Уфа: УГАТУ, 2007 Вестник УГАТУ Т. 9, № 6 (24). С. 56–66

УДК 629.735-82

Ш. Р. ГАЛЛЯМОВ, Ю. К. КИРИЛЛОВ, А. В. МЕСРОПЯН, Ю. С. ТЕЛИЦЫН, В. А. ЦЕЛИЩЕВ

ПРИМЕНЕНИЕ ЭМПИРИЧЕСКИХ ЗАВИСИМОСТЕЙ В МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ СТРУЙНОЙ ГИДРАВЛИЧЕСКОЙ РУЛЕВОЙ МАШИНЫ

Рассматривается применение экспериментальных данных гидравлического привода летательного аппарата в численном исследовании: представлены эмпирические зависимости и характеристики исследуемого объекта, выполнен анализ разработанной математической модели исследуемого объекта на адекватность реальному объекту, рассмотрены линейные и нелинейные модели гидравлического привода. *Системы автоматического управления; экспериментальные исследования; математическая модель*

Усовершенствование гидравлических приводов (ГП) летательных аппаратов (ЛА) влечет за собой увеличение технических требований к исполнительным и регулирующим механизмам. Исследование и проектирование основных изделий ЛА на основе экспериментальных данных — очень трудоемкая работа с большими временными и материальными затратами.

Струйные гидравлические рулевые машины (СГРМ), широко применяемые в авиационной и ракетной технике, выпускаются и проходят испытания в ФГУП Государственный ракетный центр «КБ имени академика В. П. Макеева». Проведение стендовых испытаний гидравлических приводов (ГП) мелкосерийного производства — очень трудоемкая и дорогостоящая операция. Это обуславливает актуальность качественного анализа по результатам обработки и обобщения экспериментальных данных, полученных в ГРЦ «КБ имени академика В. П. Макеева». На сегодняшний день разработано достаточно много математических моделей, которые с той или иной степенью адекватности описывают физические процессы, протекающие в полостях гидравлических усилителей ГП ЛА [1, 2, 4]. Переход от линейных моделей к нелинейным моделям позволяет приблизить результаты теоретических исследований к результатам, полученным при проведении экспериментальных исследований [3–5]. Необходимо, чтобы разработанные математические модели были адекватны реальному объекту. Проверить адекватность математических моделей реальному объекту можно с помощью анализа экспериментальных данных. С помощью анализа экспериментальных данных можно не только выявить погрешность расчетов, но и внести изменения в математические модели.

Анализ экспериментальных статических характеристик СГРМ показывает, что на определенном интервале значений перемещений струйной трубки ($z = 0 \ldots z_{\max}$) и значений перепадов давлений в полостях ГЦ ($\Delta P_{\text{ГЦ}} = 0 \ldots 4{,}5 \cdot 10^6$ Па) расходно-перепадную характеристику можно аппроксимировать линейной зависимостью (рис. 1). Используя зависимости для линейной расходно-перепадной характеристики [3], можно упростить математическую модель СГРМ, представленную в [4]:

$$
\begin{aligned}
&L\frac{di\,(t)}{dt} + R_{\text{ЭМП}}\,i\,(t) + K_{\text{ПЭ}} \cdot \frac{\frac{dz(t)}{dt}}{l} = \\
&\qquad\qquad = U - K_{\text{ОС}} \cdot y\,(t)\,; \\
&\frac{1}{l} \cdot \Bigl(J \cdot \frac{d^2 z\,(t)}{dt^2} + K_V \cdot \frac{dz\,(t)}{dt} + K_{m\alpha} \cdot z\,(t) + \\
&\qquad\qquad + K_{\text{ПЭ}} \cdot z\,(t)\Bigr) = K_{mi} \cdot i\,(t)\,; \\
&K_{qz} \cdot z\,(t) - K_{qp} \cdot P_{\text{дв}}\,(t) = \\
&\qquad\qquad = A_{\text{ЭФ}} \cdot \frac{dy\,(t)}{dt} + \frac{V_{\text{ГЦ}}}{2 \cdot E}\frac{dP_{\text{дв}}\,(t)}{dt}; \\
&m \cdot \frac{d^2 y\,(t)}{dt^2} = A_{\text{ЭФ}} \cdot P_{\text{дв}}\,(t) - \\
&\qquad\qquad - K_{VP} \cdot \frac{dy\,(t)}{dt} - c_{\text{Н}} \cdot [y\,(t) - y_n\,(t)]\,; \\
&m_{\text{Н}}\frac{d^2 y_{\text{Н}}\,(t)}{dt^2} = c_{\text{Н}} \cdot [y\,(t) - y_n\,(t)] - R - F_{\text{ТРС}}.
\end{aligned}
\tag{1}
$$

В первом уравнении системы (уравнение электрической цепи) (1) L — индуктивность обмотки (Гн), $R_{\text{ЭМП}}$ — сопротивление обмотки (Ом), $i\,(t)$ — функция силы тока, изменение силы тока с течением времени (А), $K_{\text{ПЭ}}$ — коэффициент противо-ЭДС, l — длина струйной трубки (м), K_{OC} — коэффициент обратной связи $(\frac{\text{м}}{\text{В}})$, $y\,(t)$ — функция перемещения поршня ГЦ от времени (м), U — входное напряжение в катушке электромеханического преобразователя (В).

Во втором уравнении (уравнение динамики ЭМП) J – момент инерции (кг $\cdot$ м^2), K_V — коэффициент вязкого демпфирования струйной трубки $(\frac{\text{Н}\cdot\text{м}\cdot\text{с}}{\text{рад}})$, $K_{m\alpha}$ – коэффициент жесткости магнитной пружины $(\frac{\text{Н}\cdot\text{м}}{\text{рад}})$, K_{mi} – коэффициент моментной характеристики $(\frac{\text{Н}\cdot\text{м}}{\text{А}})$.

В третьем уравнении (уравнение расхода рабочей жидкости) K_{qz} — коэффициент усиления расхода $(\frac{\text{м}^2}{\text{с}})$, K_{qp} — коэффициент скольжения давления $(\frac{\text{м}^3}{\text{Па}\cdot\text{с}})$, $z\,(t)$ — функция перемещения струйной трубки, перемещение струйной трубки изменяется с течением времени (м), $A_{\text{ЭФ}}$ — эффективная площадь ГЦ (м^2), $V_{\text{ГЦ}}$ — объем рабочей жидкости в полости ГЦ (м^3), $P_{\text{дв}}\,(t)$ – функция изменения перепадов давлений в полостях ГЦ с течением времени (Па), E — модуль объемной упругости (Па).

