Уфа: УГАТУ, 2004 Вестник УГАТУ Т. 5, № 2 (10). С. 67–73

НАУЧНЫЕ СТАТЬИ И ДОКЛАДЫ • ФИЗИКА

УДК 539.2:538.22

О. В. ЕМЧЕНКО, С. А. МАЯКОВА

РЕАЛИЗАЦИЯ МОДЕЛИ ИЗИНГА ДЛЯ МАГНЕТИКОВ В СЛУЧАЕ СЛАБОГО ТОПОЛОГИЧЕСКОГО БЕСПОРЯДКА

Рассматривается наиболее распространенная в статистической физике модель систем фазовых взаимодействий — модель Изинга с использованием динамики «опрокидывания спина» на стохастической решетке. Выполнены численные расчеты для некоторых термодинамических параметров магнетика с дефектной структурой. *Модель Изинга; стохастическая решёточная модель*

ВВЕДЕНИЕ

Приведем цитату из классической монографии по теории беспорядка [1]: « ... машинное моделирование играет очень важную роль в теории ... [беспорядка]. Рассмотрение различных моделей на ЭВМ позволяет перекинуть мост через пропасть между феноменологическими аналитическими теориями ... и физической реальностью. Следует признать более чем оправданными те значительные усилия, которые затрачиваются на создание и отладку подобных программ: в результате удается оценить, в какой мере обоснованы те или иные микроскопические модели, теоретические гипотезы и эмпирические аппроксимации в этой очень неясной области». В классической теории идеальных кристаллических магнетиков компьютерное моделирование является достаточно изученной задачей, в которой существуют стандартные методы, построенные на трансляционной симметрии. При переходе к задачам, связанным с топологическим беспорядком, возникает масса вопросов, связанных с правильностью выбора и реализации модели. Первая и, пожалуй, наиболее сложная проблема — это корректный выбор потенциала межспинового взаимодействия. Существует немало общих теорий и подходов к решению таких задач, но не всегда ясно, какие из этих путей решения являются удовлетворительными.

В статье рассматривается модель топологически неупорядоченного магнетика, построенная на основе модели Изинга, использующей статистические параметры неупорядоченных систем для термодинамического описания магнитных свойств магнетиков. При моделировании воспользуемся стохастической решёточной моделью, использующей предположение, что магнитные моменты атомов расположены в узлах исследуемой решётки (псевдокристалл), а параметры взаимодействия $J_{ij} = J(r_i - r_j)$ — обменные интегралы, где r_{ij} — радиус-векторы соответствующих атомов, принимают случайные значения в соответствии с функцией распределения $P(J_{ij})$. Таким образом, сформулируем задачу: рассмотреть влияние слабого топологического беспорядка (локальных единичных дефектов) на изменение локальных магнитных полей в ферромагнетике. В статье предложено рассмотрение этого вопроса с различных точек зрения: квантовой теории, классической теории дефектов и компьютерного моделирования.

Расчет собственных значений спинового гамильтониана представляет собой сложную задачу, требующую для ее решения специальных модельных приближений. В модели Изинга используется приближение, в котором рассчитываются только диагональные элементы спиновых операторов и рассматриваются только их проекции на какое-либо выделенное направление, обычно выбирается направление внешнего магнитного поля по оси $(oz)H^{(z)}$. Сказанное равносильно тому, что гамильтониан системы задается выражением [1]

$$\mathcal{H} = -\frac{1}{2}\sum_{i,j} J_{ij}\hat{\sigma}_i\hat{\sigma}_j - \bar{\mu}H^{(z)}\sum_i \hat{\sigma}_i, \qquad (1)$$

где для каждого узла определяется «спиновое» квантовое число $\hat{\sigma}_i$, которое может принимать только два значения: +1 или -1. Второе слагаемое в (1) описывает влияние внешнего

Работа поддержана грантом ФЦП «Интеграция» (У0011/735).

магнитного поля на магнитный момент каждого спина $\bar{\mu}\hat{\sigma}_i$. Очевидно, такая упрощенная модель не дает точного описания магнитной системы, но подобное допущение позволяет сосредоточить внимание на задаче о статистическом распределении состояний такой системы и предложить удобную для компьютерного моделирования модель реального магнетика.

Заметим, что неоспоримым плюсом модели Изинга является тот факт, что она позволяет отойти от квантового толкования теории твердого тела и рассматривать описываемую модель в рамках статистической механики. Суть представленной работы сводится к тому, чтобы оценить рамки действия классической теории дефектов в применении к теории магнетизма по сравнению с квантовой формулировкой.

