

УДК 533.697.3

## ИССЛЕДОВАНИЯ ТЕЧЕНИЙ ТОРМОЖЕНИЯ ВЯЗКОГО СВЕРХЗВУКОВОГО ГАЗА В КАНАЛАХ ДВИГАТЕЛЕЙ ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ

Э. Г. ГИМРАНОВ, В. Г. МИХАЙЛОВ

УГАТУ, факультет авиационных двигателей  
Тел: (3472) 23 09 44 E-mail: root@pgm.ugatu.ac.ru

**Аннотация:** Предложен комбинированный метод расчета параметров торможения двухмерных вязких сверхзвуковых течений в коротких и криволинейных каналах двигателей летательных аппаратов. Метод основан на использовании принципа Пригожина, соотношениях для вязкого слоя в интегральной и дифференциальной форме и модификациях гипотез турбулентности для течений торможения в каналах с поперечной и продольной кривизной. Применение метода проиллюстрировано на примере расчета псевдоскачка в цилиндрическом канале

**Ключевые слова:** торможение двухмерных вязких сверхзвуковых течений; псевдоскачок; модифицированные гипотезы турбулентности

### ВВЕДЕНИЕ

Проблема торможения вязкого сверхзвукового потока газа в сложной газодинамической структуре типа псевдоскачка возникла в конце 40-х годов (работы Неймана и Люстверка [1,2]) и продолжает оставаться актуальной для исследователей до настоящего времени. Это объясняется тем, что, во-первых, псевдоскачок интересен как физическое явление, как инструмент для изучения ряда актуальных проблем газодинамики: турбулентности в потоке с продольным градиентом давления, отрыва потока и прилипания его к стенке, взаимодействия скачков уплотнения с турбулентным пограничным слоем и т. д., и, во-вторых, с практической точки зрения исследование главных свойств псевдоскачка позволяет предсказать его и правильно учитывать при проектировании летательных аппаратов и различных газодинамических устройств (диффузоров газодинамических лазеров, межлопаточных каналов сверхзвуковых ступеней компрессоров, струйных сверхзвуковых усилителей, предназначенных для управления корпусом летательного аппарата на полетной траектории выдувом струи газа на его поверхность и т. д.).

Современные разработки прямооточных воздушно-реактивных двигателей показали, что псевдоскачок в виде, в котором его опи-

сал Крокко («классический» псевдоскачок с соотношением параметров торможения как на прямом скачке уплотнения), не всегда реализуется на режимах торможения в трактах силовых установок. Возможны и другие разновидности сложных газодинамических структур типа псевдоскачка: псевдоскачок в коротком канале («неразвитый» псевдоскачок), псевдоскачок, ограниченный одной стенкой канала («висячий» псевдоскачок), режим сверхзвукового горения при наличии псевдоскачка (неизотермический псевдоскачок) и др.

Целью данной работы является дальнейшее исследование газодинамики торможения вязкого сверхзвукового потока газа в течениях типа псевдоскачка с учетом влияния на параметры торможения кривизны стенок канала для совершенствования методик расчета таких типов течения в трактах двигателей летательных аппаратов.

### 1. МОДЕЛЬ ПСЕВДОСКАЧКА

При разработке математической модели псевдоскачка в канале с криволинейными стенками используется традиционный для теоретических исследований в области механики жидкости и газов подход. Проводится схематизация течения в псевдоскачке, которая состоит в выделении главных с точки зрения



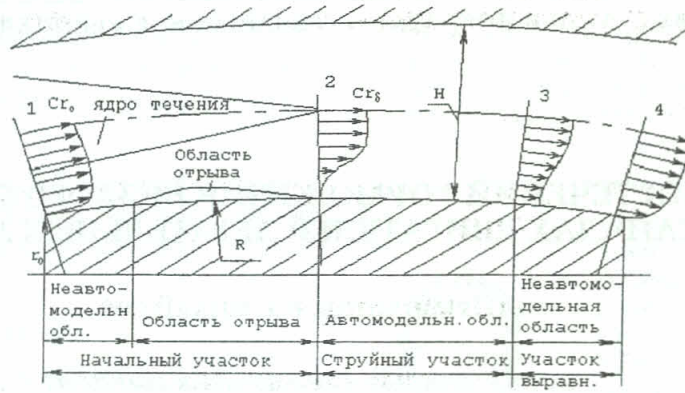


Рис. 1

автора физических особенностей течения и опускания второстепенных деталей. Расчетная схема псевдоскачка в канале с поперечной и продольной кривизной стенок показана на рис. 1. Течение условно разбивается на сверхзвуковое равномерное ядро, в котором прирост энтропии осуществляется за счет волновых потерь, и диссипативный слой, который по мере увеличения продольного градиента давления растет и постепенно поглощает сверхзвуковое ядро течения, после чего в канале продолжается вязкое выравнивание потока. Производство энтропии в вязком пристеночном слое обусловлено диссипацией энергии за счет вязкого трения.

