Уфа: УГАТУ, 2005 *Вестник УГАТУ* Т. 6, № 1 (12). С. 41–45

УДК 531.388

Р. Р. ИСЛАМОВ, Р. Р. ИСЛАМОВ (МЛ.)

ИССЛЕДОВАНИЕ ПАРАМЕТРИЧЕСКОГО РЕЗОНАНСА В ГИРОСКОПИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ

Исследуется устойчивость гироскопических систем в случае параметрического резонанса с учетом вязкого трения. Для рассматриваемых систем предлагается способ отыскания областей неустойчивости для простого и комбинационного резонансов. Показывается опасность комбинационного резонанса при наличии в системе достаточно малого трения. Результаты работы применяются для исследования устойчивости гиромаятника на вибрирующем основании. Установлено, что наличие малого трения хотя бы в одной оси карданова подвеса приводит к расширению области неустойчивости при комбинационном резонансе. *Механика; гироскопы; параметрический резонанс; устойчивость; уравнения движения*

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассмотрим систему дифференциальных уравнений

$$A\ddot{X} + G\dot{X} + BX = \\ = \varepsilon[G_1(\theta t) + G_2]\dot{X} + \varepsilon A_1(\theta t)X. \quad (1.1)$$

Здесь $X = \{x_1, \ldots, x_{2n}\}$ — вектор; $\varepsilon > 0$ — малый параметр; A, B, G_2 — вещественные постоянные диагональные матрицы:

$$\begin{aligned} A &= \operatorname{diag}(a_1, ..., a_{2n}), \\ B &= \operatorname{diag}(b_1, ..., b_{2n}), \\ G_2 &= \operatorname{diag}(-d_1, ..., -d_{2n}), \end{aligned} \quad (1.2)$$
$$a_k > 0,\ b_k > 0,\ d_k > 0\ (k = 1, 2, ..., 2n);$$

G — кососимметрическая матрица вида

$$\begin{pmatrix} 0 & H_1 & 0 & 0 \ldots & 0 & 0 \\ -H_1 & 0 & 0 & 0 \ldots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & H_3 \ldots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -H_3 & 0 \ldots & 0 & 0 \\ . & . & . & \ldots & . & . \\ 0 & 0 & 0 & 0 \ldots & 0 & H_{2n-1} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \ldots & -H_{2n-1} & 0 \end{pmatrix}, \quad (1.3)$$

$H_{2m-1} > 0$, $m = 1, 2 \ldots n$; $G_1(\theta t)$, $A_1(\theta t)$ — вещественные периодические $2n \times 2n$-матрицы с периодом $T = 2\pi\theta^{-1}$, элементы этих матриц представимы рядами Фурье, матрица $G_1(\theta t)$ имеет нулевое среднее значение; точка над переменной означает дифференцирование по времени.

Линеаризованные дифференциальные уравнения движения многих гироскопических систем при параметрических возмущениях (малых по амплитуде) с учетом диссипативных сил представляют собой уравнения вида (1.1). Так, например, системой типа (1.1) описываются линеаризованные дифференциальные уравнения движения гиромаятника, четырехгироскопной вертикали при линейных вибрациях основания с учетом сил трения в осях подвесов и уравнения движения гирокомпаса при определенных маневрах корабля.

Нашей задачей является изучение влияния малых диссипативных сил в случае комбинационного параметрического резонанса для систем с гироскопическим членом $G\dot{X}$, поскольку эта область на данный момент является недостаточно хорошо изученной. Так, данная задача без учета гироскопических членов рассмотрена в работе [2]. Для систем вида (1.1) получены новые результаты.

2. ПРИВЕДЕНИЕ УРАВНЕНИЙ ДВИЖЕНИЯ К КВАЗИНОРМАЛЬНЫМ КООРДИНАТАМ

Для возможности применения результатов работы [2] к рассматриваемой задаче приведем вначале уравнения (1.1) к нормальным координатам [1]. Вводя операционную матрицу

$$f(D) \equiv AD^2 + GD + B \quad (D = \frac{d}{dt}) \quad (2.1)$$

и вектор-функцию

$$\Psi(\theta t, X, \dot{X}) = \\ = [G_1(\theta t) + G_2]\,\dot{X} + \varepsilon A_1(\theta t) X, \quad (2.2)$$