1. АНАЛИТИЧЕСКИЕ ПРЕДПОСЫЛКИ МОДЕЛИРОВАНИЯ. СТАТИСТИЧЕСКИЕ ТЕРМОДИНАМИЧЕСКИЕ ПАРАМЕТРЫ МОДЕЛИ

1.1. Термодинамическое описание магнитных свойств магнетиков с дефектной структурой на основе модели Изинга

Рассмотрим топологический беспорядок — нарушение правильной кристаллической структуры в магнетике. Для оценки искажений магнитного поля при внесении дефектов в кристаллический магнетик воспользуемся результатами работы [2]. В упомянутой работе использован типовой прием разбиения гамильтониана на две составляющие, а именно, гамильтониан $\mathcal{H}_0 = -\frac{1}{2}\sum\limits_{i,j} J\hat{\sigma}_i\hat{\sigma}_j - \bar{\mu}H^{(z)}\sum\limits_{i}\hat{\sigma}_i$, описывающий псевдокристалл, являющийся виртуальным образом рассматриваемого ферромагнетика с дефектной структурой, и гамильтониан $\mathcal{H}^* = \sum\limits_{i,j}\Delta J_{ij}\hat{\sigma}_i\hat{\sigma}_j$, описывающий структурные флуктуации при переходе от виртуального кристалла к кристаллу с дефектами. Отсылая интересующихся читателей к оригинальной работе [2], вкратце изложим суть задачи и выпишем основные соотношения, полученные авторами для ферромагнетика с дефектами.

Если произвольный гамильтониан представим в виде суммы двух членов $\mathcal{H} = \mathcal{H}_0 + \mathcal{H}^*$, где $\mathcal{H}_0$, $\mathcal{H}^*$ — самосопряженные произвольные функции, то по теореме Боголюбова для свободной энергии можно записать $F(\mathcal{H}) \leqslant F(\mathcal{H}_0) + \mathcal{H}^{*(0)}$, где $\mathcal{H}^{*(0)} = \mathrm{Tr}\big(\mathcal{H}^*\exp(-\beta\mathcal{H}_0)\big)/\mathrm{Tr}\big(\exp(-\beta\mathcal{H}_0)\big)$ — усредненный по структуре гамильтониан с учетом структурных флуктуаций относительно виртуального псевдокристалла, на основе которого построен магнетик с дефектами, $\beta \equiv \frac{1}{kT}$, k — постоянная Больцмана. Легко получить следующее соотношение: $\Delta F \equiv F - F_0 \leqslant 0$, где F — свободная энергия магнитной системы с дефектами; F_0 — свободная энергия соответствующего виртуального псевдокристалла.

Таким образом, структурные флуктуации всегда понижают или, в крайнем случае, оставляют свободную энергию подсистемы неизменной. Показано, что для модели дефектной решётки (стохастическая решёточная модель) при малых структурных флуктуациях все термодинамические соотношения выполняются как для свободной энергии F магнитной системы с дефектами, так и для свободной энергии соответствующего виртуального псевдокристалла, поэтому для разности ΔF термодинамические соотношения также верны [2]:

$$\Delta S = -\left(\frac{\partial \Delta F}{\partial T}\right)_H,$$

$$\Delta U = \Delta F + T\Delta S, \quad \Delta M = -\left(\frac{\partial \Delta F}{\partial T}\right)_T,$$

$$\Delta C = \left(\frac{\partial \Delta U}{\partial T}\right)_H = T\left(\frac{\partial \Delta S}{\partial T}\right)_H = T\left(\frac{\partial^2 \Delta F}{\partial T^2}\right)_H$$

где ΔS — изменение энтропии системы; U — внутренняя энергия системы; M — вектор намагниченности; ΔC — изменение теплоемкости системы.