Вся область торможения в вязком слое псевдоскачка условно разбивается на неавтономную и автономную (с универсальным профилем скорости) участки течения. Неавтономная — это начальный участок псевдоскачка, на котором профиль чисел Крокко, подчиняющийся закону  $1/7$  (начальное сечение псевдоскачка), постепенно под действием существенного продольного градиента давления деформируется в степенной профиль и конечный участок псевдоскачка, на котором практически равномерный струйный профиль при отсутствии существенного продольного градиента давления постепенно перестраивается в профиль закона  $1/7$ . Расчет параметров торможения на этих участках может осуществляться численными методами или разработанными на основе численных экспериментов приближенными (интегральными) методами.

## 2. ИНТЕГРАЛЬНЫЕ МЕТОДЫ РАСЧЕТА ПСЕВДОСКАЧКА В КАНАЛАХ С ПОПЕРЕЧНОЙ И ПРОДОЛЬНОЙ КРИВИЗНОЙ СТЕНОК

В последнее время интегральные методы развиваются на основе однопараметрических

семейств профилей скорости и интегральных уравнений вязкого слоя. Для получения однопараметрических профилей скорости, учитывающих радиус поперечной и продольной кривизны стенок канала, была проведена параметризация касательных напряжений вязкого слоя в каналах данного типа с последующим совместным решением с модифицированными для криволинейных каналов уравнениями напряжения турбулентного трения в форме Прандтля [3].

Полученные уравнения имеют вид:

— для кольцевого цилиндрического и конического канала в пристенной и внешней области:

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial \eta}\right)^2 \pm \frac{\bar{u}}{\bar{r} \pm \eta} \frac{\partial \bar{u}}{\partial \eta} &= \\ &= \left[ \left( \frac{1}{\eta^2} - 3 + 2\eta \right) \frac{\tau_w}{\bar{\rho} \rho_\delta U_\delta^2 \chi^2} + \right. \\ &+ \left. \frac{\delta(1-\eta)^2}{\bar{\rho} \rho_\delta U_\delta^2 \chi^2 \eta} \left( \frac{dP}{d\bar{x}} + \rho_\omega u_\omega \frac{du_\omega}{d\bar{x}} \right) \right] / \\ &/ \left[ 1 \pm \frac{\eta(1-\eta)^2}{r} \right], \quad (1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{u}}{\partial \eta} \pm \frac{\bar{u}}{\bar{r} \pm \eta} &= \\ &= \left[ \frac{\delta \eta (1-\eta)^2}{\bar{\rho} \rho_\delta U_\delta^2 \gamma_1 k \delta^*} \left( \frac{dP}{d\bar{x}} + \rho_\omega u_\omega \frac{du_\omega}{d\bar{x}} \right) + \right. \\ &+ \left. (1 - 3\eta^2 + 2\eta^3) \frac{\tau_w}{\bar{\rho} \rho_\delta U_\delta^2 \gamma_1 k \delta^*} \right] / \\ &/ \left[ 1 \pm \frac{\eta(1-\eta)^2}{r} \right], \quad (2) \end{aligned}$$

где  $\gamma_1 = 1/(1 + 5.5\eta^6)$ ;  $\bar{u} = u/U_\delta$ ;  $\bar{r} = r_0/\delta$ ;  $\eta = H/\delta$ ;  $\bar{r} = r/r_\delta$ ;  $\delta^* = \delta^*/\delta$ ;  $\bar{x} = x/H$ ;  $\eta = y/\delta$ ;  $\bar{\rho} = \rho/\rho_\delta$ ;



– для кольцевого сферического канала и плоского канала с продольной кривизной:

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial \eta} = \left\{ (1 - 3\eta^2 + 2\eta^3) \frac{\tau_w}{\bar{\rho} \rho_\delta U_\delta \bar{v}_t} + \frac{\bar{\delta} \eta (1 - \eta)^2}{\bar{\rho} \rho_\delta U_\delta \bar{v}_t} \left( \frac{\partial P}{\partial \bar{x}} + \rho_w u_w \frac{d u_w}{d \bar{x}} \right) + \frac{1}{\bar{U}_\delta} \left[ \frac{\partial \bar{U}_\delta}{\partial \eta} \eta^2 (3 - 2\eta) - \frac{\partial^2 \bar{U}_\delta}{\partial \eta^2} \eta^2 (1 - \eta) \right] \right\} / \left[ 1 + \frac{2\eta(1 - \eta)^2}{\bar{R} + \bar{H}} \right], \quad (3)$$

где  $\bar{U}_\delta = U_\delta / U_0$ ; в пристенной области:

$$\bar{v}_{тсф} = U_\delta \chi^2 \eta^2 \left[ 1 \pm \frac{\chi^2 \eta^2}{4(\bar{R} + \bar{H} \pm \eta)^2} \pm \lambda_{сф} \frac{2\bar{u}/(\bar{R} + \bar{H} \pm \eta)}{\partial \bar{u}/\partial \eta} \right] \frac{\partial \bar{u}}{\partial \eta};$$

во внешней области:

$$\bar{v}_{тсф} = U_\delta \gamma_1 k \bar{\delta}^* \left[ 1 \pm \frac{\chi^2 \eta^2}{4(\bar{R} + \bar{H} \pm \eta)^2} \pm \lambda_{сф} \frac{2\bar{u}/(\bar{R} + \bar{H} \pm \eta)}{\partial \bar{u}/\partial \eta} \right] \frac{\partial \bar{u}}{\partial \eta};$$

в пристенной области

$$\bar{v}_{ткр.} = U_\delta \chi^2 \eta^2 \left[ 1 \pm \lambda \frac{\bar{u}/(\bar{R} + \bar{H} \pm \eta)}{\partial \bar{u}/\partial \eta} \right] \frac{\partial \bar{u}}{\partial \eta};$$

во внешней области:

$$\bar{v}_{ткр.} = U_\delta \gamma_1 k \bar{\delta}^* \left[ 1 \pm \lambda \frac{\bar{u}/(\bar{R} + \bar{H} \pm \eta)}{\partial \bar{u}/\partial \eta} \right] \frac{\partial \bar{u}}{\partial \eta}.$$

Расчет автомодельной вязкой области псевдоскачка в каналах с поперечной и продольной кривизной стенок (см. рис. 1) при условии, что профили скорости в этой области могут описываться соотношениями (1)–(3), может производиться с помощью следующих интегральных соотношений.

Уравнения импульсов:

– для кольцевого цилиндрического и конического канала

$$\frac{d\delta^{**}}{dx} + \delta^{**} \frac{d}{dx} \ln[r \rho_\delta U_\delta^2] + \delta^* \frac{d}{dx} \ln U_\delta = \frac{C_f}{2} + C_m; \quad (4)$$

– для кольцевого сферического канала

$$\frac{\partial \delta^{**}}{\partial x} + \delta^{**} \left[ \frac{\partial}{\partial x} \ln(\rho_\delta U_\delta^2) + \frac{1}{R+H} \operatorname{ctg} \frac{x}{R+H} + \frac{2}{R+H} \frac{\partial \delta^*}{\partial x} \right] + \delta^* \frac{\partial}{\partial x} \ln U_\delta = \frac{C_f}{2} + C_m + C_f \ln(R+H) \pm \left( \frac{\partial \delta^*}{\partial x} - \frac{C_m}{U_{1m}} + C_m \right) \ln(R+H); \quad (5)$$

– для плоского канала с продольной кривизной

$$\frac{\partial \delta^{**}}{\partial x} + \delta^{**} \left[ \frac{\partial}{\partial x} \ln(\rho_\delta U_\delta^2) + \frac{2}{R+H} \frac{\partial \delta^*}{\partial x} \right] + \delta^* \frac{\partial}{\partial x} \ln U_\delta = \frac{C_f}{2} + C_m + C_f \ln(R+H) \pm \left[ \frac{\partial \delta^*}{\partial x} + C_m \left( 1 - \frac{1}{U_{1m}} \right) \right] \ln(R+H). \quad (6)$$

Здесь  $C_m = U_{1m} \rho_w V_w / (\rho_\delta U_\delta)$  – относительная массовая скорость газа через поверхность;  $C_f = 2\tau_w / (\rho_\delta U_\delta^2)$  – местный коэффициент трения.

