

УДК 621.001.2:519.673:658.512.4

М. В. СЕЛИВАНОВА

ИССЛЕДОВАНИЕ СХОДИМОСТИ АЛГОРИТМА ИМИТАЦИИ ОТЖИГА ДЛЯ РЕШЕНИЯ ОПТИМИЗАЦИОННЫХ ЗАДАЧ

Исследовано применение метода имитации отжига для решения задачи оптимизации планов расположения технологического оборудования в проектах реконструкции и технического перевооружения производственных подразделений. Получены зависимости вероятности нахождения глобального оптимума целевой функции задачи от величины шага изменения температуры системы для метода имитации отжига. *Метод имитации отжига; проект реконструкции и технического перевооружения производства; задача оптимизации технологических планировок оборудования*

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

В общем виде задача оптимального размещения рабочих мест на участке с групповой формой организации производственного процесса формулируется следующим образом. На расчетный период известны: номенклатура деталей-представителей, закрепленных за участком, приведенная программа выпуска N_k и масса m_k по каждому наименованию деталей, где k — наименование деталей, $k = \overline{1, p}$. Детали имеют различные технологические маршруты обработки, и все входящие в них технологические операции закреплены за определенными рабочими местами.

Рассматривается случай, когда технологическое оборудование, используемое для обработки плановой номенклатуры деталей, принадлежит одной габаритной группе, что дает возможность отводить для размещения станков площадки одинаковых размеров.

Для размещения технологического оборудования на площади реконструируемого производственного подразделения намечено n площадок. Кроме того, известно расположение двух складов: МАСК — материалов и заготовок — начального пункта движения изделий и СГД — склада готовых деталей, на который детали поступают по завершении обработки согласно технологическому процессу. В отдельных случаях оба склада могут быть совмещены в ЦЕАС (цеховой единый автоматизированный склад).

Известны также матрицы значений грузопотоков G между станками и расстояний L между площадками, отведенными для рабочих мест, размерностью $n \times n$, где n — количество площадок для размещения оборудова-

ования, равное числу рабочих мест (единиц технологического оборудования) на участке. Необходимо найти план расположения оборудования на заданных площадках с минимальным грузооборотом F на участке:

$$F = \sum_c^n \sum_s^n \sum_p^n \sum_r^n X_{cp} X_{sr} G_{cs} L_{pr} \rightarrow \min \quad (1)$$

при ограничениях

$$\begin{aligned} \sum_{c=1}^n X_{cp} &= 1 \quad p = \overline{1, n}; \\ \sum_{c=1}^n X_{cp} &= 1 \quad c = \overline{1, n}; \\ X_{cp} &= \{0, 1\} \quad p = \overline{1, n}, \quad c = \overline{1, n}, \end{aligned} \quad (2)$$

где X_{cp} — булева переменная, которая равна 1, если рабочее место с индексом c размещено на площадке с индексом p , и равна 0 — в противном случае; X_{sr} — булева переменная, которая равна 1, если рабочее место с индексом s размещено на площадке с индексом r , и равна 0 — в противном случае; G_{cs} — величина грузопотока с c -го рабочего места на рабочее место с индексом s ; L_{pr} — расстояние между площадками с индексами p и r .

Грузопоток G_{cs} между станками с индексами c и s рассчитывается по формуле

$$G_{cs} = \sum_{k=1}^p h N_k m_k, \quad (3)$$

где N_k — приведенная программа выпуска k -й детали-представителя, обрабатываемой последовательно на c -й и s -й единицах

технологического оборудования; m_k — масса k -й детали-представителя; h — число перемещений k -й детали-представителя между рабочими местами с индексами s и s в процессе обработки.

ОПИСАНИЕ РАЗРАБОТАННОГО МЕТОДА РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ

Поставленная задача относится к NP -полным задачам, при решении которых точными методами оптимизации время сходимости алгоритма полиномиально увеличивается в зависимости от количества единиц размещаемого технологического оборудования n . Количество S возможных вариантов расстановки станков вычисляется как факториал от количества размещаемых станков n ($S = n!$).