запишем систему (1.1) в форме

$$f(D)X = \varepsilon\, \Psi(\theta t, X, \dot{X}). \quad (2.3)$$

Исходные переменные x_j и нормальные координаты ξ_j и η_j связаны в рассматриваемом случае следующими формулами:

$$\begin{gathered} x_j = \sum_{h=1}^{2n} \left(X_j^{(h)} \xi_h + Y_j^{(h)} \eta_h \right); \\ \dot{x}_j = \sum_{h=1}^{2n} \omega_h \left(-Y_j^{(h)} \xi_h + X_j^{(h)} \eta_h \right), \\ (j = 1, \dots, 2n)\ , \end{gathered} \quad (2.4)$$

где $\omega_h > 0$ $(h = 1, \dots, 2n)$ — различные собственные частоты системы (1.1) при $\varepsilon = 0$; $X_j^{(h)} + iY_j^{(h)}$ — j-й элемент отличного от нуля столбца X_h присоединенной к $f(D)$ матрицы $F(i\omega_h)$, построенной для корня $i\omega_h$.

Нормальные координаты удовлетворяют системе дифференциальных уравнений [1]

$$\begin{gathered} \dot{\xi}_h = \omega_h \eta_h + \varepsilon \mathrm{Re} \Delta_h \sum_{k=1}^{2n} B_k^{(h)} \Psi_k\left(\theta t, \xi, \eta\right); \\ \dot{\eta}_h = -\omega_h \xi_h - \varepsilon \mathrm{Im} \Delta_h \sum_{k=1}^{2n} B_k^{(h)} \Psi_k\left(\theta t, \xi, \eta\right); \\ (h = 1, \dots, 2n). \end{gathered} \quad (2.5)$$

Здесь $\Delta_h = 2\left[(D - i\omega_h)\Delta^{-1}(D)\right]_{D = i\omega_h}$; $\Delta(D) = \mathrm{Det}\, f(D)$; $B_k^{(h)}$ — k-й элемент матрицы-строки B_h, которая вводится так, чтобы выполнялось соотношение $F(i\omega_h) = X_h B_h$; $\Psi_k\left(\theta t, \xi, \eta\right)$ — компоненты вектор-функции (2.2), в которых переменные $x_j, \dot{x}_j$ $(j = 1, \dots, 2n)$ выражены соотношениями (2.5); $\xi = \{\xi_1, \dots, \xi_{2n}\}$; $\eta = \{\eta_1, \dots, \eta_{2n}\}$.

Дифференцируем по времени для определенности второе уравнение системы (2.5). Затем подставляем значения первого уравнения (2.5). Далее из функции $\Psi_k\left(\theta t, \xi, \eta\right)$ и $\frac{d}{dt}\Psi_k\left(\theta t, \xi, \eta\right)$ $(k = 1, \dots, 2n)$ исключим ξ_h и $\dot{\xi}_h$ с помощью соотношений (2.5)

$$\begin{gathered} \xi_h = -\omega_h^{-1} \dot{\eta}_h + O(\varepsilon); \\ \dot{\xi}_h = \omega_h \eta_h + O(\varepsilon) \\ (h = 1, \dots, 2n). \end{gathered}$$

Окончательно получим уравнения в квазинормальных координатах, эквивалентные с точностью до величин $O(\varepsilon^2)$ системе (2.5):

$$\ddot{Y} + \varepsilon N\left(\theta t\right) \dot{Y} + \left[C + \varepsilon P\left(\theta t\right)\right] Y = 0, \quad (2.6)$$

где $Y = \{y_1, \dots, y_{2n}\}$ — вектор; $C = \left\|\omega_1^2, \dots, \omega_{2n}^2\right\|$ — диагональная матрица;

$$\begin{gathered} N(\tau + 2\pi) \equiv N(\tau); \\ P(\tau + 2\pi) \equiv P(\tau); \\ N(\tau) \sim \sum_{k=-\infty}^{+\infty} N_k e^{ik\tau}; \\ N_k = \left\| \nu_{js}^{(k)} \right\|_1^{2n}; \\ P(\tau) \sim \sum_{k=-\infty}^{+\infty} P_k e^{ik\tau}; \\ P_k = \left\| \pi_{js}^{(k)} \right\|_1^{2n}; \end{gathered} \quad (2.7)$$

элементы матрицы $N(\theta t)$, $P(\theta t)$ выражаются через элементы матриц $G_1(\theta t)$, G_2, $A_1(\theta t)$ системы (1.1).