Толщина потери импульса и толщина вытеснения:

– для кольцевого цилиндрического и конического канала

$$\delta^{**} = \int_0^\delta \frac{\rho u}{\rho_\delta U_\delta} \left( 1 - \frac{u}{U_\delta} \right) \left( 1 \pm \frac{y}{r} \right) dy;$$

$$\delta^* = \int_0^\delta \left( 1 - \frac{\rho u}{\rho_\delta U_\delta} \right) \left( 1 \pm \frac{y}{r} \right) dy;$$

– для кольцевого сферического канала и плоского канала с продольной кривизной

$$\delta^{**} = \int_0^\delta \frac{\rho u}{\rho_\delta U_\delta} \left( 1 - \frac{u}{U_\delta} \right) / \left( 1 \pm \frac{y}{R+H} \right) dy;$$

$$\delta^* = \int_0^\delta \left( 1 - \frac{\rho u}{\rho_\delta U_\delta} \right) / \left( 1 \pm \frac{y}{R+H} \right) dy.$$

Уравнения неразрывности:

– для кольцевого цилиндрического и конического канала

$$(M_\delta^2 - 1) \frac{1}{U_\delta} \frac{dU_\delta}{dx} = \frac{d}{dx} \ln(\delta - \delta^*) + \frac{\ln(r \pm \delta)}{\delta - \delta^*} \frac{d\delta}{dx} - \frac{\ln(r \pm \delta^*)}{\delta - \delta^*} \frac{d\delta^*}{dx}; \quad (7)$$

– для кольцевого сферического канала

$$(M_\delta^2 - 1) \frac{1}{U_\delta} \frac{dU_\delta}{dx} = \frac{d}{dx} \ln(\delta - \delta^*) \pm \pm \frac{2}{R+H} \left( \frac{\delta}{\delta - \delta^*} \frac{d\delta}{dx} - \frac{\delta^*}{\delta - \delta^*} \frac{d\delta^*}{dx} \right) + \frac{1}{R+H} \operatorname{ctg} \frac{x}{R+H}; \quad (8)$$

– для плоского канала с продольной кривизной

$$(M_\delta^2 - 1) \frac{1}{U_\delta} \frac{dU_\delta}{dx} = \frac{d}{dx} \ln(\delta - \delta^*) \pm \pm \frac{2}{R+H} \left( \frac{\delta}{\delta - \delta^*} \frac{d\delta}{dx} - \frac{\delta^*}{\delta - \delta^*} \frac{d\delta^*}{dx} \right). \quad (9)$$

Интегральные соотношения уравнений неразрывности и количества движения, дополненные зависимостями для поперечного профиля скорости и его формпараметра вдоль области торможения, замыкаются эмпирическими зависимостями изменения приведенной скорости  $\lambda_\delta$  на оси потока и распределения статического давления  $P/P_1$  на стенке длинного прямолинейного канала [4]. Другой способ замыкания приведенных выше интегральных соотношений – энтропийный.

Диссипация энергии в области псевдоскачка обусловлена трением газа о стенки канала и интенсивным турбулентным перемешиванием внутри вязкого слоя. Для течений вязкого сверхзвукового потока в плоских и осесимметричных каналах величина потерь механической энергии в вязком слое может быть определена в соответствии с интегральным соотношением В. В. Голубева [5]

$$\begin{aligned} \frac{d}{dx} \int_0^\delta \rho u (u^{t+1} - U_\delta^{t+1}) \left(1 \pm \frac{y}{r}\right) dy = \\ = -(t+1) \frac{dp}{dx} \int_0^\delta u^t \left(1 \pm \frac{y}{r}\right) dy + \\ + (t+1) \left[ \int_0^\delta u^t \frac{\partial}{\partial y} \left[ \left(1 \pm \frac{y}{r}\right) \tau \right] dy - \right. \\ \left. - U_\delta^t \frac{dU_\delta}{dx} \int_0^\delta \rho u \left(1 \pm \frac{y}{r}\right) dy \right], \quad (10) \end{aligned}$$

где  $t = 0, 1, \dots$  – параметр. При  $t = 1$  уравнение (10) представляет интегральное урав-

