

УДК 621.396.67

В. Х. БАГМАНОВ, А. М. КОМИССАРОВ, А. Х. СУЛТАНОВ

ПРОГНОЗИРОВАНИЕ ТЕЛЕТРАФИКА НА ОСНОВЕ ФРАКТАЛЬНЫХ ФИЛЬТРОВ

Исследуются статистические свойства Интернет-трафика как фрактально-самоподобного случайного процесса и излагается методика прогнозирования интенсивности трафика на основе фильтра Колмогорова–Винера с учетом фрактальных свойств. Трафик; случайный процесс; фрактал; фильтрация; прогнозирование

Как известно, в сетях с коммутацией пакетов (Ethernet, АТМ и др.) пристальное внимание уделяется механизмам управления нагрузкой и борьбе с перегрузками. Имеется множество методов управления потоками (ТСР, в ICMP команда — source quench (гашение источника), Flow control). С внедрением таких приложений как VoIP, передача мультимедийных данных, возникают более высокие и специфические требования к качеству обслуживания QoS, разрабатываются новые протоколы управления потоками RED, RSVP. В соответствии с рекомендациями МСЭ-Т главной задачей механизмов управления трафиком является обеспечение максимального коэффициента использования сетевых ресурсов при минимальном риске возникновения перегрузок [1]. При этом основным показателем качества обслуживания можно считать вероятность потери кадра и время его задержки при передаче. Перегрузка определяется как состояние сетевых элементов (концентраторов, коммутаторов, маршрутизаторов), при котором сеть не может гарантировать запрошенное качество обслуживания. Как правило, перегрузка может быть вызвана флуктуациями потоков трафика или выходом из строя какого-либо сетевого элемента

Существующие методы управления потоками (ТСР) реагируют на перегрузку, и прежде чем нужные команды начнут выполняться, ситуация успевает существенно ухудшиться, при этом идет потеря информации [2]. В публикации [2] предлагается использовать методы управления потоками с прогнозированием перегрузок и всплесков интенсивности трафика в сетях с коммутацией пакетов. С помощью методов управления потоками, основанных на прогнозировании интенсивности

трафика, можно повысить коэффициент использования сетевых ресурсов.

В источниках [2, 3] показывается, что методы расчета современных компьютерных сетей (пропускной способности каналов, емкости буферов и пр.), основанные на пуассоновских моделях и формулах Эрланга, которые с успехом используются при проектировании телефонных сетей, в сетях с коммутацией пакетов дают неоправданно оптимистические решения и приводят к недооценке реальной нагрузки. Такие процессы часто не в состоянии описать характер реального трафика сетей с коммутацией пакетов. При исследовании систем обслуживания необходимо учитывать долговременные зависимости корреляций, обусловленные масштабным самоподобием.

Стохастический процесс $x(t)$ является статистически самоподобным с параметром самоподобия H , если для любого вещественного значения $a > 0$ процесс $a^{-H}x(at)$ обладает теми же статистическими характеристиками, что и сам процесс $x(t)$. Параметр H , называемый параметром Херста, представляет собой меру самоподобия.

Самоподобные процессы тесно связаны с понятиями: фракталы, долговременная зависимость (ДВЗ), распределения с «тяжелыми хвостами». Случайный процесс называется фрактальным, когда некоторые из его статистических характеристик проявляют свойства автомодельности с соответствующими масштабными показателями.

В статье исследуются статистические свойства Интернет-трафика и излагается методика прогнозирования интенсивности трафиков с помощью фильтра Колмогорова–Винера с учетом самоподобных свойств.

1. ИССЛЕДОВАНИЕ САМОПОДОБНЫХ СВОЙСТВ ИНТЕРНЕТ-ТРАФИКА

Для статистического анализа были выбраны две реализации Интернет-трафика. Первая реализация Интернет-трафика получена с пограничного маршрутизатора УГАТУ (маршрутизатор между внутренней сетью Уфимского государственного авиационного технического университета и сетью Интернет). Данные о входящем трафике записывались 14.05.2007 в течение суток, с интервалом в 5 минут, фиксировались интервалы времени, количество Ethernet-кадров и их длительность в байтах. Всего 288 отсчетов. Средняя интенсивность трафика 420,52 кбайт/с; максимальная интенсивность 762,79 кбайт/с; минимальная интенсивность 3,69 кбайт/с (рис. 1).