В связи с этим в настоящее время на практике [1–6] для решения таких задач обычно используют локально-оптимальные методы, а при большой размерности задачи оптимизации технологических планировок оборудования производственных участков (размещение нескольких десятков единиц станков) зачастую ограничиваются рассмотрением одного-двух вариантов планировки, которые, как правило, оказываются решениями, далекими от оптимального.

Понятно, что при наличии жестких требований по сокращению производственного цикла изделий, сокращению срока окупаемости проекта реконструкции, а также обеспечению конкурентоспособности продукции в условиях рыночной экономики указанных способов совершенствования планов расположения оборудования недостаточно.

В данной работе предложено решать задачу оптимизации планов расположения оборудования в сформулированной выше постановке с помощью метода имитации отжига, который используется для решения классических NP -полных задач [7].

$$\begin{bmatrix} X_{11} & X_{12} & \dots & X_{1j} & \dots & X_{1n} \\ X_{21} & X_{22} & \dots & X_{2j} & \dots & X_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ X_{i1} & X_{i2} & \dots & X_{ij} & \dots & X_{in} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ X_{n1} & X_{n2} & \dots & X_{nj} & \dots & X_{nn} \end{bmatrix}$$

Рис. 1. Матрица возможных распределений станков по площадкам

Чтобы использовать метод отжига для решения поставленной задачи, предлагается по-

строить математическую модель плана расположения оборудования в виде матрицы возможных распределений станков по заданным площадкам. Такая матрица имеет размерность $n \times n$, где n — это количество размещаемых станков, равное количеству площадок, зарезервированных для технологического оборудования (рис. 1).

Матрица содержит булевы переменные X_{ij} ; $X_{ij} = 1$ определяет наличие i -го станка на j -й площадке; $X_{ij} = 0$ указывает на отсутствие i -го станка на j -й площадке.

Для выполнения ограничений (2) необходимо, чтобы в матрице возможных распределений станков было по одной единице в каждой строке и в каждом столбце, т.е. всего n элементов X_{ij} , равных 1, остальные должны быть равны 0.

Склады заготовок и готовых деталей в такой модели также представлены элементами X_{ij} , что исходно увеличит величину n на 1 или 2 в зависимости от количества складов. Для однозначного задания мест расположения складов МАСК и СГД или единого склада ЦЕАС необходимо жестко закрепить единичные значения в соответствующих элементах матрицы. Пусть, например, элементы $X_{11} = 1$ и $X_{nn} = 1$ будут определять расположение МАСК на первой площадке и СГД на площадке с индексом n проектируемого производственного подразделения. Остальные элементы матрицы в столбцах с индексами 1 и n должны быть равны 0. Эти значения будут неизменны в процессе решения задачи. Начальные места расположения всех станков на площадках задаются случайным образом, при соблюдении ограничения задачи (2).

Метод имитации отжига относится к группе стохастических методов оптимизации, которые позволяют исключать попадание в локальные минимумы целевой функции задачи. В ходе решения задачи выполняют псевдослучайные изменения искомым величин, в данном случае размещений станков по площадкам, с целью улучшить текущее значение целевой функции $F(1)$ [8].

В процессе вычислений план расположения станков может быть модифицирован с целью оптимизации функции (1) с помощью элементарных операций изменения текущего решения. В работе [7] были определены такие операции в приложении к классической NP -полной задаче коммивояжера:

- сдвиг (часть маршрута коммивояжера вырезается и вставляется в другое место);

• инверсия (выбирается фрагмент маршрута коммивояжера, и порядок прохождения городов в нем меняется на обратный).

Аналогичные модификации можно применить и к матрице возможных распределений станков по площадкам при решении поставленной в данной работе оптимизационной задачи. При этом столбцы, соответствующие складам МАСК и СГД, в операциях изменения текущего решения не участвуют, т. е. изменения производят только в столбцах матрицы с индексами $2 \div n - 1$.