Для дальнейших рассуждений необходимо иметь выражения для элементов $\nu_{kk}^{(0)}$ $(k = 1, \dots, 2n)$ матрицы N_0 (2.7), полученных в результате преобразования к квазинормальным координатам уравнений (1.1).

Предварительно найдем квадраты собственных частот системы (1.1) при $\varepsilon = 0$. Они выражаются формулами

$$2\omega_{2s-1,2s}^2 = \\ = \frac{H_{2s-1}^2}{a_{2s-1} a_{2s}} \Big[1 + \mu_{2s-1} + \mu_{2s} \pm \\ \pm \sqrt{(1 + \mu_{2s-1} + \mu_{2s})^2 - 4\mu_{2s-1}\mu_{2s}} \Big], \quad (2.8)$$

где введены следующие безразмерные параметры:

$$\begin{gathered} \mu_{2s-1} = H_{2s-1}^{-2} b_{2s-1} a_{2s}; \\ \mu_{2s} = H_{2s-1}^{-2} b_{2s} a_{2s-1}, \\ (s = 1, \dots, n), \end{gathered} \quad (2.9)$$

причем

$$\mu_{2s-1} \ll 1; \quad \mu_{2s} \ll 1. \quad (2.10)$$

Здесь H_{2s-1} — кинетический момент гироскопов (большая величина), a_k, b_k — элементы матриц A и B (1.2). Частоты ω_{2s-1} и ω_{2s}

$(s = 1, \ldots, n)$ будем называть соответственно частотами нутационных и прецессионных колебаний. Имеет место соотношение

$$\omega_{2s} \ll \omega_{2s-1}. \qquad (2.11)$$

Итак, выражения для приведенных коэффициентов трения $\nu^{(0)}_{2j-1,2j-1}$ и $\nu^{(0)}_{2h,2h}$, соответствующих частотам нутационных ω_{2j-1} $(j = 1, \ldots, n)$ и прецессионных ω_{2h} $(h = 1, \ldots, n)$ колебаний, полученных при преобразовании системы (1.1) к виду (2.6), можно представить так:

$$\begin{aligned} \nu^{(0)}_{2j-1,2j-1} &= \frac{d_{2j-1}}{a_{2j-1}}(1-\mu_{2j}) + \\ &+ \frac{d_{2j}}{a_{2j}}(1-\mu_{1j}) + O(\mu^2_{2j-1,2j}), \\ \nu^{(0)}_{2h,2h} &= \mu_{2h}\frac{d_{2h-1}}{a_{2h-1}} + \\ &+ \mu_{2h-1}\frac{d_{2h}}{a_{2h}} + O(\mu^2_{2h-1,2h}), \end{aligned} \qquad (2.12)$$

где d_k — элементы матрицы G_2 (1.2) — коэффициенты трения.

Учитывая, что $\mu_k \ll 1$ $(k = 1, ..., 2n)$ (2.10), из выражений (2.12) следует, что

$$\nu^{(0)}_{2h,2h} \ll \nu^{(0)}_{2j-1,2j-1} \quad (h, j = 1, ..., n). \qquad (2.13)$$

3. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОБЛАСТЕЙ НЕУСТОЙЧИВОСТИ

Найдем в первом приближении области неустойчивости для системы (2.6) в случае параметрического резонанса. В дальнейшем все, что касается системы (2.6), будет распространяться на систему (1.1), так как они эквивалентны с точностью до $O(\varepsilon^2)$. Параметрический резонанс в системе (2.6) возможен при критических значениях частоты θ, определяемых из равенства [3,4]

$$\theta_0 = (\omega_j + \omega_h)\gamma^{-1}$$
$$(\omega_k > 0;\ j, h, k = 1, \ldots, 2n;\ \gamma = 1, 2, \ldots). \qquad (3.1)$$

Если $j = h$, то имеет место простой (основной) резонанс, при $j \neq h$ — комбинационный резонанс. Частоты (3.1) и

$$\theta^*_0 = |\omega_j - \omega_h|\,\gamma^{-1} \qquad (3.2)$$

будем называть сопряженными [2]. В дальнейшем предполагается, что (3.1) и (3.2) выполняются для данных θ_0 и θ^*_0 лишь при единственном наборе номеров j, h, γ.

