Повторение результатов, изложенных авторами указанных работ, поможет нам сделать следующий шаг в исследовании рассматриваемой магнитной системы, а именно: с точки зрения теории хаотизации объяснить магнитные явления, происходящие как при низких температурах, так и вблизи точки фазового перехода.

Рассмотрим ферромагнетик, содержащий источник внутренних напряжений. Наиболее простым примером такого источника является прямолинейная деформация. Пусть краевая дислокация параллельна оси ox с вектором Бюргера $\vec{b} \parallel oy$ (рис. 4).

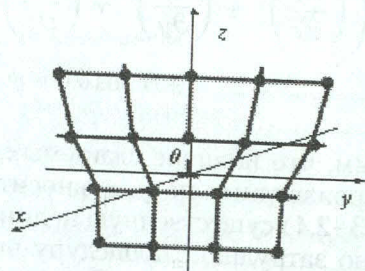


Рис. 4. Строение кристалла с дислокацией

При этом отличны от нуля только $\epsilon_{yy}, \epsilon_{zz}, \epsilon_{yz} = \epsilon_{zy}$ — компоненты дислокационной деформации [6]

$$\begin{aligned} \epsilon_{yy}(y, z) &= -\frac{bz [2y^2 + (1 - 2\nu)(y^2 + z^2)]}{4\pi(1 - \nu)(y^2 + z^2)^2}, \\ \epsilon_{zz}(y, z) &= \frac{bz [(1 + 2\nu)y^2 - (1 - 2\nu)z^2]}{4\pi(1 - \nu)(y^2 + z^2)^2}, \\ \epsilon_{yz}(y, z) &= \frac{by(y^2 - z^2)}{4\pi(1 - \nu)(y^2 + z^2)^2}, \end{aligned}$$

где ν — коэффициент Пуассона, для железа $\nu \approx 0,303 \cdot 10^{-12}$, $b \approx 10^{-10}$ м.

В качестве осей легкого намагничивания двухосного кристалла с кубической решеткой выберем кристаллографические оси [010] и [001]. Пусть константа анизотропии двухосного ферромагнетика $K_1 > 0$, тогда ось oy соответствует направлению [010], а ось oz — [001].

При указанных ограничениях $\alpha_x = 0$, а угол $\theta = \pi/2$.

Положим $\omega_2 = \omega_a + \omega_{\text{магн.упр}}$, тогда с учетом выражений для плотности энергии анизотропии и энергии магнитоупругих связей, приведенных в табл. 1, для двухосного ферромагнетика получим

$$\begin{aligned} \omega_2 &= B_1(\epsilon_{yy} \sin^2 \psi + \epsilon_{zz} \cos^2 \psi) + \\ &+ \frac{1}{2} B_2 \epsilon_{yz} \sin 2\psi + \frac{K_1}{4} \sin^2 2\psi. \end{aligned} \quad (3.1)$$

Значение ψ , при котором $\partial\omega_2/\partial\psi = 0$, найдем из уравнения

$$B_1(\epsilon_{zz} - \epsilon_{yy}) \sin 2\psi = B_2 \epsilon_{yz} + K_1 \sin 2\psi. \quad (3.2)$$

Это необходимое условие минимума ω_2 . Достаточное условие, заключающееся в положительности второй производной $\partial^2\omega_2/\partial\psi^2$ в точке экстремума, будем проверять непосредственно при численном моделировании полей локальной намагниченности.

При вычислении полей распределения локальной намагниченности, соответствующих минимуму модельного гамильтониана будем опираться на две основные модели:

- модель Изинга с гамильтонианом

$$\begin{aligned} \hat{\Omega} &= - \sum_{\langle i, j \rangle} A s_i s_j - \\ &- \sum_i \sum_j \omega_2(\theta, \psi, y_j, z_i) \Delta y_j \Delta z_i, \end{aligned}$$

где $s_i = \{-1, 1\}$ — спиновое число, проекция вектора локальной намагниченности на направление оси oz ;

- модель Гейзенберга с гамильтонианом (1.1).