Выбор вида очередной модификации производится случайным образом. Количество столбцов матрицы возможных распределений станков по площадкам, участвующих в операции изменения текущего решения, предложено определять случайным образом в рамках диапазона $1 \div n/2$. При использовании операции сдвига выбранные столбцы матрицы с индексами $a \div b$ меняются местами со столбцами с индексами $b + 1 \div b + a$ соответственно. Если значение $b + a > n - 1$, то используется циклический сдвиг столбцов, считая, что за столбцом с индексом $n - 1$ следует столбец с индексом 2.

При применении одной из перечисленных операций модификации происходит изменение состояния матрицы возможных распределений станков с M на M' , и значение минимизируемой целевой функции задачи меняется на величину

$$\Delta F = E(M') - E(M), \quad (4)$$

где $E()$ — функции энергии системы.

Это изменение принимается с вероятностью

$$P\{M \rightarrow M'\} = \begin{cases} 1, & \Delta F \leq 0, \\ \exp\left(-\frac{\Delta F}{T}\right), & \Delta F > 0, \end{cases} \quad (5)$$

где T — текущая температура системы.

В процессе решения задачи происходит постепенное снижение температуры T от T_{\max} до T_{\min} с некоторым шагом ΔT . При каждом значении температуры происходит несколько псевдослучайных изменений матрицы возможных расположений станков.

Таким образом, в методе отжига с некоторой вероятностью допускается переход системы в состояния с более высокой энтропией, ухудшающие значение целевой функции (1), что позволяет системе избежать попадания в локальные минимумы. Эта вероятность тем ниже, чем ниже температура системы.

Поиск минимума целевой функции начинается с некоторого начального размещения станков при высоком значении температуры T . По мере эволюции состояния системы температура T медленно снижается. Поиск продолжается до тех пор, пока система не попадет в минимум целевой функции, из которого она уже не может выйти при текущем значении температуры.

Если в качестве функции энергии системы E для решаемой задачи выбрать целевую функцию F (1), т. е. величину грузооборота производственного подразделения, то при увеличении количества размещаемых станков n величина грузооборота будет расти и, следовательно, значение $P\{M \rightarrow M'\} = \exp(-\Delta F/T)$ при $\Delta F > 0$ будет уменьшаться. Это приведет к тому, что при больших значениях n вероятность выхода из локальных минимумов будет существенно ниже, чем при малых n , что будет показано далее.

Следовательно, в качестве энергетической функции решаемой задачи необходимо выбрать такую функцию, значение которой будет лежать в одном и том же диапазоне при разном количестве размещаемых станков.

Нами предложено использовать в качестве такой функции величину удельного грузооборота на один станок:

$$E = \frac{F}{n}. \quad (6)$$

Она позволила исключить указанный недостаток целевой функции (1) для реализации метода имитации отжига и была использована для определения вероятности P (5) принятия модификации матрицы.

В работах, основанных на применении метода имитации отжига для решения различных оптимизационных задач [7], предложено уменьшать температуру системы линейно на величину $\Delta T = 0,005T_{\max}$, где T_{\max} — максимальное значение температуры системы при запуске алгоритма. При каждом значении температуры необходимо выполнить одинаковое количество итераций, равное $100n$.

Однако можно утверждать, что при высокой температуре системы происходит достаточно легкий выход системы из зоны локальных и глобального минимумов, и, следовательно, многократный прогон алгоритма организует хаотичный переход системы из одного состояния в другое. В то же время при малых температурах количество шагов должно быть достаточно большим, чтобы проверить как можно больше состояний системы и

иметь больше возможностей выйти из зоны локального минимума.

Поэтому предложено определять количество q изменений состояния матрицы возможных расположений станков при текущей температуре системы T по формуле

$$q = \frac{10n}{T}. \quad (7)$$

В данной работе также проведены исследования влияния шага изменения температуры ΔT на получаемое решение. Были рассмотрены следующие значения шага ΔT : $\Delta T = 1$; $\Delta T = 0,5$; $\Delta T = 0,1$; $\Delta T = 0,01$. Для каждого значения ΔT было произведено по 100 запусков алгоритма имитации отжига с целью поиска оптимального решения задачи для диапазона изменения температуры системы от 10 до 0,1. Были получены зависимости среднего отклонения найденного решения от глобального оптимума целевой функции F задачи, их графики приведены на рис. 2.