В четвертом уравнении системы (1) m — масса поршня ГЦ (кг), K_{VP} — коэффициент вязкого демпфирования поршня ГЦ $(\frac{\text{Н}\cdot\text{с}}{\text{м}})$, $c_{\text{Н}}$ — коэффициент жесткости силовой проводки между штоком ГЦ и нагрузки (Н / м), $y_n\,(t)$ – перемещение нагрузки (м).

В пятом уравнении системы (1) $m_{\text{Н}}$ — масса нагрузки (кг), $F_{\text{ТРС}}$ — сила трения в механической передаче (Н), R — статическая нагрузка (Н).

Коэффициенты K_{qz} и K_{qp} были получены на основе экспериментальных данных расходно-перепадной характеристики СГРМ. На рис. 1 построена зависимость $Q_{\text{ГЦ}} = K_{qz} \cdot z - K_{qp} \cdot \Delta P_{\text{ГЦ}}$, точками отмечен эксперимент, здесь $K_{qz} = 0{,}2$ м^2/с, $K_{qp} = 1 \cdot 10^{-11{,}2}$ м^3/(Па $\cdot$ с).

В математической модели (1) не учтено влияние перемещения корпуса ГЦ на расходно-перепадную характеристику, а также отсутствует уравнение движения корпуса ГЦ. Уравнение расходной характеристики с учетом динамики корпуса ГЦ имеет вид

$$K_{qz} \cdot z\,(t) - K_{qp} \cdot P_{\text{дв}}\,(t) = A_{\text{ЭФ}} \cdot \frac{dy\,(t)}{dt} - A_{\text{ЭФ}} \cdot \frac{dy_{\text{ГЦ}}\,(t)}{dt} + \frac{V_{\text{ГЦ}}}{2 \cdot E}\frac{dP_{\text{дв}}\,(t)}{dt}, \quad (2)$$

где $y_{\text{ГЦ}}\,(t)$ — перемещение корпуса ГЦ.

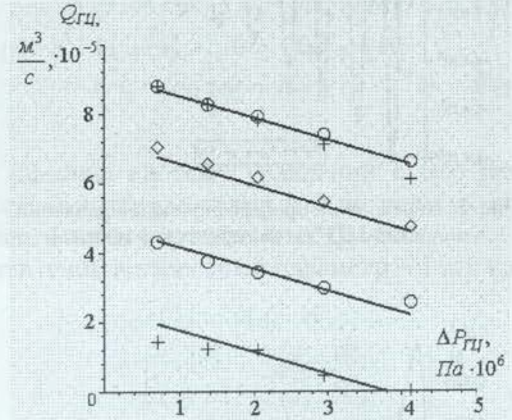


Рис. 1. Экспериментальная линейная расходно-перепадная характеристика СГРМ

Уравнения движения поршня ГЦ, нагрузки и корпуса ГЦ имеют вид

$$\begin{aligned} & m \cdot \frac{d^2y\,(t)}{dt^2} = A_{\text{ЭФ}} \cdot P_{\text{дв}}\,(t) - K_{VP} \cdot \frac{dy\,(t)}{dt} - F_{\text{упр}}; \\ & m_{\text{Н}}\frac{d^2y_{\text{Н}}\,(t)}{dt^2} = F_{\text{упр}} - R - F_{\text{ТРС}}; \\ & m_{\text{ГЦ}}\frac{d^2y_{\text{ГЦ}}\,(t)}{dt^2} = A_{\text{ЭФ}} \cdot P_{\text{дв}}\,(t) - c_{\text{ГЦ}} \cdot y_{\text{ГЦ}}\,(t) - \\ & - K_{VP}\frac{dy\,(t)}{dt} - F_{\text{ТРС}}; \end{aligned} \quad (3)$$

где $m_{\text{ГЦ}}$ — масса корпуса ГЦ (кг), $c_{\text{ГЦ}}$ — коэффициент жесткости крепления корпуса ГЦ (Н/м), $F_{\text{ТРС}}$ – сила сухого трения (Н), $F_{\text{упр}}$ – сила упругости, которая находится по следующей зависимости:

$$F_{\text{упр}} = c_{\text{н}} \cdot \Big(y\,(t) - y_n\,(t) - y_{\text{ГЦ}}\,(t)\Big). \quad (4)$$

Переходные процессы численных исследований уравнений (1)–(3) представлены на рис. 2–5.

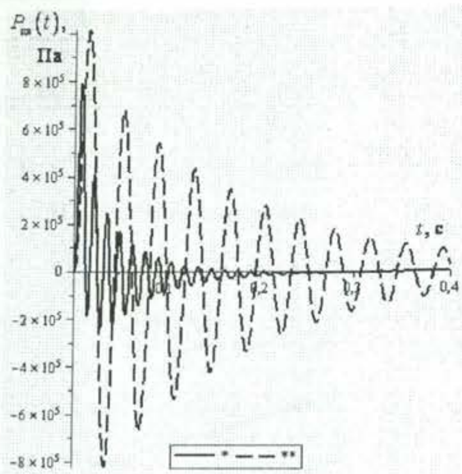


Рис. 2. Переходный процесс перепадов давления в полостях ГЦ (* — эмпирическая модель)

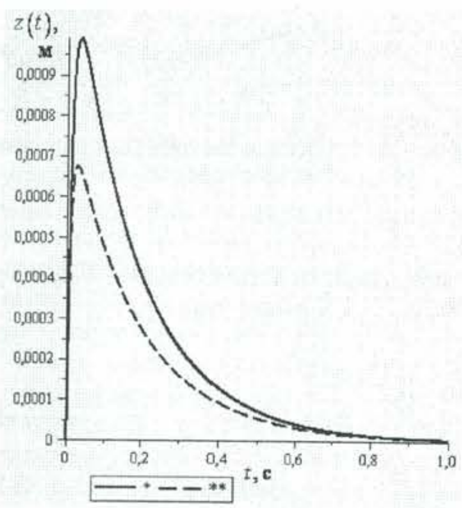


Рис. 3. Переходный процесс перемещения струйной трубки (* — эмпирическая модель)

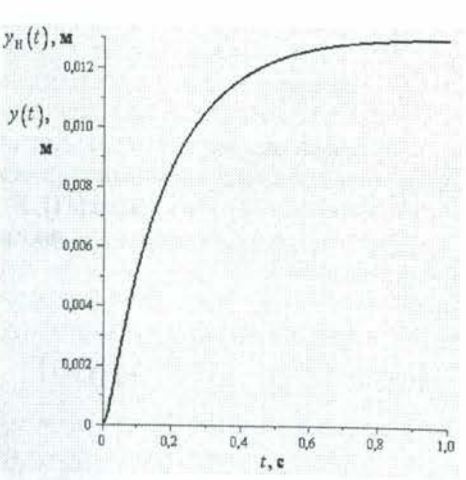


Рис. 4. Переходный процесс перемещения поршня и нагрузки ГЦ ($c_{\text{ГЦ}} = 10^8$ Н/м, $c_{\text{Н}} = 10^8$ Н/м)