Получены соотношения, по которым в модели Изинга могут быть рассчитаны некоторые параметры магнитной системы

$$\Delta M(T,H) = -\left(\frac{\partial \Delta F}{\partial H}\right)_T = -\frac{2}{z}\Delta^2\beta\,|u_0(T,H)|\,\frac{\partial M_0(T,H)}{\partial\langle J\rangle}\langle J\rangle, \quad (2)$$

$$\Delta\chi(T,H) = -\left(\frac{\partial \Delta M}{\partial H}\right)_T = -\frac{2}{z}\Delta^2\beta\,|u_0(T,H)|\,\frac{\partial \chi_0(T,H)}{\partial\langle J\rangle}\langle J\rangle, \quad (3)$$

где M_0 и χ_0 — намагниченность и восприимчивость соответствующего псевдокристалла; $\Delta^2 = \frac{\langle \Delta J_{ij}^2\rangle}{\langle J\rangle^2}$; z — число ближайших соседей; u_0 — внутренняя энергия на спин соответствующего псевдокристалла.

2. ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

2.1. Постановка задачи

Основные причины, определяющие существование однородно намагниченных областей в ферромагнитном образце: однородное магнитное упорядочение, возникающее в результате обменного взаимодействия между спинами электронов; магнитная кристаллографическая анизотропия, выделяющая в кристалле так называемые оси легкого намагничения, вдоль которых ориентация намагниченности наиболее предпочтительна; магнитострикционные эффекты; упругие взаимодействия; поля рассеяния, определяемые градиентом намагниченности и ряд других менее существенных эффектов. Учесть влияние всех этих эффектов на распределение вектора намагниченности в магнетике практически невозможно. Поэтому ограничимся простейшим примером расчета распределения намагниченности на основе классической модели упругопластической сплошной среды. Рассмотрим одноосный бесконечный ферромагнитный кристалл типа «легкая ось» (константа магнитной анизотропии $K_1 < 0$, уравнение (11) в статье), содержащий прямолинейную краевую дислокацию. Для простоты изложения рассмотрим случай, когда плотность энергии эффективной магнитной анизотропии определяется как сумма плотностей энергии только кристалломагнитной анизотропии бездефектного кристалла и магнитоупругой энергии, зависящей от напряжений на дефектах.

Обменную энергию в рассматриваемой модели зададим в стандартном виде [1]

$$\omega_l = -\frac{1}{2}\sum_{i,j} J_{ij} S_i S_j. \tag{4}$$

При моделировании обменный интеграл зададим как структурно-зависимый параметр. Величину обменного интеграла J_{ij} при расчетах будем задавать в виде $J \approx \frac{1}{2}kT_c \ln\left(1-\frac{2}{z}\right)$ [1], где z – число ближайших соседей. Для упрощения моделирования будем считать, что J_{ij} отличны от нуля только для взаимодействия ближайших соседей в решетке (обрезание потенциала по процедуре Эвальда).

Влияние внешнего магнитного поля на магнитный момент выражается в виде

$$\omega_H = -\frac{1}{2}MH^{(z)}. \tag{5}$$

Рассмотрим кристалл с кубической симметрией. При внесении дефекта в этот кристалл соответствующее изменение формы тела в евклидовой метрике внешнего наблюдателя будет описываться новыми координатами x', y', z'.

Для рассматриваемого дефекта – дислокации, параллельной оси (ox) с вектором Бюргерса $\vec{b}\|(oy)$, отличны от нуля только ε_{yy}, ε_{zz}, $\varepsilon_{yz} = \varepsilon_{zy}$ – компоненты дислокационной деформации

$$\begin{aligned}
\varepsilon_{yy}(y,z) &= -\frac{bz[2y^2+(1-2\nu)(y^2+z^2)]}{4\pi(1-\nu)(y^2+z^2)^2},\\
\varepsilon_{zz}(y,z) &= \frac{bz[(1+2\nu)y^2-(1-2\nu)z^2]}{4\pi(1-\nu)(y^2+z^2)^2},\\
\varepsilon_{yz}(y,z) &= \varepsilon_{zy}(y,z) = \frac{by(y^2-z^2)}{4\pi(1-\nu)(y^2+z^2)^2},
\end{aligned} \tag{6}$$

где для железа $\nu \approx 0,303 \cdot 10^{-12}$ – коэффициент Пуассона, $b \approx 10^{-10}$ м.

Плотность магнитоупругой энергии выражается в виде [3]

$$\begin{aligned}
\omega_{MU} &= B_1(\alpha_1^2\varepsilon_{xx} + \alpha_2^2\varepsilon_{yy} + \alpha_3^2\varepsilon_{zz}) + \\
&+ B_2(\alpha_1\alpha_2\varepsilon_{xy} + \alpha_2\alpha_{32}\varepsilon_{yz} + \alpha_3\alpha_1\varepsilon_{zx}),
\end{aligned} \tag{7}$$

где $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ – направляющие косинусы вектора намагниченности $\overrightarrow{M}$; B_i – константы магнитоупругой связи (для железа $B_1 = -2{,}9 \cdot 10^7$ эрг/см^3; $B_2 = 3{,}2 \cdot 10^7$ эрг/см^3).