В модели Изинга для построения конфигурации спинов s_i , минимизирующих $\hat{\Omega}$, используется процедура бинарного поиска с предварительным расчетом параметров ψ из уравнения (3.2). В модели Гейзенберга для поиска минимума Ω применяется метод покоординатного спуска.

При расчетах будем использовать следующие нормированные на $K_1 = 4,2 \cdot 10^4$ Дж/м³ значения констант магнитоупругой связи и постоянной анизотропии: $B_1 = -69$, $B_2 = 173$, $K_1 = 1$. Эти данные соответствуют реальным значениям параметров, полученным для железа при температуре $T = 293^\circ\text{K}$ [5], [1].

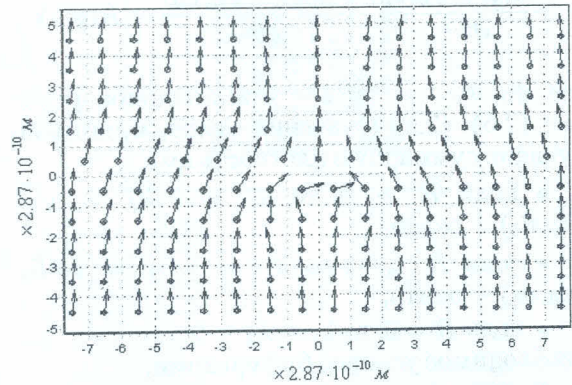


Рис. 5. Поля намагниченности, рассчитанные на основе модели Гейзенберга (участок модели 64x64)

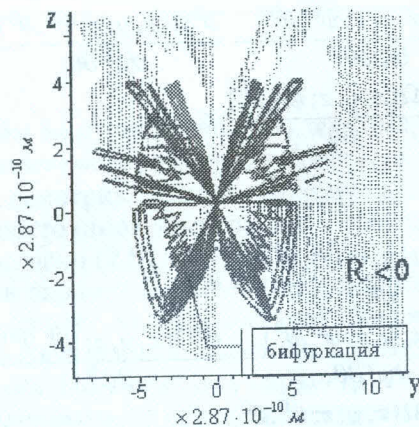


Рис. 6. Области бифуркаций решения системы (2.5)–(2.6)

На рис. 5 представлены результаты численного моделирования локальных магнитных полей в двухосном кубическом ферромагнетике на основе модели Гейзенберга. Хорошо видно, что на расстоянии порядка 6–7 межатомных расстояний от центра дислокации наблюдается переориентация локальных магнитных моментов.

Вернемся к уравнениям динамики. Области переориентации векторов локальной намагниченности, полученные путем численного моделирования, можно оценить, найдя зоны неустойчивости решения системы (2.5)–(2.6) в окрестности стационарного решения в предположении, что изменения температуры незначительны [8]. Эти зоны определяются уравнением

$$\lambda^2 = \left(\frac{\partial^2 \Omega(y, z; \psi_0, \theta_0)}{\partial \psi \partial \theta} \right)^2 - \frac{\partial^2 \Omega(y, z; \psi_0, \theta_0)}{\partial \psi^2} \cdot \frac{\partial^2 \Omega(y, z; \psi_0, \theta_0)}{\partial \theta^2} \equiv R(y, z),$$

где $\psi_0, \theta_0 = \pi/2^i$ — стационарное решение (2.5)–(2.6) (значения углов, минимизирующие суммарную плотность ω_2).

- Если $R > 0$, то $\lambda_1 = -\lambda_2 = \sqrt{R}$, (ψ_0, θ_0) — седло,
- если $R < 0$, то $\lambda_1 = -\lambda_2 = i\sqrt{R}$, (ψ_0, θ_0) — центр,
- если $R = 0$, то $\lambda_1 = \lambda_2 = 0$ — необходимое условие бифуркации,