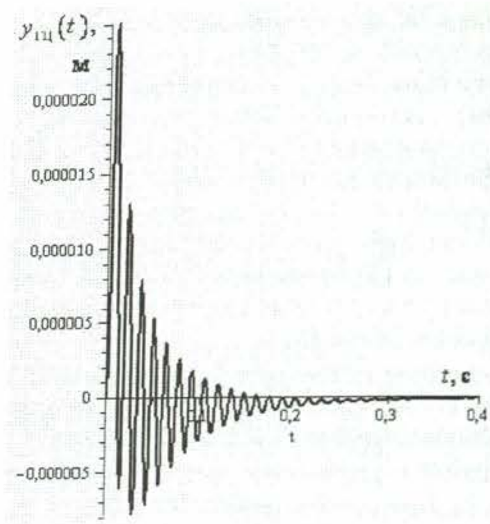


Рис. 5. Переходный процесс перемещения корпуса ГЦ ($c_{\text{ГЦ}} = 10^8$ Н/м)

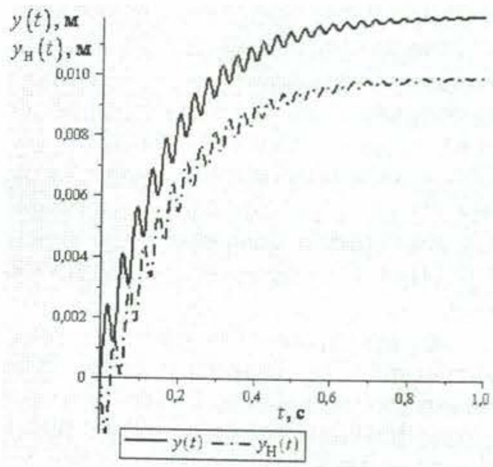


Рис. 6. Переходный процесс перемещения поршня и нагрузки ГЦ, эмпирическая модель ($c_{\text{ГЦ}} = 10^7$ Н/м, $c_{\text{Н}} = 10^7$ Н/м)

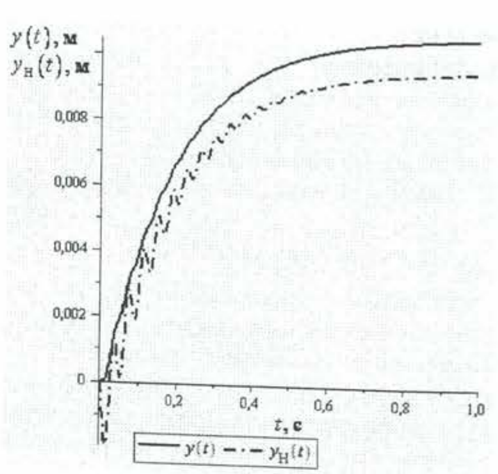


Рис. 7. Переходный процесс перемещения поршня и нагрузки ГЦ, теоретическая модель ($c_{\text{ГЦ}} = 10^7$ Н/м, $c_{\text{Н}} = 10^7$ Н/м)

Анализ переходных процессов показывает, что результаты измененной модели (2, 3) заметно отличаются от предыдущей модели (1). Так, например, период колебаний переходного процесса перепада давлений в полостях ГЦ (рис. 2) новой модели намного меньше, чем при использовании модели (1). Максимальное перемещение струйной трубки исследуемого объекта равно 1 мм. Переходный процесс перемещения струйной трубки новой модели более адекватен реальному объекту по сравнению с моделью (1). Переходные процессы перемещения поршня ГЦ и нагрузки не изменяются (рис. 4). Следует отметить, что статическая нагрузка R здесь отсутствует, а коэффициент жесткости силовой проводки $c_{\text{Н}} = 10^8$ Н / м и жесткости крепления ГЦ $c_{\text{ГЦ}} = 10^8$ Н/м.

При значениях коэффициентов жесткости $c_{\text{Н}} = 10^7$ Н / м и $c_{\text{ГЦ}} = 10^7$ Н / м переходные процессы эмпирической и теоретической моделей значительно отличаются (рис. 6 и 7). Анализ рис. 6 и 7 показывает, что разница перемещений поршня ГЦ и нагрузки при численном решении эмпирической модели больше, чем при решении теоретической модели. Это объясняется тем, что в новой модели учитывается не только жесткость связи нагрузки и поршня, но и жесткость крепления корпуса ГЦ.

Экспериментальные динамические характеристики СГРМ, снятые в ФГУП Государственный ракетный центр «КБ им. акад. В. П. Макеева» имеют вид амплитудных и фазочастотных характеристик (АФЧХ).

Численное исследование математических моделей в [1, 2, 4] сравнить с экспериментальными динамическими характеристиками СГРМ невозможно из-за нелинейного уравнения расходной характеристики. Аппроксимируя выражение расходно-перепадной характеристики линейной зависимостью, можно получить линейную математическую модель адекватную реальному объекту СГРМ. После замены системы уравнений (1)–(3) принимают вид:

$$\begin{aligned}
&L \cdot s \cdot i(s) + R \cdot i(s) + \\
&\qquad + K_{\text{ПЭ}} \cdot \frac{s \cdot z(s)}{l} = U - K_{\text{OC}} \cdot y(s); \\
&\frac{J \cdot s^2 \cdot z(s)}{l} + \frac{K_V \cdot s \cdot z(s)}{l} + \frac{K_{m\alpha} \cdot z(s)}{l} + \\
&\qquad + \frac{K_{\text{ПЭ}} \cdot z(s)}{l} = K_{mi} \cdot i(s); \\
&K_{qz} \cdot z(s) - K_{qp} \cdot \Delta P_{\text{дв}}(s) = \\
&= A_{\text{ЭФ}} \cdot s \cdot y(s) + \frac{V_{\text{ГЦ}} \cdot s \cdot P_{\text{дв}}(s)}{2 \cdot E}; \\
&ms^2 y(s) = A_{\text{ЭФ}} \cdot \Delta P_{\text{дв}}(s) - K_{V\text{П}} \cdot s \cdot y(s) - \\
&\qquad - F_{\text{ТРС}} - c_{\text{Н}} \cdot [y(s) - y_n(s) - y_{\text{ГЦ}}(s)]; \\
&m_{\text{Н}} \cdot s^2 \cdot y_{\text{Н}}(s) = c_{\text{Н}} \times \\
&\qquad \times [y(s) - y_n(s) - y_{\text{ГЦ}}(s)] - R - F_{\text{ТРС}}; \\
&m_{\text{ГЦ}} \cdot s^2 \cdot y_{\text{ГЦ}}(s) = A_{\text{ЭФ}} \cdot \Delta P_{\text{дв}}(s) - \\
&\qquad - c_{\text{ГЦ}} \cdot y_{\text{ГЦ}}(s) - K_{V\text{П}} \cdot s \cdot y(t) - F_{\text{ТРС}}.
\end{aligned} \tag{5}$$