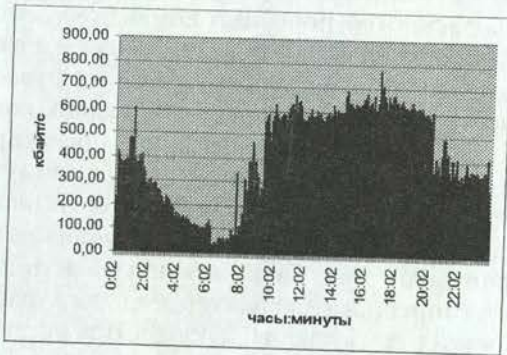


Рис. 1. Интенсивность трафика маршрутизатора УГАТУ

Вторая реализация взята из источника [4] и представляет собой данные о трафике Интернет-провайдера с направлением потока от беспроводных клиентов (802.11b) в сеть Интернет. Данные записывались 18.03.04 с 10 до 18 часов. Фиксировались время прихода Ethernet-кадра и его размер в байтах. Всего 4 млн записей (максимальная длина кадра 1541 байт, минимальная 60 байт). Моменты времени прихода кадров расположены на временной оси неравномерно.

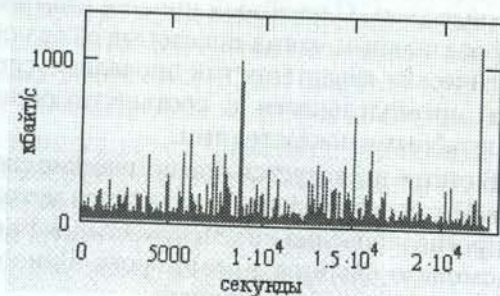


Рис. 2. Интенсивность трафика из источника [4]

Для приведения графика к равномерному распределению во времени разобьем ось времени на промежутки 0,05 секунды и просуммируем байты за этот промежуток времени — в результате получим интенсивность трафика, приведенную к равномерной шкале (рис. 2).

Для фрактального анализа временных рядов будем использовать структурную функцию, определяемую выражением:

$$S(\tau) = \langle (\xi(t + \tau) - \xi(t))^2 \rangle \quad (1)$$

где $\xi(t)$ — временной ряд, τ — интервал времени, $\langle \rangle$ — знак статистического усреднения.

В случае самоподобных процессов структурная функция имеет асимптотику [5]:

$$S(\tau) = a\tau^{2H} \quad (2)$$

где a — константа, H — показатель Херста.

Асимптотике (2) соответствует линейная зависимость в логарифмической шкале:

$$\lg(S(\tau)) = 2H \lg(\tau) + C \quad (3)$$

На рис. 3, 4 представлены графики зависимостей $\lg(S(\tau))$ от $\lg(\tau)$, которые с высокой степенью достоверности (по критерию R^2) подтверждают справедливость аппроксимации (3) для исследуемых Интернет-трафиков.

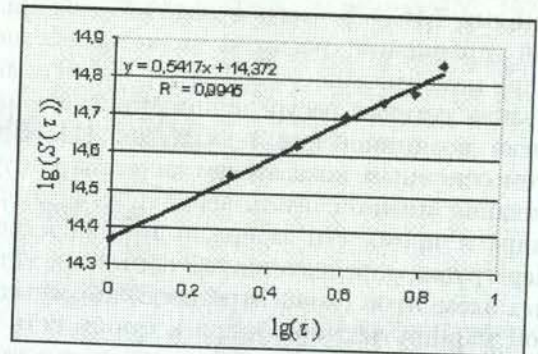


Рис. 3. Структурная функция трафика маршрутизатора УГАТУ

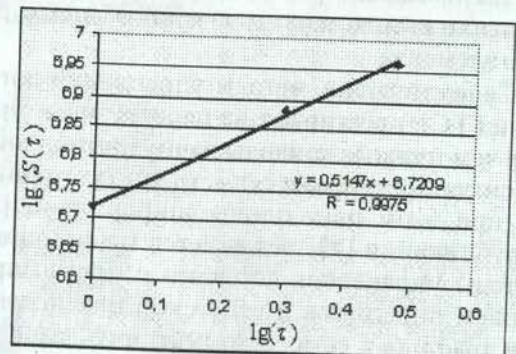


Рис. 4. Структурная функция трафика из источника [4]

**2. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ
ПРОГНОЗИРОВАНИЯ ИНТЕНСИВНОСТИ
ТРАФИКА В СЕТЯХ ПЕРЕДАЧИ ДАННЫХ**

Пусть на отрезке времени $[0, t]$ задано некоторое множество $\{\xi(i)\}$ значений информационного потока, i – дискретные моменты времени принадлежащие отрезку $[0, t]$. На основе данной информации требуется определить прогнозное значение $\xi(t + \lambda)$ информационного потока в будущий момент времени $t + \lambda$, где $\lambda \geq 1$.