Границы областей неустойчивости

$$\theta_- < \theta < \theta_+ \qquad (3.3)$$

для системы (2.6) на плоскости параметров ε, θ в первом приближении [2] таковы:

$$\theta_\pm = \theta_0 + \varepsilon\lambda_\pm;\ \ \theta_0 = (\omega_j + \omega_h)\gamma^{-1}. \qquad (3.4)$$

Здесь коэффициенты λ_+, λ_- для системы (2.6) без трения $\nu^{(0)}_{ss} = 0$ и с трением $\nu^{(0)}_{ss} \neq 0$ $(s = 1, \ldots, 2n)$ имеют вид [2]

$$\lambda_\pm = \pm\frac{1}{\gamma}\sqrt{q}, \qquad (3.5)$$

$$\lambda_\pm = \pm\frac{\alpha}{2\gamma}\sqrt{q - \nu^{(0)}_{ll}\nu^{(0)}_{mm}}, \qquad (3.6)$$

где

$$\alpha = \frac{\nu^{(0)}_{ll} + \nu^{(0)}_{mm}}{\sqrt{\nu^{(0)}_{jj}\nu^{(0)}_{hh}}}, \qquad (3.7)$$

$$q = \left(\frac{\pi^{(-\gamma)}_{ml}}{\omega_l} + i\nu^{(-\gamma)}_{ml}\right)\left(\frac{\pi^{(\gamma)}_{ml}}{\omega_{ml}} + i\nu^{(\gamma)}_{ml}\right) \qquad (3.8)$$
$$(l, m = 1, \ldots, 2n;\ \gamma = 1, 2, \ldots).$$

Полученные выражения для $\lambda_\pm$ приведены для случая, когда матрицы $G_1(\theta t)$, $A_1(\theta t)$ имеют нулевые средние значения в разложении ряда Фурье, что не нарушает общности рассматриваемой далее задачи.

Для частот θ, удовлетворяющих неравенству (3.3), решения уравнения (2.6) и (1.1) неустойчивы. В случае частоты θ^*_0 аналогичные формулы (3.5), (3.6), (3.7) могут быть получены заменой ω_h на $-\omega_h$.

При простом резонансе $(j = h = s)$ из формул (3.7) и (3.8) находим

$$\lambda_\pm = \pm\frac{1}{\gamma}\sqrt{q - \left(\nu^{(0)}_{ss}\right)^2}. \qquad (3.9)$$

4. ОБ ОПАСНОСТИ КОМБИНАЦИОННОГО РЕЗОНАНСА В ГИРОСКОПИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ

Исследуем влияние малого трения (диссипативных сил) при комбинационном параметрическом резонансе. Полагая в формулах (3.6) и (3.7) $l = 2j - 1$, $m = 2h$, получим для $\lambda_\pm$ и α следующие значения:

$$\lambda_\pm = \pm\frac{\alpha(2j-1, 2h)}{2\gamma}\times$$
$$\times\sqrt{q - \nu^{(0)}_{2j-1,2j-1}\nu^{(0)}_{2h,2h}}; \qquad (4.1)$$

$$\alpha(2j-1,2h) = \frac{\nu^{(0)}_{2j-1,2j-1} + \nu^{(0)}_{2h,2h}}{\sqrt{\nu^{(0)}_{2j-1,2j-1}\nu^{(0)}_{2h,2h}}}; \tag{4.2}$$

$$(j,h = 1,\ldots,n;\ \gamma = 1,2,\ldots).$$

Из (2.13) следует, что

$$\nu^{(0)}_{2h,2h} \ll \nu^{(0)}_{2j-1,2j-1}. \tag{4.3}$$

Тогда для α из (4.2) имеем оценку $\alpha(2j-1,2h) \gg 1$. Отсюда величина $|\lambda_\pm|$ для системы (2.6) с трением (4.1) будет больше, чем величина $|\lambda_\pm|$ для системы (2.6) без трения (3.5), в случае комбинационных частот