Данную систему уравнений с 6-ю неизвестными параметрами можно решить, если внести пять передаточных функций и оставить один неизвестный параметр — $i(s)$, т. е.

$$\begin{aligned}
&z(s) = i(s) \cdot W_1, \\
&P_{\text{дв}}(s) = z(s) \cdot W_2, \\
&y(s) = P_{\text{дв}}(s) \cdot W_3, \\
&y_{\text{Н}}(s) = y(s) \cdot W_4, \\
&y_{\text{ГЦ}}(s) = y(s) \cdot W_5.
\end{aligned} \tag{6}$$

После подстановки из системы уравнений (6) можно выразить силу тока через передаточные функции:

$$i(s) = -\left(\frac{R + F_{\text{ТРС}}}{W_1 W_2 W_3} \times \frac{1}{(m_{\text{Н}} s^2 W_4 - c_{\text{Н}} + c_{\text{Н}} W_4 + c_{\text{Н}} W_5 + c_{\text{ГЦ}} W_4)} \right). \tag{7}$$

Решение системы уравнений (5) с учетом (6) и (7) позволяет получить выражение для определения перемещения нагрузки СГРМ $y_{\text{Н}}(s)$, амплитудную и фазовую частотные характеристики СГРМ (рис. 8) и (рис. 9).

Погрешность расчетов эмпирической модели меньше 5% в отличие от теоретической модели (1): теоретическая частота, при которой система переходит в неустойчивое состояние совпадает с экспериментальной. Это объясняется введением дополнительных уравнений в модель (1) и определением эмпирических коэффициентов K_{qz} и K_{qp}.

Совпадение результатов эксперимента и теории говорит о том, что линейная модель (1)–(3) адекватно описывает реальный объект.

При исследовании зависимости амплитудной частотной характеристики при определенных значениях коэффициентов усиления расхода K_{qz} и скольжения давления K_{qp}, был выбран диапазон значений этих коэффициентов (рис. 10, 11): $K_{qz} = 0{,}2 \ldots 0{,}25$ м^2 /с, $K_{qp} = 10^{-11{,}2} \ldots 1{,}5 \cdot 10^{-11}$м^3/ (Па · с).

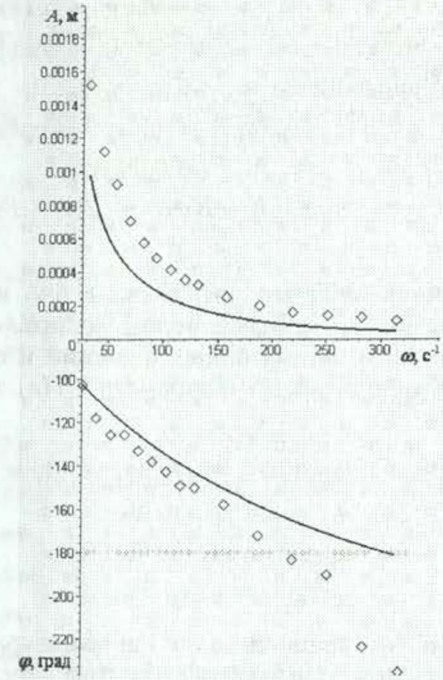


Рис. 8. АФЧХ при ненагруженном поршне ГЦ ($m_н \leqslant 10$ кг). Точками показан эксперимент. Теоретическая модель

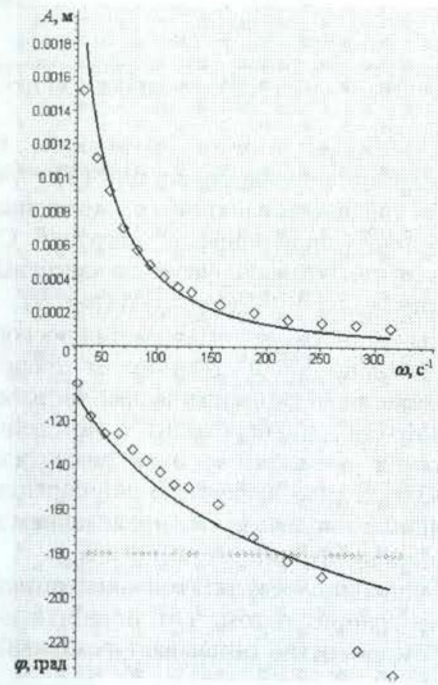


Рис. 9. АФЧХ при ненагруженном поршне ГЦ ($m_н \leqslant 10$ кг). Точками показан эксперимент. Эмпирическая модель

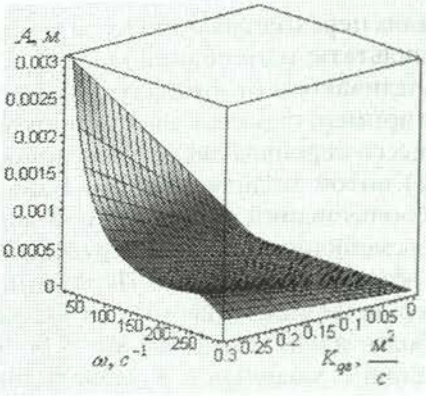


Рис. 10. АЧХ в зависимости от K_{qz}

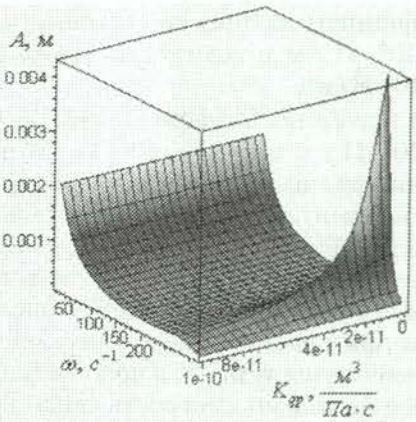


Рис. 11. АЧХ в зависимости от K_{qp}

На рис. 12 и рис. 13 представлены экспериментальные АФЧХ СГРМ при нагруженном режиме работы системы (масса нагрузки 320 кг). Между исполнительным механизмом и нагрузкой наблюдается фазовое запаздывание, которое возникает из-за люфта в механической передаче.