Известно [6], что оптимальным, в смысле среднеквадратической ошибки предсказания, является фильтр Колмогорова–Винера:

$$\xi(t + \lambda) = \sum_{i=0}^t h(i; \lambda) \xi(t - i), \quad (4)$$

коэффициенты которого $h(i; \lambda)$ определяются из решения системы уравнений

$$\sum_{i=0}^t h(i; \lambda) R(\tau - i) = R(\tau + \lambda), \quad \tau = \overline{0, t} \quad (5)$$

где $R(\tau)$ – корреляционная функция случайного процесса $\xi(t)$:

$$R(\tau) = \langle \xi(t + \tau) \xi(t) \rangle$$

3. СИНТЕЗ ОПТИМАЛЬНОГО ФИЛЬТРА

Как показано в разделе 1, структурную функцию процесса $\xi(t)$ можно представить в виде

$$\langle (\xi(t + \tau) - \xi(t))^2 \rangle = a\tau^{2H} \quad (6)$$

Из соотношения (6) следует, что корреляционная функция будет определяться соотношением

$$R(\tau) = \sigma_\xi^2 - \frac{a}{2} \tau^{2H}, \quad (7)$$

где σ_ξ^2 – дисперсия процесса $\xi(t)$.

Учитывая, что в реальных условиях множество исходных данных содержит большое число (≥ 1) элементов, целесообразно перейти к непрерывному случаю.

В непрерывном пределе времени система уравнений (5) сводится к интегральному уравнению Вольтерра I-го рода

$$\int_0^t h(\tau, h) R(t - \tau) d\tau = R(t + \lambda) \quad (8)$$

Уравнение (8) решается с помощью преобразования Лапласа [7] и его решение представимо в виде:

$$H(p, \lambda) = \frac{L\{R(t + \lambda)\}}{L\{R(t)\}} \quad (9)$$

где $H(p, \lambda)$ – изображение по Лапласу функции $h(t; \lambda)$, $L\{R(t + \lambda)\}$ и $L\{R(t)\}$ – лапласовы изображения, определяемые соотношениями

$$L\{R(t)\} = \int_0^\infty R(t) e^{-pt} dt, \quad (10)$$

$$L\{R(t + \lambda)\} = \int_0^\infty R(t + \lambda) e^{-pt} dt. \quad (11)$$

Для функции $R(t)$, определяемой соотношением (7), найдем

$$L\{R(t)\} = \frac{\sigma^2}{p} - \frac{a\Gamma(1 + 2H)}{2p^{2H+1}}, \quad (12)$$

$$L\{R(t + \lambda)\} = \frac{\sigma^2}{p} - \frac{a}{2p^{2H+1}} e^{p\lambda} \times \Gamma(1 + 2H, p\lambda). \quad (13)$$

В выражениях (12) и (13) $\Gamma(x)$ – гамма-функция, $\Gamma(\alpha, x)$ – неполная гамма-функция. Определения и свойства данных функций можно найти в работе [8].

С учетом представлений (12) и (13) выражение (9) принимает вид

$$H(p, \lambda) = \frac{2\sigma^2 p^{2H} - a e^{p\lambda} \Gamma(1 + 2H, p\lambda)}{2\sigma^2 p^{2H} - a \Gamma(1 + 2H)}. \quad (14)$$

Как показывает анализ, функция (14) при $p \rightarrow \infty$ имеет асимптотику

$$H(p; \lambda) |_{p \rightarrow \infty} \simeq 1 - \frac{a\lambda^{2H}}{2\sigma^2} + \frac{2H\lambda^{2H-1}}{\sigma^2 p} + O\left(\frac{1}{p^2}\right). \quad (15)$$

Для проведения дальнейших вычислений, введем функцию $H^*(p, \lambda)$ на основе соотношения

$$H(p, \lambda) = 1 - \frac{a\lambda^{2H}}{2\sigma^2} + H^*(p, \lambda). \quad (16)$$

Как следует из выражения (15), при $p \rightarrow \infty$ функция $H^*(p, \lambda)$ равномерно стремится к нулю

$$H^*(p, \lambda) |_{p \rightarrow \infty} \rightarrow 0. \quad (17)$$

Найдем оригинал функции $H^*(p, \lambda)$ с помощью обратного преобразования Лапласа

$$h^*(t; \lambda) = \frac{1}{2\pi i} \int_{a-i\infty}^{a+i\infty} H^*(p; \lambda) e^{pt} dp, \quad a > 0. \quad (18)$$