$$\theta_0 = \frac{\omega_{2j-1} + \omega_{2h}}{\gamma} \tag{4.4}$$

$$(j,h = 1,\ldots,n;\ \gamma = 1,2,\ldots),$$

где ω_{2j-1}, ω_{2h} – частоты нутационных и прецессионных колебаний. Необходимым условием того, что выражение (4.1) имеет смысл, является то, что произведение $\nu^{(0)}_{2j-1,2j-1}\nu^{(0)}_{2h,2h}$ $(j,h = 1,\ldots,n)$ должно быть меньше $q > 0$. На основании формул (2.12) можно утверждать, что это произведение будет достаточно малым при малых коэффициентах трения $d_{2j-1},\ d_{2j}, d_{2h-1},\ d_{2h}$ $(j,h = 1,\ldots,n)$.

Так как по смыслу величины λ_+ и λ_- означают угловые коэффициенты касательных к границе областей неустойчивости в точке $(0,\theta_0)$, то область неустойчивости будет широкой, если $\lambda_+ \neq \lambda_-$, и узкой, если $\lambda_+ = \lambda_-$ [5].

Отсюда следует, что если в системе (1.1) без трения для частоты θ_0 (4.4) существуют широкие области неустойчивости (т. е. $q > 0$), то введение трения $\nu^{(0)}_{2j-1,2j-1} > 0$, $\nu^{(0)}_{2h,2h} > 0$, при условии $q > \nu^{(0)}_{2j-1,2j-1}\nu^{(0)}_{2h,2h}$ приводит в первом приближении к расширению области неустойчивости. Это явление не имеет место в случае простого резонанса.

5. ИССЛЕДОВАНИЕ УСТОЙЧИВОСТИ ГИРОМАЯТНИКА ПРИ ВИБРАЦИИ ОСНОВАНИЯ

В качестве приложения рассмотрим устойчивость гиромаятника при вибрации основания в вертикальном направлении по закону $z = \kappa\cos\nu t$. В этом случае уравнения малых колебаний гиромаятника, с учетом массы рамок и малого трения в опорах подвеса, можно представить в форме

$$\begin{aligned} J\ddot{x}_1 + H\dot{x}_2 + lmgx_1 &= \varepsilon(\chi\cos\nu t x_1 - h_1\dot{x}_1);\\ F\ddot{x}_2 - H\dot{x}_1 + lmgx_2 &= \varepsilon(\chi\cos\nu t x_2 - h_2\dot{x}_2). \end{aligned} \tag{5.1}$$

Здесь

$$\varepsilon = \frac{ml^2}{\sqrt{JF}}; \qquad \chi = \frac{\kappa}{l}\sqrt{JF};$$

$$h_1 = \frac{n_1\sqrt{JF}}{ml^2}; \qquad h_2 = \frac{n_2\sqrt{JF}}{ml^2};$$

x_1, x_2 — углы поворота наружной и внутренней рамок подвесов; J, F – приведенные моменты инерции осей гиромаятника относительно наружной и внутренней рамок подвесов; H – кинетический момент ротора гироскопа; $l > 0$ – смещение центра тяжести гиромаятника от точки опоры (центр находится ниже точки опоры); mg – вес ротора; n_1, n_2 – коэффициенты вязкого трения (κ, n_1, n_2 предполагаем малыми).

Переходя к безразмерному времени $\tau = \Omega t$, $\Omega = H(JF)^{-\frac{1}{2}}$ и приводя систему (5.1) к квазинормальным координатам (2.6), находим собственные частоты $\omega_r = \Omega^{-1}\Omega_r$ (2.8) ($\omega_{rs} \equiv \omega_r$; $\Omega_{rs} = \Omega_r$, $r = 1,2$; $s = 1$), параметр $\theta = \nu\,\Omega^{-1}$, приведенные коэффициенты трения

$$\begin{aligned} \nu^{(0)}_{11} &= H^{-1}\sqrt{JF}\Big[J^{-1}h_1(1-\mu_2) + \\ &\qquad + F^{-1}h_2(1-\mu_1)\Big] + O(\mu^2_{1,2});\\ \nu^{(0)}_{22} &= \mu_1\sqrt{JF}\,(FH)^{-1}\,[h_1 + h_2] + O(\mu^2_{1,2});\\ \mu_1 &= Flmg\,H^{-2}, \quad \mu_2 = Jlmg\,H^{-2}. \end{aligned} \tag{5.2}$$