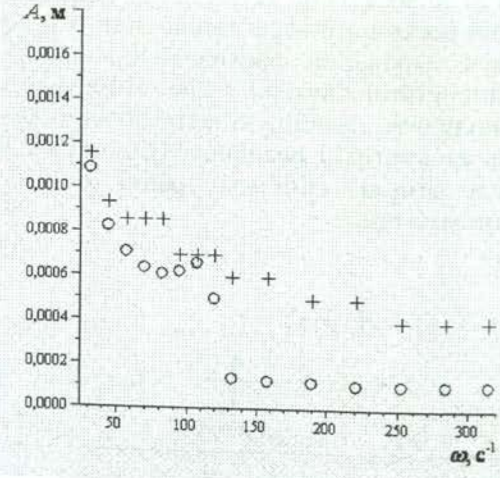


Рис. 12. Экспериментальные значения АЧХ СГРМ (+ — АЧХ нагрузки, масса нагрузки 320 кг)

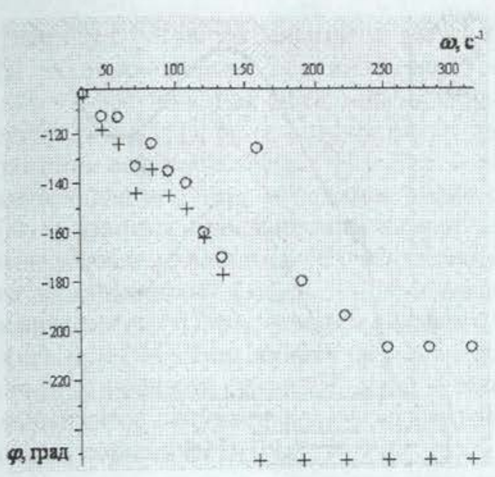


Рис. 13. Экспериментальные значения ФЧХ СГРМ (+ — ФЧХ, масса нагрузки 320 кг)

Люфт — одна из самых важных нелинейностей, которую необходимо учитывать в механической передаче, когда ведущее звено не жестко связано с ведомым. Существует очень много отечественных и зарубежных публикаций, в которых описывается несколько способов по решению данной задачи.

Часть авторов предлагают нелинейность «люфт» рассмотреть как функцию «нечувствительной зоны», уравнение которой представлено ниже [3]:

$$D_\alpha(x) = \begin{cases} x-\alpha, & x>\alpha, \\ 0, & |x|<\alpha, \\ x+\alpha, & x<-\alpha, \end{cases} \tag{8}$$

где α — ширина зазора люфта.

Тогда система (3) примет вид

$$\begin{aligned} & m \cdot \frac{d^2 y(t)}{dt^2} = A_{ЭФ} \cdot P_{ДВ}(t) - \\ & - K_{VП} \cdot \frac{dy(t)}{dt} - \begin{cases} F_{упр}, & |y(t)|>\theta, \\ 0, & \text{otherwise}, \end{cases}, \\ & m_{Н} \frac{d^2 y_{Н}(t)}{dt^2} = \begin{cases} F_{упр}, & |y(t)|>\theta, \\ 0, & \text{otherwise}, \end{cases} - \\ & - R - F_{TPC}, \\ & m_{ГЦ} \frac{d^2 y_{ГЦ}(t)}{dt^2} = A_{ЭФ} \cdot P_{ДВ}(t) - \\ & - c_{ГЦ} \cdot y_{ГЦ}(t) - K_{VП} \frac{dy(t)}{dt} - F_{TPC}. \end{aligned} \tag{9}$$

В ходе численного эксперимента выяснилось, что использовать данную модель в модели СГРМ можно только в случае отсутствия нагрузки на поршне ГЦ, из-за того, что коэффициент демпфирования $K_{VП}$ и жесткость силовой проводки $c_{Н}$ не равны нулю. Результаты численного исследования представлены на рис. 14 и 15.

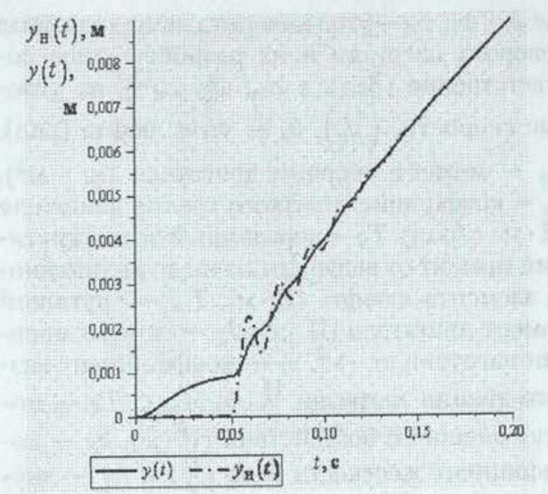


Рис. 14. Переходные процессы перемещений поршня ГЦ и нагрузки при учете нелинейности «мертвая зона»

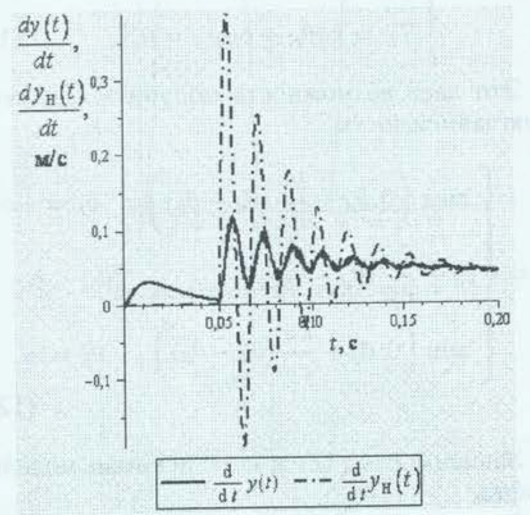


Рис. 15. Переходные процессы скоростей поршня ГЦ и нагрузки при учете нелинейности «мертвая зона»

Поэтому для получения адекватной математической модели СГРМ использовать модель «нечувствительной зоны» нельзя.

В [5] приведена зависимость, позволяющая учитывать люфт в механической передаче, когда коэффициент демпфирования $K_{VП}$ и жесткость силовой проводки $c_{Н}$ не равны нулю. Рассматривается двухмассовая система, представляющая собой связанные с определенной жесткостью ведущего и ведомых звеньев. Математическая модель системы представлена ниже:

$$\begin{aligned} & J_m \dot{\omega}_m = -c_m \omega_m - T_S + T_m, \\ & J_1 \dot{\omega}_1 = -c_1 \omega_1 + T_S - T_d, \\ & T_S = k_S \varphi_S + c_S \omega_S, \\ & \varphi_S = \varphi_d - \varphi_b, \end{aligned} \tag{10}$$

где $\varphi_m, \varphi_1, \varphi_d$ — угол поворота двигателя, угол поворота нагрузки и их разность углов соответственно (рад), а ω_m, ω_1, ω_d — их угловые скорости, $\left(\frac{1}{c}\right)$, θ_b — угол люфта (рад), J_m — момент инерции двигателя (кг $\cdot$ м^2), c_m — коэффициент вязкого трения двигателя (Н $\cdot$ м $\cdot$ с/рад), T_S — переданный валом крутящий момент от ведущего звена до нелинейного элемента «люфт» (Н $\cdot$ м), T_m — крутящий момент двигателя (Н $\cdot$ м), J_1 — момент инерции нагрузки кг $\cdot$ м^2, c_1 — коэффициент вязкого трения нагрузки $\text{Н}\cdot\text{м}\cdot{\text{с}}/_{\text{рад}}$, T_d — момент внешнего воздействия (Н $\cdot$ м), k_S — коэффициент жесткости вала $\left(\frac{\text{Н}}{\text{м}}\right)$ и c_S — внутренний коэффициент демпфирования вала (Н $\cdot$ м $\cdot$ с/рад).