Анализ функции $H^*(p; \lambda)$ показывает, что на комплексной плоскости аргумента p данная функция имеет точку ветвления $p=0$. Исходя из этого факта, для вычисления интеграла (18), рассмотрим замкнутый контур, составленный из отрезка $[a - ib, a + ib]$, дуг C_1 и C_2 , окружности $|p| = R$, двуберезного разреза 1-2 и окружности $C_\varepsilon: |p| = \varepsilon$, (рис. 5). Внутри этого контура подынтегральная функция аналитична и однозначна, поэтому, в соответствии с теоремой Коши, интеграл по замкнутому контуру равен нулю. На дугах C_1 и C_2 , в соответствии с асимптотикой (17), при $R \rightarrow \infty$ подынтегральная функция стремится к нулю, следовательно, на основании леммы Жордана [9], интеграл вдоль C_1 и C_2 стремится к нулю при $R \rightarrow \infty$. Интеграл по C_ε при $\varepsilon \rightarrow 0$ стремится к нулю.

Учитывая, что на берегу 1 $p = xe^{i\pi}$, на берегу 2 $p = xe^{-i\pi}$ и функция $H^*(p, \lambda)$ имеет точку ветвления $p=0$ типа p^{2H} получим:

$$h^*(t; \lambda) = \frac{1}{\pi} \int_0^\infty \frac{(\alpha\beta + \delta) \sin(2\pi H) e^{-tx}}{\beta^2 + \gamma^2 - 2\beta\gamma \cos(2\pi H)} dx, \quad (19)$$

где введены обозначения:

$$\begin{aligned} \alpha &= a \left[\lambda^{2H} x^{2H} + e^{-\lambda x} \gamma (1 + 2H, -\lambda x) \right]; \\ \beta &= a\Gamma(1 + 2H); \\ \delta &= a\Gamma(1 + 2H) \left[1 - e^{-\lambda x} - \frac{a\lambda^{2H}}{2\sigma^2} \right]; \\ \gamma &= 2\sigma^2 x^{2H}; \quad \gamma(\alpha, x) = \Gamma(\alpha) - \Gamma(a, x). \end{aligned}$$

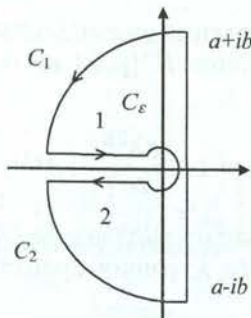


Рис. 5. Контур интегрирования для интеграла (18)

В непрерывном пределе прогнозирования случайного процесса на основе фильтра Колмогорова-Винера определяется сверткой

$$\xi(t + \lambda) = \int_0^t h(t; \lambda) \xi(t - \tau) d\tau, \quad (20)$$

где, как следует из представления (15),

$$h(t; \lambda) = \left(1 - \frac{a\lambda^{2H}}{2\sigma^2} \right) \delta(t) + h^*(t; \lambda); \quad (21)$$

здесь $\delta(t)$ — дельта-функция Дирака.

С учетом соотношения (21) выражение (20) принимает вид

$$\begin{aligned} \xi(t + \lambda) &= \xi(t) \cdot \left(1 - \frac{a\lambda^{2H}}{2\sigma^2} \right) + \\ &+ \int_0^t h^*(t; \lambda) \xi(t - \tau) d\tau. \quad (22) \end{aligned}$$

Первый член в выражении (22) может быть представлен в виде $\xi(t) \cdot \frac{R(\lambda)}{R(0)}$, где $R(x)$ — корреляционная функция процесса $\xi(t)$. Фильтр типа

$$\xi(t + \lambda) = \xi(t) \cdot \frac{R(\lambda)}{R(0)}, \quad (23)$$

как показано в работе [6], соответствует решению задачи прогнозирования стационарного случайного процесса по наблюдению этого процесса в момент времени t .

Интересно отметить, что наличие в интеграле (19) множителя $\sin(2\pi H)$, приводит к обнулению данного интеграла при показателе Херста $H = 0,5$. В этом случае, соответствующем фильтрации процесса без памяти (типа броуновского движения), фильтрация будет осуществляться по формуле (23), что также находится в соответствии с представлениями работы [6] для фильтрации процесса с экспоненциально спадающей корреляционной функцией (короткой памятью).