Упругая энергия деформируемого тела для кубического кристалла [4]

$$\begin{aligned}
\omega_U &= \frac{1}{2}C_{11}(\varepsilon_{xx}^2 + \varepsilon_{yy}^2 + \varepsilon_{zz}^2) + \\
&+ \frac{1}{2}C_{44}(\varepsilon_{xy}^2 + \varepsilon_{yz}^2 + \varepsilon_{zx}^2) + \\
&+ C_{12}(\varepsilon_{yy}\varepsilon_{zz} + \varepsilon_{xx}\varepsilon_{zz} + \varepsilon_{xx}\varepsilon_{yy}),
\end{aligned} \tag{8}$$

где C_{11}, C_{44}, C_{12} – модули упругости, порядок величин модулей упругостей $\approx 10^{12}$ эрг/см^3.

В магнитном поле магнетик испытывает магнитострикционное удлинение [4]

$$\begin{aligned}
\frac{\delta l}{l} &= \frac{3}{2}\lambda_1\left(\alpha_1^2\beta_1^2 + \alpha_2^2\beta_2^2 + \alpha_3^2\beta_3^2 - \frac{1}{3}\right) + \\
&+ 3\lambda_2(\alpha_1\alpha_2\beta_1\beta_2 + \alpha_1\alpha_3\beta_1\beta_3 + \alpha_2\alpha_3\beta_2\beta_3),
\end{aligned} \tag{9}$$

где $\beta_1, \beta_2, \beta_3$ – направляющие косинусы рассматриваемого отрезка ферромагнетика, α_1, α_2, α_3 – направляющие косинусы вектора намагниченности, $\lambda_1 = -\frac{2}{3}\frac{B_1}{C_{11}-C_{12}}$, $\lambda_2 = -\frac{1}{3}\frac{B_2}{C_{44}}$ (для железа $\lambda_1 = 19{,}5 \cdot 10^{-6}$, $\lambda_2 = -18{,}8 \cdot 10^{-6}$).

Плотность энергии кристалломагнитной анизотропии (КМА) одноосного бездефектного кристалла определяется как [4]

$$\varpi_a = K_1 \alpha_z^2, \quad (10)$$

где $K_1 < 0$ — первая константа магнитокристаллической анизотропии.

Полная плотность энергии эффективной магнитной анизотропии, определяющей вид $\mathcal{H}^*$, задается выражением [3]

$$\tilde{\varpi}_a = \varpi_a + \Delta\varpi_a = \\ = \tilde{K}_1 \alpha_z^2 + \tilde{K}_{yy}\alpha_y^2 + K_{yz}\alpha_y\alpha_z, \quad (11)$$

где

$$\tilde{K}_1 = K_1 + B_1\varepsilon_{yy}^0 + B_2\varepsilon_{zz}^0,, \quad (12)$$

$$K_{yy} = B_3\varepsilon_{yy}^0, \quad (13)$$

$$\tilde{K}_{yz} = B_4\varepsilon_{yz}^0. \quad (14)$$

Для данной постановки задачи получим расчетное распределение полей локальной намагниченности с использованием модели Изинга методом Монте-Карло.

2.2. Метод Монте-Карло для канонического ансамбля

Для численной реализации модели используем алгоритм метода Монте-Карло [5]. Суть метода заключается в том, что при моделировании рассматриваются вероятности перехода, затрагивающие только один спин, на данном шаге все другие спины оставляем фиксированными. Его состояние будет в дальнейшем зависеть только от состояния ближайших соседей. Новое состояние системы создается после того, как все спины перевернутся. Число спинов, направленных вверх или вниз, не сохраняется, хотя их полное число $N = N_\uparrow + N_\downarrow$ остается неизменным.