Если принять, что, когда θ_b не равен 0, то момент T_S обращается в нуль, т. е.

$$T_S = k_S\theta_S + c_S\omega_S = 0. \qquad (11)$$

Это дает возможность получить следующую зависимость:

$$\theta_b = \begin{cases} \max\left(0, \theta_d + \dfrac{k_S}{c_S}\left(\theta_d - \theta_b\right)\right), & \theta_b = -\alpha, \\ \theta_d + \dfrac{k_S}{c_S}\left(\theta_d - \theta_b\right), & |\theta_b| < \alpha, \\ \min\left(0, \theta_d + \dfrac{k_S}{c_S}\left(\theta_d - \theta_b\right)\right), & \theta_b = \alpha. \end{cases} \qquad (12)$$

Зависимость (12) и есть искомая модель люфта.

В ходе численных исследований уравнений (9)–(11) были получены переходные процессы, представленные на рис. 16 и 17.

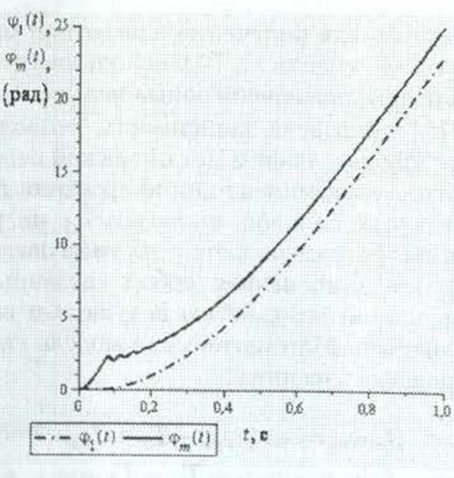


Рис. 16. Переходные процессы углов поворотов ведущего и ведомого звеньев (крутящий момент двигателя действует только в одну сторону)

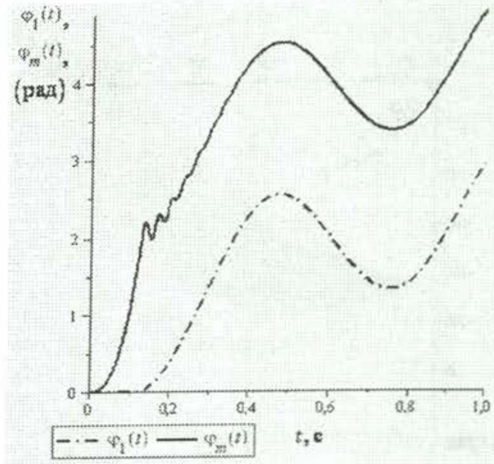


Рис. 17. Переходные процессы углов поворотов ведущего и ведомого звеньев (крутящий момент двигателя — знакопеременный)

Численное исследование уравнений (9)–(11) говорит о том, что модель (12) недоработана: в случае знакопеременного крутящего момента T_m данную модель нельзя использовать (рис. 17). Поэтому модель люфта была изменена с целью получения адекватной математической модели, учитывающей люфт в механической передаче при знакопеременном возмущающем воздействии.

Можно рассмотреть тестовую задачу, учитывающую нелинейность «люфт». Пусть рассматривается ведущее и ведомое звено с поступательным движением. Тогда математическая модель упрощенной двухмассовой системы поступательного движения, учитывающая нелинейное звено «люфт», имеет вид:

$$m_1\frac{d^2y_p(t)}{dt^2} = \mathrm{A}_1P_1 - b_1\frac{dy_p(t)}{dt} - R_{upr}, \qquad (13)$$

$$\frac{dy_d(t)}{dt} = \frac{dy_p(t)}{dt} - \frac{dy_n(t)}{dt}, \qquad (14)$$

$$m_2\frac{d^2y_n(t)}{dt^2} = R_{upr} - b_1\frac{dy_n(t)}{dt}, \qquad (15)$$

$$\frac{dy_b(t)}{dt} = \begin{cases} \dfrac{dy_d(t)}{dt} + |y_b(t)| < \alpha, & \\ + \dfrac{c_1}{b_1}\left(y_d(t) - y_b(t)\right), & \dfrac{dy_p(t)}{dt} > 0, \\ \dfrac{dy_d(t)}{dt} + y_b(t) > 0, & \\ + \dfrac{c_1}{b_1}\left(y_d(t) - y_b(t)\right), & \dfrac{dy_p(t)}{dt} < 0, \\ 0, \quad \text{otherwise}. & \end{cases} \qquad (16)$$

Здесь m_1 — масса ведущего звена (кг), $y_p(t)$ — перемещение ведущего звена (м), $A_1 \cdot P_1$ — возмущающая сила, действующая на ведущее звено (Н), b_1 — коэффициент демпфирования ведущего звена ($\frac{\text{Н} \cdot \text{с}}{\text{м}}$), R_{upr} — сила, связывающая ведущее и ведомое звено (Н), $y_d(t)$ — разница перемещений между ведущим и ведомым звеньями (с учетом скоростного запаздывания) (м), y_n — перемещение ведомого звена (м), m_2 — масса ведомого звена (кг), $y_b(t)$ — зазор люфта (м), c_1 — жесткость механической связи (Н · м), α — максимальный зазор люфта (м), A_1 — эффективная площадь поршня (м^2).

Результат численных исследований математической модели (13)–(16) представлены на рис. 18–21.

Возмущающая сила A_1P_1 (рис. 18), изменяясь по гармоническому закону, действует на ведущее звено.

На рис. 19–20 наблюдается четкая картина движения ведущего и ведомого звеньев с учетом нелинейного люфта. Следует заметить, что также сильно влияет жесткость механической связи ($c_1 = 10^7 \frac{\text{Н}}{\text{м}}$), поэтому разница в перемещениях ведущего и ведомых звеньев больше значения зазора люфта $y_b(t)$ (рис. 19). На рис. 20 хорошо представлены переходные процессы скорости поршня ГЦ и нагрузки.