нение энергии

$$\begin{aligned} \frac{dD}{dx} = \frac{dp}{dx} \int_0^\delta u \left(1 \pm \frac{y}{r}\right) dy - \\ - \left[ \int_0^\delta u \frac{\partial}{\partial y} \left[ \left(1 \pm \frac{y}{r}\right) \tau_t \right] dy - \right. \\ \left. - U_\delta \frac{dU_\delta}{dx} \int_0^\delta \rho u \left(1 \pm \frac{y}{r}\right) dy \right], \quad (11) \end{aligned}$$

$$D = \frac{1}{2} \int_0^\delta \rho u (U_\delta^2 - u^2) \left(1 \pm \frac{y}{r}\right) dy.$$

Здесь  $D$  – величина, характеризующая часть механической энергии, теряемой из-за вязкости.

При наличии равномерного сверхзвукового ядра течения следует, что  $dp/dx = -\rho_\delta U_\delta dU_\delta/dx$ , тогда получаем

$$\begin{aligned} \frac{dD}{dx} = U_\delta \frac{dU_\delta}{dx} \int_0^\delta \rho u \left(1 \pm \frac{y}{r}\right) dy - \\ - \rho_\delta u_\delta \frac{dU_\delta}{dx} \int_0^\delta u \left(1 \pm \frac{y}{r}\right) dy - \\ - \int_0^\delta u \frac{\partial}{\partial y} \left[ \left(1 \pm \frac{y}{r}\right) \tau_t \right] dy \end{aligned}$$

или в безразмерном виде изменение толщины потери энергии вдоль псевдоскачка будет иметь вид

$$\begin{aligned} \frac{d\bar{\delta}^{***}}{dx} = \frac{1}{U_\delta} \frac{dU_\delta}{dx} \left[ \int_0^1 \frac{\rho u}{\rho_\delta U_\delta} \left(1 \pm \frac{\eta}{\bar{r}}\right) d\eta - \right. \\ \left. - \int_0^1 \frac{u}{U_\delta} \left(1 \pm \frac{\eta}{\bar{r}}\right) d\eta \right] - \\ - \frac{1}{\rho_\delta U_\delta^2} \int_0^1 \frac{u}{U_\delta} \frac{\partial}{\partial y} \left[ \left(1 \pm \frac{\eta}{\bar{r}}\right) \right] d\eta, \quad (12) \end{aligned}$$

где  $\bar{\delta}^{***} = \delta^{***}/\delta$ .

Основываясь на принципах внутренней устойчивости течения типа псевдоскачка и минимуме производства энтропии, а также на экспериментальных исследованиях производства энтропии вдоль области перехода от





Рис. 2

$M > 1$  к  $M < 1$  (рис. 2), можно предположить, что производство удельной энтропии в псевдоскачке ( $\Delta S^*_\Sigma/R$ ) за счет волновых потерь в ядре течения и диссипации энергии в пристеночном слое постоянно и равно производству энтропии в прямом скачке уплотнения.

Таким образом, изменение числа Крокко на оси канала и распределение статического давления вдоль псевдоскачка могут определяться по формулам

$$Cr_\delta(1 - Cr_\delta^2)^{\frac{1}{\gamma-1}} = \frac{P_1^0}{P_2^0} Cr_{\delta 1}(1 - Cr_{\delta 1}^2)^{\frac{1}{\gamma-1}} \frac{1 - \bar{\delta}_1^{***}}{1 - \bar{\delta}^{***}}; \quad (13)$$

$$\bar{P} = \frac{P}{P_1} = \frac{y(Cr_{\delta 1})(1 - \bar{\delta}_1^*)}{y(Cr_\delta)(1 - \bar{\delta}^*)}, \quad (14)$$

где  $y(Cr_{\delta 1})$  — газодинамическая функция числа Крокко;  $P_1^0/P_2^0 = \text{const}$  — отношение полных давлений на прямом скачке уплотнения;  $\bar{\delta}^* = \delta^*/h$  — относительная толщина вытеснения диссипативного слоя псевдоскачка; толщина потери энергии в вязком слое

$$\delta_i^{***} = \int_0^1 \frac{(1 - Cr_\delta^2) [1 - \bar{U}_{1m}f(\eta)]}{1 - [1 - \bar{U}_{1m}f(\eta)]^2 Cr_\delta^2} \times \{1 - [1 - \bar{U}_{1m}f(\eta)]^2\} d\eta; \quad (15)$$