Вероятность перехода задается выражением

$$W_i(s_i)/W_i(-s_i) = \\ = \exp(-s_i E_i)/\exp(s_i E_i), \quad (15)$$

где $E_i = J\sum\limits_{\langle i,j\rangle} s_j$; $W_i(s_i) : (s_1, ..., s_i, ..., s_N) \to (s_1, ..., -s_i, ...s_N)$ — вероятность перехода в единицу времени спина i из состояния s_i в $-s_i$. При моделировании для однозначности определения вероятности $W_i(s_i)$ выберем функцию Глаубера, удовлетворяющую условию (15)

$$W_i(s_i) = (1/2)\tau^{-1}\left[1 - s_i \operatorname{th}(E_i/k_b T)\right], \quad (16)$$

где τ — произвольный фактор, определяющий шкалу времени.

Алгоритмически метод МК для рассматриваемой системы выглядит следующим образом:

1. Задаем начальную конфигурацию (распределение спинов на заданной решетке).
2. Генерируем новую конфигурацию.
3. Вычисляем изменение энергии ΔH.
4. При $\Delta H < 0$ принимаем новую конфигурацию и возвращаемся к шагу 2.
5. Вычисляем $W_i(s_i)$.
6. Генерируем случайное число $R \in [0, 1]$.
7. Если $R < W_i(s_i)$, принимаем новую конфигурацию и переходим к шагу 2.
8. Иначе оставляем старую конфигурацию и переходим к шагу 2.

Согласно предложенному алгоритму система движется к состоянию с минимальной энергией, соответствующей параметрам (N, P, T). Конфигурации, уменьшающие энергию системы, принимаются только с вероятностью, пропорциональной больцмановскому множителю.

2.3. Численная реализация модели

При численном моделировании рассматриваемого класса задач для приближения к реальному эксперименту область расчета должна состоять, по крайней мере, хотя бы из 10^4частиц. Время, за которое ЭВМ может обработать все значения численных характеристик, описывающих состояние каждой частицы, достаточно велико, поэтому машинную реализацию подобной модели целесообразно проводить с использованием многопроцессорных вычислительных систем. Для реализации параллельного алгоритма двумерной модели Изинга, основанной на вероятностном подходе, можно было бы использовать возможности многопроцессорной ЭВМ для накопления статистики. В этом случае каждый процессор решал бы независимо от других одну и ту же задачу, а затем проводился сбор всех статистических данных, их суммирование и нормировка. Этот метод достаточно эффективен в том случае, если тестирование задачи связано с увеличением шагов Монте-Карло. Если же целью эксперимента является решение задачи на достаточно больших решетках, необходим другой подход. Для уменьшения времени счета используется пространственная декомпозиция самой расчетной области.

В ходе решения задачи определялись следующие параметры: полная энергия системы, намагниченность, число принятых состояний, удельная теплоемкость

$$c = \frac{\langle E^2 \rangle - \langle E \rangle^2}{k_B T^2}, \qquad (17)$$

магнитная восприимчивость

$$\chi = \frac{\langle M^2 \rangle - \langle M \rangle^2}{k_B T}. \qquad (18)$$

3. ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

Результаты, полученные численным моделированием, сравнивались с основными выводами квантовой теории для систем со слабым топологическим беспорядком, а также с аналитическими расчетами для рассматриваемой постановки задачи [3], изложенными ниже.

Распределение $\alpha(\vec{r})$, минимизирующее $\tilde{\varpi}_a$ для (11), определяет поле магнитной анизотропии. Вдали от дефекта поле однородно и может быть описано углом $\psi(\vec{r})$, отсчитываемым в плоскости yz от оси (oz), $\psi \in [-\pi, \pi]$. Получено аналитическое решение

$$\operatorname{tg} 2\psi(\vec{r}) = -\frac{\tilde{K}_{yz}(\vec{r})}{\tilde{K}_1(\vec{r}) - \tilde{K}_{yy}(\vec{r})}. \qquad (19)$$

Форма контура $\tilde{K}_1(\vec{r}) - \tilde{K}_{yy}(\vec{r})$, положение и число особых точек зависят от соотношения констант B_i. На рис. 1 изображен один из возможных контуров $\tilde{K}_1(\vec{r}) - \tilde{K}_{yy}(\vec{r}) = 0$, особые точки A, B, C, O, а также показано изменение $\alpha(\vec{r})$ при обходе вокруг особой точки C.