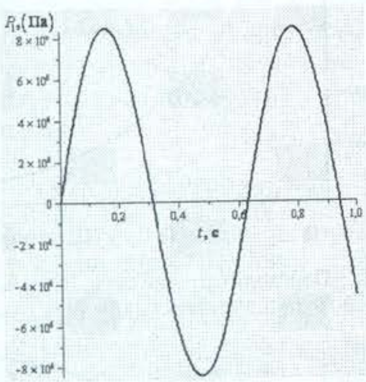


Рис. 18. Переходный процесс возмущающего воздействия

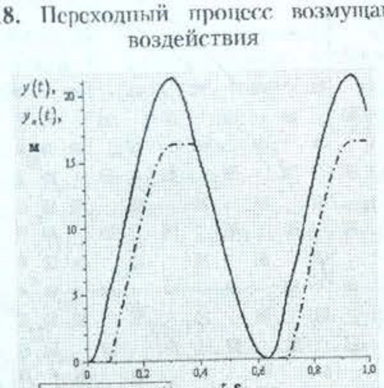


Рис. 19. Переходные процессы перемещений ведущего и ведомого звеньев

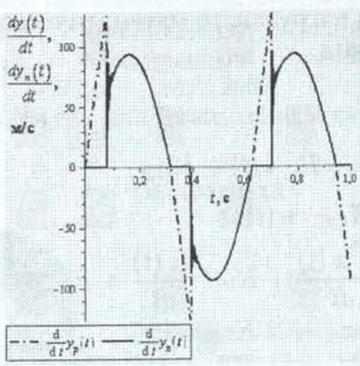


Рис. 20. Переходные процессы скоростей ведущего и ведомого звеньев

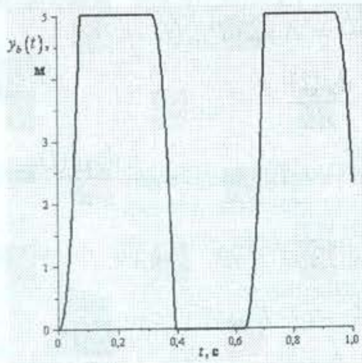


Рис. 21. Изменение зазора люфта

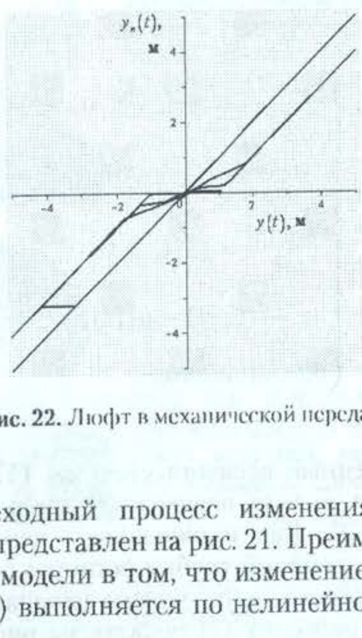


Рис. 22. Люфт в механической передаче

Переходный процесс изменения зазора люфта представлен на рис. 21. Преимущество данной модели в том, что изменение величины $y_b(t)$ выполняется по нелинейному закону.

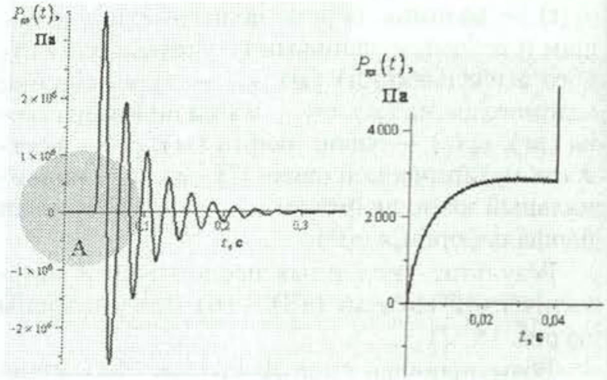
Численные исследования тестовой задачи показали, что модель (12)–(15), описывающую нелинейность «люфт», можно использовать в модели СГРМ (1)–(3).

Если учесть в системе уравнений (1)–(3) люфт механической передачи поршня ГЦ

СГРМ и нагрузки, то математическая модель примет вид

$$
\begin{aligned}
&L\cdot\frac{di(t)}{dt}+R\cdot i(t)+K_{\text{ПЭ}}\cdot\frac{\frac{dz(t)}{dt}}{l}=\\
&=U-K_{\text{ОС}}\cdot y(t),\\
&\frac{1}{l}\cdot\Big(J\cdot\frac{d^2z(t)}{dt^2}+K_V\cdot\frac{dz(t)}{dt}+K_{m\alpha}\cdot z(t)+\\
&+K_{\text{ПЭ}}\cdot z(t)\Big)=K_{mi}\cdot i(t),\\
&K_{qz}\cdot z(t)-K_{qp}\cdot P_{\text{дв}}(t)=A_{\text{ЭФ}}\cdot\frac{dy(t)}{dt}-\\
&-A_{\text{ЭФ}}\cdot\frac{dy_{\text{ГЦ}}(t)}{dt}+\frac{V_{\text{ГЦ}}}{2\cdot E}\frac{dP_{\text{дв}}(t)}{dt},\\
&m\cdot\frac{d^2y(t)}{dt^2}=A_{\text{ЭФ}}\cdot P_{\text{дв}}(t)-\\
&-K_{V\text{П}}\cdot\frac{dy(t)}{dt}-F_{\text{упр}},\\
&m_{\text{Н}}\frac{d^2y_{\text{Н}}(t)}{dt^2}=F_{\text{упр}}-K_{V\text{П}}\cdot\frac{dy_{\text{Н}}(t)}{dt}-F_{\text{ТРС}},\\
&m_{\text{ГЦ}}\frac{d^2y_{\text{ГЦ}}(t)}{dt^2}=A_{\text{ЭФ}}\cdot P_{\text{дв}}(t)-c_{\text{ГЦ}}\cdot y_{\text{ГЦ}}(t)-\\
&-K_{V\text{П}}\frac{dy(t)}{dt}-F_{\text{ТРС}},\\
&\frac{dy_d(t)}{dt}=\frac{dy(t)}{dt}-\frac{dy_{\text{Н}}(t)}{dt}-\frac{dy_{\text{ГЦ}}(t)}{dt},\\
&F_{upr}=c_1\cdot(y_d(t)-y_b(t))+\\
&+K_{V\text{П}}\cdot\left(\frac{dy_d(t)}{dt}-\frac{dy_b(t)}{dt}\right).\\
&\frac{dy_b(t)}{dt}=\begin{cases}\dfrac{dy_d(t)}{dt}+|y_b(t)|<\alpha,\\ +\dfrac{c_1}{b_1}(y_d(t)-y_b(t)), & \dfrac{dy_p(t)}{dt}>0,\\ \dfrac{dy_d(t)}{dt}+y_b(t)>0,\\ +\dfrac{c_1}{b_1}(y_d(t)-y_b(t)), & \dfrac{dy_p(t)}{dt}<0,\\ 0, & \text{otherwise}.\end{cases}
\end{aligned}
\qquad (17)
$$