Достаточным условием существования бифуркации решения является выполнение в рассматриваемой точке пространства одного из двух условий (3.3) или (3.4):

$$\begin{cases} \frac{\partial^3 \Omega(x, y, z; \psi^0, \theta^0)}{\partial \psi^2 \partial \theta} > 0, \\ \frac{\partial^3 \Omega(x, y, z; \psi^0, \theta^0)}{\partial \psi \partial \theta^2} - \frac{\partial^3 \Omega(x, y, z; \psi^0, \theta^0)}{\partial \psi^2 \partial \theta} \times \\ \times \frac{\partial^3 \Omega(x, y, z; \psi^0, \theta^0)}{\partial \theta^2} \leq 0; \end{cases} \quad (3.3)$$

$$\begin{cases} \frac{\partial^3 \Omega(x, y, z; \psi^0, \theta^0)}{\partial \psi^3} < 0, \\ \frac{\partial^3 \Omega(x, y, z; \psi^0, \theta^0)}{\partial \psi^2 \partial \theta} - \frac{\partial^3 \Omega(x, y, z; \psi^0, \theta^0)}{\partial \psi^3} \times \\ \times \frac{\partial^3 \Omega(x, y, z; \psi^0, \theta^0)}{\partial \psi \partial \theta^2} \leq 0. \end{cases} \quad (3.4)$$

На рис. 6 отмечены бифуркационные значения параметров y, z , полученные при исследовании системы (2.5)–(2.6) при $T/T_c \in [0, 0, 1]$. Так же как и в результате численных расчетов, мы получили, что в начале координат существует область, решение в которой меняет свое качественное поведение при изменении параметров y, z . То есть даже при достаточно низких температурах в этой области имеет место переориентация векторов локальной намагниченности (сравним рис. 5, 6).

Далее будем действовать по следующей схеме: выберем произвольные точки (y_1, z_1) и (y_2, z_2) , являющиеся представителями двух множеств — множества точек с седловой неустойчивостью и множества точек типа «центр», и построим в этих точках численные решения системы (2.5)–(2.6) при изменяющейся согласно уравнению (2.7) температуре. В качестве начальных условий выберем $(\psi_0(y_1, z_1), \theta_0(y_1, z_1), T_{\text{нач}})$ и $(\psi_0(y_2, z_2), \theta_0(y_2, z_2), T_{\text{нач}})$ для первой и второй точки соответственно.

При изменении температуры в диапазоне от $0, 1T_c$ до $0, 3T_c$ и отсутствии внешнего магнитного поля решение системы (2.5)–(2.6) со временем стягивается в точку, устремляясь к некоторому фиксированному значению углов ψ и θ . Это справедливо для всех трех рассматриваемых точек пространства. Следовательно, низкая температура, подобно внешнему полю, является сдерживающим фактором, который препятствует разориентированию локальных магнитных моментов атомов. Тот же результат получается и при численном расчете полей локальной намагниченности на основе модели Изинга: при многочисленных запусках расчетной программы распределение спинов вблизи дислокации всегда имеет один и тот же вид (рис. 7, а). Т.е. все спины, за исключением небольшого количества находящихся в непосредственной близи дислокации, ориентированы в одном направлении (+ и – на графике обозначают два противоположных направления спина).

При изменении температуры в диапазоне от $0, 3T_c$ до T_c и нулевом поле решение системы (2.5)–(2.6) для точек типа «седло» и «центр» стремится со временем к некоторому предельному циклу. То есть существуют ограничения на угол разориентировки между спинами, что должно приводить к образованию отдельных магнитных доменов и падению суммарной намагниченности всей системы атомов (рис. 7, б).