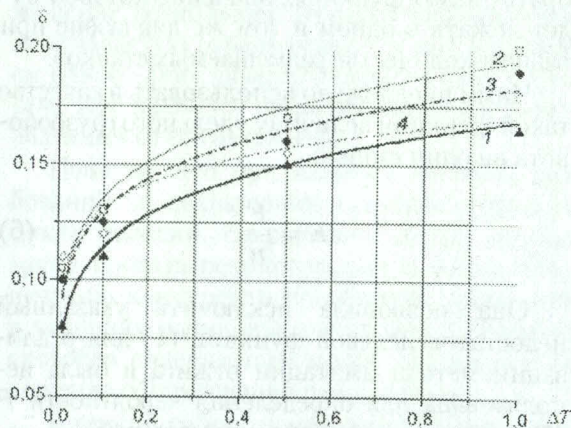


Рис. 2. График изменения отклонения δ в зависимости от шага температуры системы ΔT

Здесь δ — среднее отклонение полученных решений для 100 запусков алгоритма от глобального минимума задачи. На i -м запуске алгоритма полученное значение отклонения δ_i от глобального минимума определялось по формуле

$$\delta_i = \frac{F_i - F_{gl.opt}}{F_{worst} - F_{gl.opt}}, \quad (8)$$

где $i = \overline{1, 100}$ — количество запусков алгоритма при одинаковом значении шага ΔT и разных исходных состояниях матрицы возможных распределений станков по площадкам; F_i — значение целевой функции (1), соответствующее полученному решению задачи оптимизации при i -м запуске алгоритма;

$F_{gl.opt}$ — минимально возможное значение целевой функции для заданных исходных условий задачи; F_{worst} — максимально возможное значение целевой функции задачи.

Из-за необходимости оценки значений целевой функции $F_{gl.opt}$ и F_{worst} был рассмотрен случай проектирования поточного производства (рис. 3): детали обрабатываются на каждом оборудовании только один раз, т. е. в маршруте обработки деталей нет циклов; площадки размещены строго по линии на равных расстояниях друг от друга. В данном случае грузопоток будет уменьшаться для каждой последующей пары станков в маршруте обработки деталей из-за снятия припуска на соответствующей технологической операции. Для такого случая легко математически определить максимальную величину грузооборота производственного подразделения F_{worst} , расставляя станки 1 и 2 на наиболее удаленные площадки с индексами 1 и n , станок 3 — на площадку 2, станок 4 — на площадку с индексом $n - 1$ и т. д. Величина $F_{gl.opt}$ определяется в случае расстановки i -го станка маршрута обработки деталей на i -й площадке, что соответствует поточному виду производства.



Рис. 3. Модель планировки оборудования при поточном производстве

Анализ полученных зависимостей показал, что уменьшение шага изменения температуры системы ΔT и, следовательно, увеличение общего числа модификаций матрицы возможных расположений станков ведет к улучшению найденных решений, к их приближению к глобальному оптимуму целевой функции задачи. Также можно утверждать, что правильно осуществлен выбор функции энергии системы (6), которая обеспечивает одинаковое отклонение полученных решений от глобального оптимума для разных значений количества размещаемых станков n . Если в качестве функции энергии была бы использована целевая функция задачи (1), то отклонение полученных решений от глобального оптимума задачи было бы чрезмерно велико (рис. 4).

Лучшее значение шага изменения температуры системы из всех исследованных значений ΔT , при котором достигалось наиболее близкое к глобальному оптимуму, это $\Delta T = 0,01$. Можно отметить, что при $\Delta T = 0,01$ вероятность нахождения глобального оптимума составляет не более 1%. Из этого следует, что количество запусков алгоритма имитации отжига должно быть больше 100 с разными исходными состояниями матрицы возможных размещений станков для нахождения глобального оптимума целевой функции задачи.