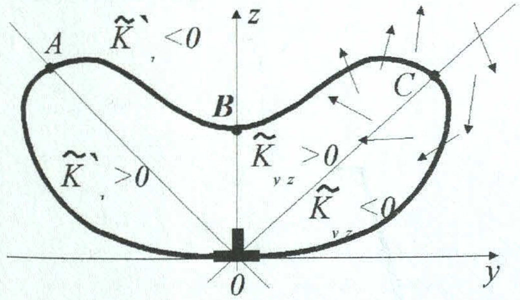

Рис. 1. Распределение $\vec{\alpha}(\vec{r})$ вблизи особой точки C. При обходе особых точек $\Delta\psi = \psi^+ - \psi^- = \pm\pi$. Все особые точки эквивалентны с точностью до знака

Аналитически полученное распределение полей намагниченности указывает на наличие в магнетике кластера с измененным на дефекте распределением локальных магнитных полей. Аналогичная «бабочка» получена и при численном моделировании локальных магнитных полей на дефекте (рис. 2) с учетом магнитострикционных эффектов для плотностей энергии, учтенных в (4), (5), (7), (8), (10).

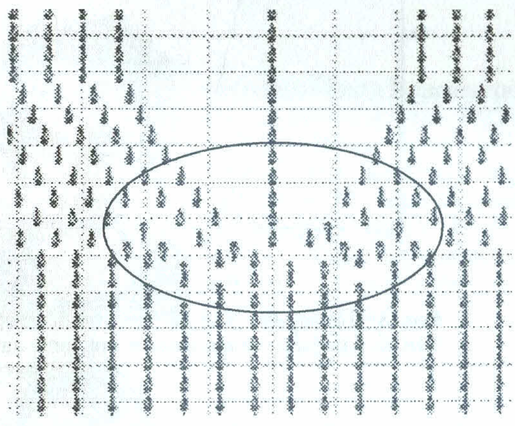

Рис. 2. Численное моделирование локальных магнитных полей на линейном дефекте (32×32)

На рис. 3 представлена зависимость средней намагниченности на спин от приведенной температуры T/T_c. Поведение намагниченности является типичным примером проявления конечности размеров модели вблизи фазовых переходов второго рода. Этот эффект существеннее вблизи критической температуры. Это объясняется изменением длины корреляции, связанной с обрезанием потенциала по процедуре Эвальда, при моделировании. При приближении к критической температуре длина корреляции увеличивается, а рассматриваемая конечная система с тороидальными граничными условиями может давать только конечные длины.

На рис. 4 приведены зависимости изменения средней намагниченности и изменения магнитной восприимчивости от приведенной температуры. Верхние кривые соответствуют расчетам, проведенным в рамках квантовой теории по формулам (2) и (3), нижние представляют собой изменения указанных величин, рассчитанных по формулам стохастической модели.

На рис. 5 приведены зависимости числа доменов от температуры для ферромагнетика с дефектной структурой и для «псевдокристалла». Видно, что наличие дислокации в полном соответствии с теорией приводит к увеличению числа доменов, следовательно, к изменению локальной намагниченности в области дефекта.

Расчеты для удельной теплоемкости и свободной энергии системы свидетельствуют об уменьшении свободной энергии подсистемы,

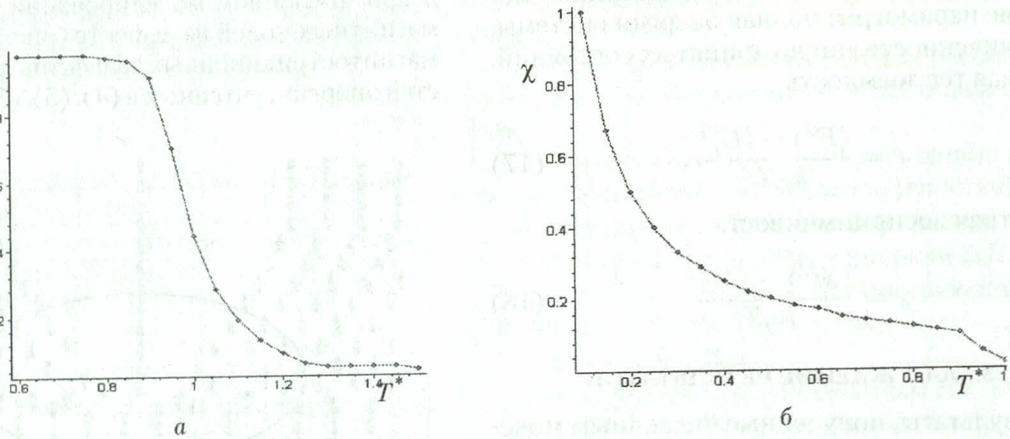

Рис. 3. Двумерная модель Изинга для ферромагнетика с дефектной структурой с числом частиц 60×60. Графики зависимости средней намагниченности (*а*) и магнитной восприимчивости (б) от температуры в области с дефектом