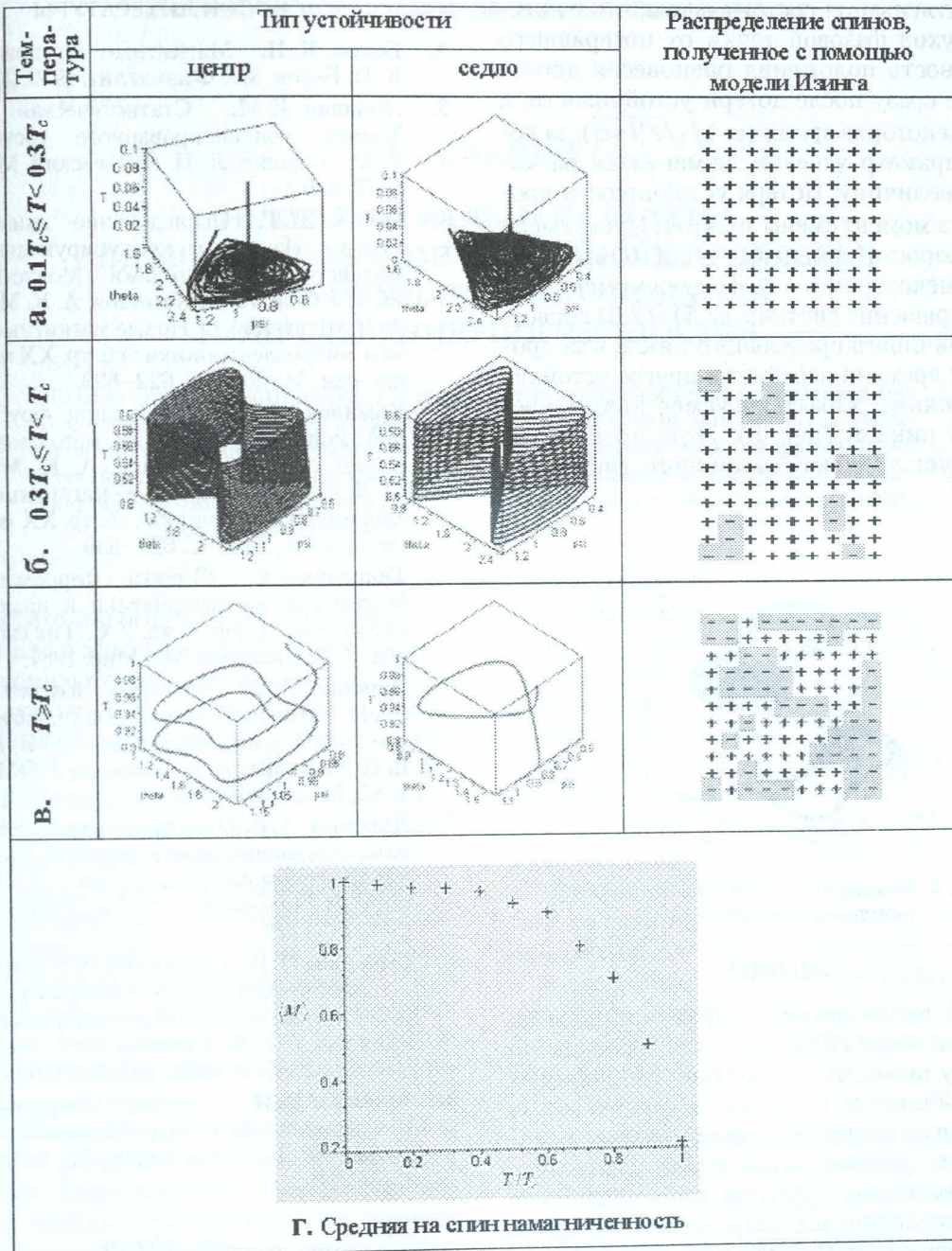


Рис. 7

При температурах, начиная с T_c и выше, происходит потеря устойчивости решений системы (2.5)–(2.6), дополненной уравнением, описывающими изменение температуры. Это явление характерно для всех точек (y, z) рассматриваемой пространственной области. То есть, начиная с температуры Кюри, не существует никакого ограничения на значения, принимаемые углами ψ и θ , задающими направление векторов локальной намагниченности. Соответственно, наступает ситуация, при которой векторы $\vec{a}(r)$ ориентиро-

рованы хаотично (рис. 7, в), а суммарная намагниченность равна нулю (рис. 7, г).