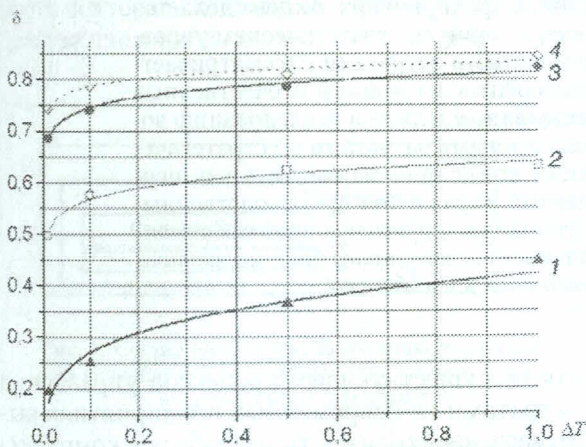


Рис. 4. Среднее отклонение δ от глобального оптимума целевой функции задачи при $E = F$

ВЫВОДЫ

Исследования метода отжига были проведены в приложении к задаче оптимизации планов расположения технологического оборудования производственных подразделений при количестве станков n до 250 единиц. На рис. 2 приведены графики зависимости вероятности выхода на глобальный оптимум решаемой задачи от количества запусков алгоритма имитации отжига из разных исходных состояний матрицы. Не все запуски алгоритма приводили к получению наилучшего решения с целевой функцией (1), что было доказано методом полного перебора при $n \leq 20$ и методом случайного поиска при $20 < n \leq 250$. При использовании метода случайного поиска были рассмотрены по 100 различных вариантов возможных планов расположения оборудования для каждого значения n .

Таким образом, метод имитации отжига можно рекомендовать для решения задачи оптимального размещения технологического

оборудования по площадкам при проектировании и реконструкции производственных подразделений. Для определения наилучшего решения задачи и близких к нему необходимо использовать малый шаг изменения температуры, т. е. увеличить количество модификаций матрицы возможных расположений станков с целью выхода из локальных минимумов целевой функции задачи.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Методы** оптимизации технологических планировок оборудования / С. Г. Селиванов, М. В. Иванова (Селиванова) // Проблемы машиноведения новых конструкционных материалов и технологий: Сб. науч. тр. Отд. техн. наук АН РБ. Уфа: Гилем, 1997. С. 354–356.
2. **Керестеджянц В. В., Кузнецов Л. А., Переврзев И. И.** Итерационный алгоритм оптимального размещения оборудования // Вопросы судостроения. 1980. № 24. С. 16–21.
3. **Методы** решения задач размещения и компоновки промышленных объектов при автоматизированном проектировании: Обзоры по электронной технике. Сер. 7 «Технология, организация производства и оборудование». 1978. Вып. 6. 42 с.
4. **Мельников Г. Н., Вороненко В. П.** Проектирование механосборочных цехов / Под ред. А. М. Дальского. М.: Машиностроение, 1990. 352 с.
5. **Горанский Г. К., Бендерова Э. И.** Технологическое проектирование в комплексных автоматизированных системах подготовки производства. М.: Машиностроение, 1981. 456 с.
6. **Методы** определения оптимального размещения оборудования / В. Г. Голова // Вестник машиностроения. 1970. № 9. С. 79–81.
7. **Lin S., Kernigan B.** An effective heuristic algorithm for the travelling-salesman problem // Operations Research. 1973. P. 498–512.
8. **Уоссермен Ф.** Нейрокомпьютерная техника. М.: Мир, 1992. 240 с.

ОБ АВТОРЕ



Селиванова Марина Валерьевна, доц., каф. выч. техники и защ. информации. Дипл. инж.-мех. (УГАТУ, 1997). Канд. техн. наук по технол. машиностр. (УГАТУ, 2001). Иссл. в обл. нейросетевых алгоритмов, многокрит. оптимизации.