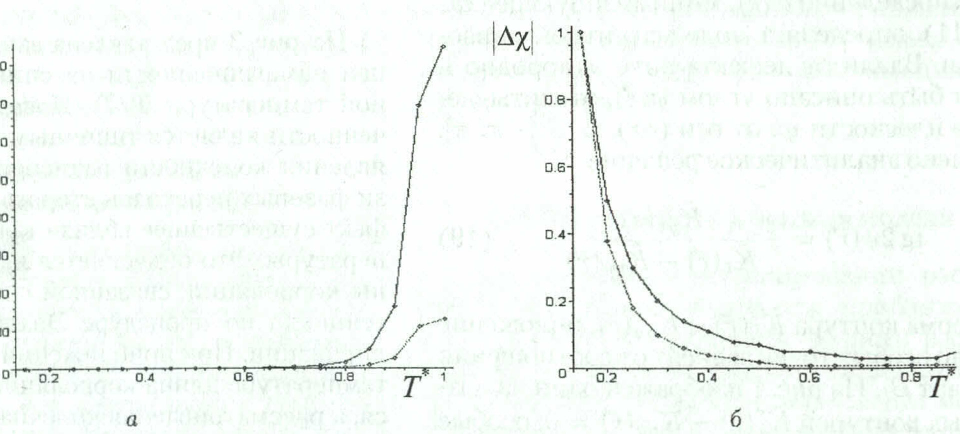

Рис. 4. Графики зависимости $|\Delta M|$ – изменения намагниченности (*а*), $|\Delta\chi|$ – изменения магнитной восприимчивости (б) от температуры

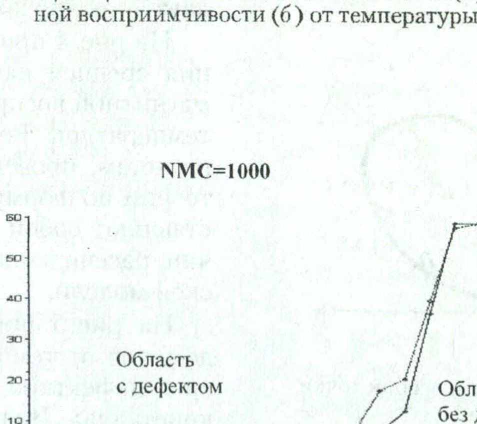

Рис. 5. График зависимости числа кластеров n от температуры при числе шагов Монте-Карло $NMC = 1000$

что соответствует основным результатам первого раздела. Таким образом, расчеты, проводимые в рамках модели Изинга, подтверждают теоретические выкладки квантовой теории и аналитические результаты для упрощенной классической модели. Построенную модель можно считать удовлетворительной и пригодной для дальнейшего исследования на ней более тонких эффектов теории магнетизма топологически неупорядоченных систем.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Займан Дж.** Модели беспорядка. Теоретическая физика однородно неупорядоченных систем / Пер. с англ. М.: Мир, 1982. 592 с.
2. **Хандрих К., Кобе С.** Аморфные ферро- и ферримагнетики. М.: Мир, 1982. 296 с.
3. **Диченко А. Б., Николаев В. В.** О возникновении особых линий в распределении намагниченности одноосного ферромагнетика с дислокацией // ЖЭТФ. 1982. Т. 82, № 4. С. 1230–1233.
4. **Тикадзуми С.** Физика ферромагнетизма. Магнитные характеристики и практическое применение / Пер. с яп.; Под ред. Р. В. Писарева. М.: Мир, 1987. 419 с.
5. **Хеерман Д. В.** Методы компьютерного моделирования в теоретической физике / Пер. с англ.; Под ред. С. А. Ахманова. М.: Наука, 1990. 176 с.

ОБ АВТОРАХ

Емченко Ольга Владимировна, доцент кафедры ВВТиС УГАТУ. Дипл. физик (БГУ, 1983). Канд. физ.-мат. наук. (физика магнитных явлений) (защ. в МГУ, 1991). Исследования в области физики магнетизма, теории упругопластических сред.

Маякова Светлана Алексеевна, препод.-стажер той же кафедры. Дипл. математик, сист. программист (УГАТУ, 2004). Иссл. в обл. магнитных явлений, статистической физики, моделирования физических процессов.