Рассмотрим теперь систему (2.5)–(2.6) при постоянной температуре и изменяющемся согласно (2.8) внешнем поле H . При изменении параметра H , решение системы (2.5)–(2.6) теряет устойчивость с прохождением пары собственных значений $\lambda_{1,2}$ через мнимую ось. Но, поскольку параметр H является «медленным», то есть скорость его изменения пропорциональна малому параметру ϵ , имеет место затягивание потери устойчивости. Яв-

ление затягивания состоит в том, что фактический уход фазовой точки от потерявшего устойчивость положения равновесия происходит не сразу после потери устойчивости, а спустя некоторое время ($\propto 1/\sqrt{\varepsilon |\ln \varepsilon|}$), за которое параметр успевает измениться на конечную величину. Потеря устойчивости происходит в момент смены знака \dot{H} . Пусть смена знака скорости изменения поля H происходит при некотором $t = t^*$. Тогда в момент времени t^* , решение системы (2.5)–(2.6) сорвется с устойчивого предельного цикла и за промежуток времени перейдет в другое устойчивое состояние, характеризующее новым предельным циклом (рис. 8). Этот процесс соответствует явлению магнитного гистерезиса [9].

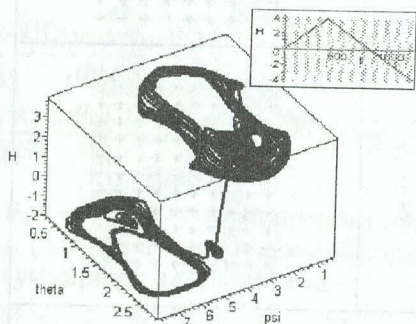


Рис. 8. Явление гистерезиса, наблюдаемое в системе (2.5)–(2.6), (2.8)

ВЫВОДЫ

Схема исследований дифференциальных уравнений вида (2.5)–(2.6), построенная по принципу выявления областей устойчивости и неустойчивости решения, и следующее за этим решение системы для типичных представителей указанных областей, позволяют наблюдать те же эффекты, что и непосредственно численное моделирование изменения намагниченности. Плюсом данной схемы является то, что она существенно снижает объем вычислений.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Белов, К. П. Магнитные превращения / К. П. Белов. М.: Физматлит, 1959. 260 с.
2. Лифшиц, Е. М. Статистическая физика. Теория конденсированного состояния / Е. М. Лифшиц, Л. П. Питаевский. М.: Наука, 1978. 449 с.
3. Ибаев, Ж. Г. Исследование анизотропной модели Изинга с конкурирующими взаимодействиями методами Монте-Карло / Ж. Г. Ибаев, И. К. Камилов, А. К. Муртазаев, А. В. Шевченко // Новые магнитные материалы микроэлектроники: сб. тр. XX междунар. шк.-сем. М., 2006. С. 622–623.
4. Камилов, И. К. Исследование фрустрированной модели Гейзенберга методами Монте-Карло / И. К. Камилов, А. К. Муртазаев, М. К. Рамазанов // Новые магнитные материалы микроэлектроники: сб. тр. XX междунар. шк.-сем. М., 2006. С. 629–630.
5. Тикадзуми, С. Физика ферромагнетизма. Магнитные характеристики и практическое применение: пер. с яп. / С. Тикадзуми; под ред. Р. В. Писарева. М.: Мир, 1987. 419 с.
6. Диченко, А. Б. Локальное изменение констант магнитной анизотропии, обусловленное линейными дефектами / А. Б. Диченко, В. В. Николаев, А. П. Танкеев // ФММ. 1978. Т. 45, № 5. С. 958–967.
7. Диченко, А. Б. О распределении осей легкого намагничивания вблизи краевой дислокации в кубическом ферромагнетике / А. Б. Диченко, В. В. Николаев // ФММ. 1979. Т. 48, № 6. С. 1173–1179.
8. Емченко, О. В. Устойчивость и бифуркации в динамических системах, описывающих ферромагнетики с упругопластическими деформациями / О. В. Емченко, С. А. Маякова // Вестник УГАТУ. 2006. Т. 7, № 2 (15). С. 44–50.
9. Арнольд, В. И. Теория бифуркаций / В. И. Арнольд, В. С. Афраймович, Ю. С. Ильашенко, Л. П. Шильников. М.: ВИНТИ, 1986. 218 с.

ОБ АВТОРЕ



Маякова Светлана Алексеевна, асс. каф. высокопроизвод. выч. технол. и систем. Дипл. мат., сист. программист (УГАТУ, 2004). Иссл. в обл. физики магнетизма, мат. моделирования.