Численные решения системы (17) представлены в виде переходных процессов на рис. 23–25. Как и ожидалось, переходный процесс струйной трубки остается без изменения. Переходный процесс перепадов давлений в полостях ГЦ показан на рис. 23 (на рис. 24 изображен переходный процесс перепадов давлений в полостях ГЦ в начальный момент времени). Из рисунков видно, что пока зазор люфта открыт ($y(t)<\alpha$), перепад давления составляет примерно 3000 Па, этого достаточно, чтобы сдвинуть поршень ГЦ без действия на него нагрузки. Если поршень ГЦ прошел расстояние $y(t)>\alpha$, перепад давления резко возрастает до значения $3{,}5\cdot10^6$ Па, которого необходимо, чтобы переместить нагрузку $m_n\leqslant 10$ кг.



а *б*

Рис. 23. Переходный процесс перепадов давления в полостях ГЦ с учетом нелинейности «люфт»: *а* — общий вид; *б* — в начальный момент времени (увеличение А)

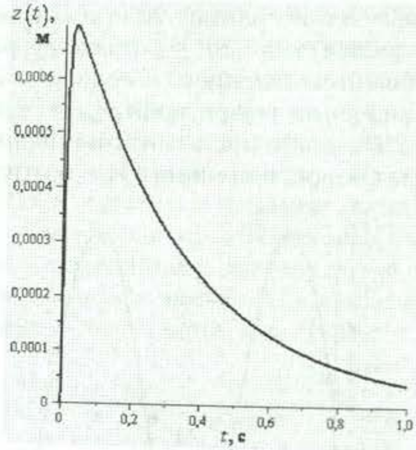


Рис. 24. Переходный процесс перемещения струйной трубки с учетом нелинейности «люфт»

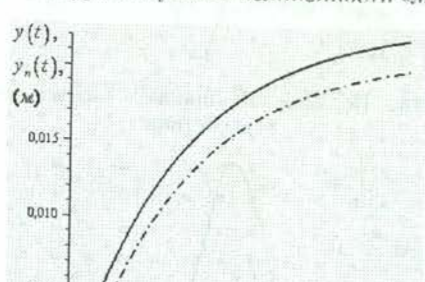


Рис. 25. Переходный процесс перемещения поршня и нагрузки ГЦ с учетом нелинейности «люфт» ($c_{\text{ГЦ}}=5\cdot10^7$ Н/м^2, $c_{\text{Н}}=5\cdot10^7$ Н/м^2)

Таким образом, в данной работе была доработана линейная математическая модель СГРМ с помощью использования эмпирических зависимостей экспериментальных данных, полученных в ФГУП Государственный ракетный центр «КБ имени академика В. П. Макеева». Математические модели с нелинейным уравнением расходной характеристики сравнить с экспериментальными амплитудными и фазочастотными характеристиками СГРМ невозможно. Аппроксимация выражения расходно-перепадной характеристики линейной зависимостью, позволила получить линейную математическую модель, адекватную реальному объекту СГРМ.

В ходе анализа экспериментальных амплитудных и фазочастотных характеристик при нагруженном режиме работы СГРМ было выявлено значительное влияние нелинейности «люфт» в механической передаче между ведущим и ведомым звеньями. Поэтому была разработана нелинейная математическая модель СГРМ, которая учитывает данную нелинейность. На данном этапе проводится разработка экспериментального стенда, с помощью которого можно будет проверить адекватность нелинейной математической модели СГРМ.

Математическая модель, адекватная реальному объекту, позволяет выявить влияние различных параметров СГРМ на физические процессы, протекающие в них, а также сократить материальные и временные затраты при исследовании и доработке ГП летательных аппаратов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Галлямов, Ш. Р.** Анализ экспериментальных исследований струйных гидравлических рулевых машин / Ш. Р. Галлямов, А. В. Месропян, К. А. Широкова, В. А. Целищев // Мавлютовские чтения : Рос. науч.-техн. конф. : сб. тр. Т. 4. Уфа : УГАТУ, 2006. С. 56–59.
2. **Галлямов, Ш. Р.** Особенности проверки адекватности динамических характеристик струйных гидравлических рулевых машин / Ш. Р. Галлямов // Наука — производству. Уфа : НИИТ, 2006. С. 68–70.
3. **Попов, Д. Н.** Динамика и регулирование гидро- и пневмосистем : учеб. для вузов / Д. Н. Попов. М. : Машиностроение, 1987. 464 с.
4. **Кирилов, Ю. К.** Струйные гидравлические рулевые машины / Ю. К. Кирилов, А. М. Русак, Ю. Н. Скорынин [и др.]. Уфа : УГАТУ, 2002. 284 с.
5. **Nordin, M.** Controlling mechanical systems with backlash — a survey / M. Nordin, P. Gutman // Solutions and Fractals. [Электронный ресурс]. Elsevier Science Ltd, 2007. С. 343–350. (www.elsevier.com/locate/automatica).

ОБ АВТОРАХ

Галлямов Шамиль Рашитович, асп. каф. прикл. гидромеханики. Дипл. магистр по энергомашиностроению (УГАТУ, 2006). Готовит дис. в обл. систем автоматики двигательных установок.

Кириллов Юрий Коммунарович, зам. ген. констр. ГРЦ «КБ им. акад. В. А. Макеева». Дипл. инж.-мех. по механ. оборуд. автоматич. установок (Челяб. политехн. ин-т, 1976).

Месропян Арсен Владимирович, доцент каф. прикл. гидромеханики. Дипл. инж.-мех. (УГАТУ, 1996). Канд. техн. наук по системам приводов (Пермск. гос. тех. ун-т, 2000). Иссл. в обл. гидроприводов систем управления ЛА.

Телицын Юрий Сергеевич, перв. зам. ген. конст. ГРЦ «КБ им. акад. В. А. Макеева». Дипл. инж.-мех. по произв. ЛА (Казанск. авиац. ин-т, 1969).

Целищев Владимир Александрович, проф. каф. прикл. гидромеханики. Дипл. инж.-мех. по гидравл. машинам (УГАТУ, 1982). Д-р техн. наук по тепловым двигателям (УГАТУ, 2000). Иссл. в обл. систем автоматики ЛА и двигательных установок.