Выпишем выражения q для комбинационной частоты $\theta_0 = \omega_1 + \omega_2$

$$q = r\Psi_1^2(1+r^2)[1 + O(\mu_{1,2})]$$

и q_1, q_2 для частот $\theta_0 = 2\omega_1$, $\theta_0 = 2\omega_2$

$$\begin{aligned} q_1 &= \Psi_1^2(1-r^2)^2[1 + O(\mu_{1,2})];\\ q_2 &= \Psi_2^2(1-r^2)^2[1 + O(\mu_{1,2})], \end{aligned}$$

где

$$r = \frac{\sqrt{JF}}{F}; \quad \Psi_0 = \frac{(\omega_1+\omega_2)^2\kappa\sqrt{JF}}{2lJ};$$

$$\Psi_1 = 2\omega_1^2\frac{\kappa\sqrt{JF}}{lJ}; \quad \Psi_2 = 2\omega_2^2\frac{\kappa\mu_1}{l},$$

причем κ – амплитуда возмущающей силы.

Используя соотношения (3.4), (3.7), (3.9) и учитывая, что $\pi^{(0)}_{11} = \pi^{(0)}_{22} \equiv 0$, для частот

$\theta_0 = \omega_1 + \omega_2$ и $\theta_0 = 2\omega_1$, $\theta_0 = 2\omega_2$ находим границы областей неустойчивости

$$\begin{aligned}
&\theta_{\pm} = \omega_1 + \omega_2 \pm \varepsilon 0{,}5\alpha\sqrt{q - \nu_{11}^{(0)}\nu_{22}^{(0)}};\\
&\alpha = (\nu_{11}^{(0)} + \nu_{22}^{(0)})(\nu_{11}^{(0)}\nu_{22}^{(0)})^{-\frac{1}{2}};\\
&\theta_{\pm} = 2\omega_1 \pm \varepsilon\sqrt{q_1 - (\nu_{11}^{(0)})^2};\\
&\theta_{\pm} = 2\omega_2 \pm \varepsilon\sqrt{q_2 - (\nu_{22}^{(0)})^2}.
\end{aligned} \qquad (5.3)$$

Анализируя выражения (5.2) и (5.3), приходим к выводу, что в случае комбинационной частоты $\theta_0 = \omega_1 + \omega_2$ наличие трения хотя бы в одной из осей, при условии $q > \nu_{11}^{(0)}\nu_{22}^{(0)}$, приводит к расширению области неустойчивости.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Полученный в п. 4 результат позволяет сделать вывод о расширении области неустойчивости для комбинационных частот вида (4.4) при наличии в системе достаточно малого трения. Это обстоятельство дает основание утверждать об опасности комбинационного резонанса в гироскопических системах при действии малых диссипативных сил.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Булгаков Б. В.** О нормальных координатах // Прикл. мат. и мех. 1946. Т. X, вып. 2.
2. **Валеев К. Г.** Об опасности комбинационных резонансов // Прикл. мат. и мех. 1963. Т. XXVII, вып. 6.
3. **Крейн М. Г.** Основные положения зон устойчивости канонических линейных дифференциальных уравнений с периодическими коэффициентами // Сб. памяти А. А. Андронова. М.: Изд-во АН СССР, 1956. С. 413–498.
4. **Крейн М. Г., Якубович В. А.** Гамильтоновы системы линейных дифференциальных уравнений с периодическими коэффициентами // Тр. междунар. симп. по нелинейным колебаниям. К.: Изд-во АН УССР, 1963. Т. I. С. 277–365.
5. **Якубович В. А.** О динамической устойчивости упругих систем // ДАН СССР. 1958. Т. 121, № 4. С. 602–605.

ОБ АВТОРАХ

Исламов Роберт Рахимович, доцент каф. математики. Дипл. инж.-мех. (УАИ, 1966). Канд. физ.-мат. наук по диф. и интегр. уравнениям (защ. в Ин-те мат. АН УССР, 1973). Иссл. в обл. устойчивости решений обыкн. диф. уравнений.

Исламов Ринат Робертович, аспирант. Дипл. инж. по выч. машинам, комплексам, системам и сетям (УГАТУ, 2004). Обл. науч. интересов – нейронные сети и нейроматематика.