безразмерный профиль избыточной скорости

$$f(\eta) = 1 - 6\eta^2 + 8\eta^3 - 3\eta^4. \quad (16)$$

### 3. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЙ МЕТОД РАСЧЕТА ПАРАМЕТРОВ ПСЕВДСКАЧКА

Методика численного расчета неавтономных участков течения типа псевдоскачка в плоских и осесимметричных каналах разработана с целью численной имитации поведения некоторых параметров вязкого сверхзвукового сжимаемого газа в условиях внутренней задачи при наличии существенного продольного градиента давления для последующей отработки и совершенствования приближенных (интегральных) методов расчета.

Существенным отличием данной методики является дополнение системы дифференциальных уравнений некоторыми интегральными соотношениями, позволяющими упростить и ускорить процесс вычисления. Расчетная система уравнений для кольцевого цилиндрического канала:

– уравнение сохранения количества движения

$$\bar{\rho}Cr_u \frac{\partial Cr_u}{\partial \bar{x}} + \bar{\rho}Cr_v \frac{\partial Cr_u}{\partial \bar{y}} = - \frac{(\gamma - 1)(1 - Cr_{u\delta}^2) d\bar{P}}{2\gamma\bar{P}} + \bar{\rho}\bar{v}_t \frac{\partial^2 Cr_u}{\partial \bar{y}^2} + \nu_t \frac{\partial Cr_u}{\partial \bar{y}} \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial \bar{y}} + \bar{\rho} \frac{\partial \bar{v}_t}{\partial \bar{y}} \frac{\partial Cr_u}{\partial \bar{y}} \pm \frac{1}{\bar{r}_0 + 2 \pm \bar{y}} \bar{\rho}\bar{v}_t \frac{\partial Cr_u}{\partial \bar{y}}, \quad (17)$$

где  $\bar{\rho} = \rho/\rho_\delta$ ,  $\bar{x} = x/H$ ,  $\bar{y} = y/h$ ,  $\bar{v}_t = \nu_t/(hu_{\max})$ ,  $\bar{r}_0 = r_0/h$ ,  $\bar{P} = P/P_1$ ; – уравнение неразрывности

$$\frac{\partial}{\partial \bar{x}} (\bar{\rho}Cr_u) + \frac{\partial}{\partial \bar{y}} [\bar{\rho}Cr_v(\bar{r}_0 + 2 \pm \bar{y})] = 0; \quad (18)$$



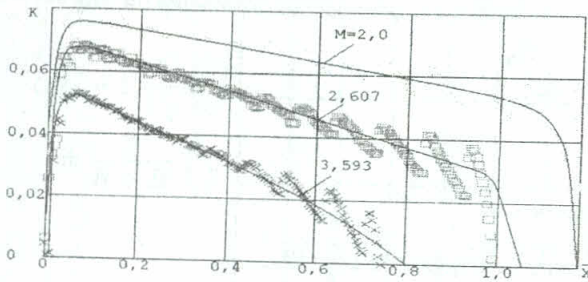


Рис. 3

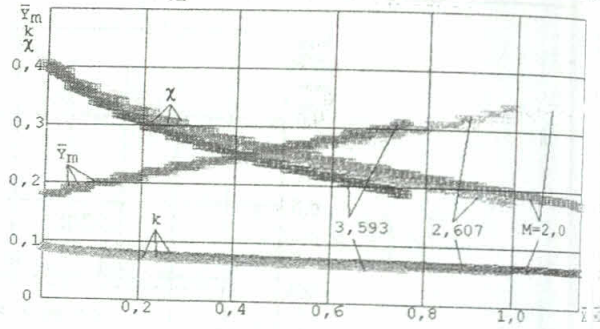


Рис. 4

- уравнение изменения плотности, полученное из совместного решения уравнений энергии и состояния идеального газа

$$Cr_u \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial \bar{x}} + Cr_v \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial \bar{y}} = \frac{\partial}{\partial \bar{y}} \left( \bar{\nu}_t \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial \bar{y}} \right) - \frac{\bar{\nu}_t}{\bar{\rho}} \left( \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial \bar{y}} \right)^2 - \frac{Cr_u \bar{\rho} (\gamma - 1)}{P \gamma} \left( 1 - \frac{\gamma}{\gamma - 1} \right) \frac{d\bar{P}}{d\bar{x}} - \frac{2\bar{\rho} \bar{\nu}_t}{(P/P_0)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}} \left( \frac{\partial Cr_u}{\partial \bar{y}} \right)^2 \pm \frac{\bar{\nu}_t}{\bar{r}_0 + 2 \pm \bar{y}} \left( \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial \bar{y}} - \frac{2\bar{\rho} \bar{\nu}_t}{(P/P_0)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}} \frac{\partial Cr_u}{\partial \bar{y}} \right); \quad (19)$$