Рассмотрим важный частный случай $t \gg \gg 1$. Так как в интеграле (19) подынтегральная функция существенно отлична от нуля при $tx \leq 1$, то в существенной для интегрирования области выполняется условие $x \gg 1$. Учитывая данное обстоятельство, можно получить асимптотические представления

$$h^*(t; \lambda) \left| \begin{array}{l} t \gg 1 \\ \lambda/t \ll 1 \end{array} \right. \approx \frac{\lambda \sin(2\pi H)}{\pi a t^{2H+2}} [2\sigma^2(1+2H) + a\lambda], \quad (24)$$

$$h^*(t, \lambda) \left| \begin{array}{l} t \gg 1 \\ \lambda/t \ll 1 \end{array} \right. \approx \frac{\sin(\pi H) \cdot \Gamma(1+2H) \cdot \lambda^{1+2H}}{t^{2H+2}}, \quad (25)$$

$$h^*(t, \lambda) \left| \begin{array}{l} t \gg 1 \\ \lambda/t \ll 1 \end{array} \right. \approx \frac{\Gamma(1+2H) \cdot \sin(2\pi H)}{\pi \lambda^{2H+1}}, \quad (26)$$

$$h^*(t, \lambda) \left| \begin{array}{l} t \gg 1 \\ \lambda/t \ll 1 \end{array} \right. \approx \frac{\Gamma(1+2H) \sin(2\pi H)}{\pi \lambda (1 + \frac{t}{\lambda}) \cdot (2 + \frac{t}{\lambda})^{2H+1}}. \quad (27)$$

Асимптотики (24, 25) соответствуют случаю краткосрочного прогнозирования при малой величине шага прогнозирования $\lambda \ll t$. Асимптотика (26) соответствует долгосрочным прогнозам, когда длина временного шага удовлетворяет условию $\lambda \gg t$. Следует отметить, что в последнем случае характеристика фильтра не зависит от нюансов поведения корреляционной функции (параметров a и σ) и определяется только показателем Херста.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

На основе исследования асимптотического поведения структурных функций в работе проведен статистический анализ информационных потоков в сетях с коммутацией пакетов. Показано, что временные ряды, соответствующие битовому потоку трафика, в данных сетях являются фрактально-самоподобными случайными процессами с показателем самоподобия Херста $H < 0,5$, что соответствует классу антиперсистентных процессов (процессов с большой вероятностью склонных к изменению тенденции в будущем).

Получено интегральное представление фильтра Колмогорова–Винера позволяющего прогнозировать трафик с любым временным шагом. Даны аналитические асимптотические выражения для определения коэффициентов фильтра при прогнозировании трафика в случае, когда величина шага прогнозирования меньше временного интервала, на котором известна реализация трафика, это является характерной ситуацией в телекоммуникационной практике.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Кучерявый, Е. А. Механизм управления трафиком АТМ при использовании краткосрочного прогнозирования / Е. А. Кучерявый // Электросвязь. 2003. № 3. С. 32–34.
2. Столингс, В. Современные компьютерные сети / В. Столингс. СПб.: Питер, 2005. 783 с.
3. Шелухин, О. И. Фрактальные процессы в телекоммуникациях / О. И. Шелухин, А. М. Теняшев, А. В. Осин; под ред. О. И. Шелухина. М.: Радиотехника, 2003. 480 с.
4. Реализация трафика беспроводной сети IEEE 802.11b [Электронный ресурс] (<http://www.teletraffic.ru/traffic>).
5. Федер, Е. Фракталы / Е. Федер. М.: Мир, 1991. 254 с.
6. Тихонов, В. И. Статистическая радиотехника / В. И. Тихонов. М.: Сов.радио, 1982. 624 с.
7. Арго, А. Математика для электро- и радио инженеров / А. Арго. М.: Наука, 1967. 779 с.
8. Градштейн, И. С. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений / И. С. Градштейн, И. М. Рыжик. М.: Наука, 1971. 1108 с.
9. Лаврентьев, М. А. Методы теории функций комплексного переменного / М. А. Лаврентьев, Б. В. Шабат. М.: Наука, 1973. 736 с.

ОБ АВТОРАХ



Багманов Валерий Хусайнович, доц. каф. телекоммуникац. систем. Дипл. физик. (МГУ, 1975). Д-р техн. наук по сист. анализу, управлению и обр. информ. (УГАТУ, 2007). Иссл. в обл. мат. моделирования и обр. сигналов.



Комиссаров Аркадий Михайлович, асс. той же каф. Дипл. инж. по многоканальн. телеком. системам (УГАТУ, 2002). Иссл. в обл. сетевых технологий, теории массового обслуживания.



Султанов Альберт Ханович, проф., зав. той же каф. Дипл. инж. по многоканальн. электросвязи (Новосиб. электротехн. ин-т связи, 1973). Д-р техн. наук по упр. в техн. сист. (УГАТУ, 1996). Иссл. в обл. телеком. систем, оптоэлектр. аэрокосм. систем.