- уравнение переноса турбулентной вязкости

$$\bar{\rho} Cr_u \frac{\partial \bar{\nu}_t}{\partial \bar{x}} + \bar{\rho} Cr_v \frac{\partial \bar{\nu}_t}{\partial \bar{y}} = \alpha \bar{\rho} \bar{\nu}_t \left| \frac{\partial Cr_u}{\partial \bar{y}} \right| + \xi \bar{\nu}_t \left( Cr_u \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial \bar{x}} + Cr_v \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial \bar{y}} \right) + \frac{\partial}{\partial \bar{y}} \left( \chi \bar{\rho} \bar{\nu}_t \frac{\partial \bar{\nu}_t}{\partial \bar{y}} \right) \pm \frac{\chi \bar{\rho} \bar{\nu}_t}{\bar{r}_0 + 2 \pm \bar{y}} \frac{\partial \bar{\nu}_t}{\partial \bar{y}}. \quad (20)$$

Условия в начальном сечении псевдоскачка задаются уравнениями типа:

$$Cr_{u1} = f\left(\frac{y}{\delta}\right); \quad Cr_{v1} = f\left(\frac{y}{\delta}\right);$$

$$\nu_{t1} = f\left(\frac{y}{\delta}\right); \quad \bar{\rho}_1 = f\left(\frac{y}{\delta}\right).$$

Граничные условия на стенке канала и на границе вязкого слоя

$$Cr_{uw} = Cr_{vw} = 0; \quad \bar{\nu}_{tw} = 0; \quad \left( \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial \bar{y}} \right)_w = 0;$$

$$\left( \frac{\partial Cr_u}{\partial \bar{y}} \right)_\delta = 0; \quad \left( \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial \bar{y}} \right)_\delta = 0; \quad \bar{\nu}_{t\delta} = 0.$$

Граница вязкого слоя определяется из уравнения

$$\bar{\delta} = \bar{\delta}_1 + \frac{d\bar{\delta}^*}{d\bar{x}} \bar{x} + K\bar{x}, \quad (21)$$

где

$$\bar{\delta}^* = 1 - (1 - \bar{\delta}_1^*) \frac{q(Cr_{u\delta 1})}{q(Cr_{u\delta})};$$

$$K = \frac{d\bar{\delta}}{d\bar{x}} - \frac{d\bar{\delta}^*}{d\bar{x}} = \frac{Cr_{v\delta}}{Cr_{u\delta}} - \frac{Cr_{v\delta^*}}{Cr_{u\delta^*}}.$$

Для решения уравнений (17)–(20) используется конечно-разностный неявный метод запаздывающих коэффициентов. В результате численного эксперимента в предотрывной области псевдоскачка получены зависимости изменения параметров: коэффициента турбулентного перемешивания  $K$  (рис. 3); эмпирических констант  $k$  и  $\chi$  в формуле Прандтля и координаты склейки внутренней и внешней области вязкого слоя  $\bar{Y}_m$  (рис. 4); коэффициента местного сопротивления  $C_f$  (рис. 5).

Анализ результатов численного эксперимента неавтономных (предотрывных) участков псевдоскачка показал, что участок внутренней области вязкого слоя претерпевает существенные изменения. Начальный логарифмический профиль скорости на расстоянии  $x/H = 0,2 - 0,4$  (для чисел Маха  $M_1 = 2,0 - 3,593$ ) от начала псевдоскачка постепенно исчезает, и его место занимает профиль скорости, изменяющийся по «закону корня квадратного». На рис.6 наглядно просматривается, как под действием продольного градиента давления происходит деформация начального (логарифмического) профиля скорости.

Исследование предотрывной области псевдоскачка позволило установить, что на участке течения с параболическим профилем скорости касательные напряжения достаточ-

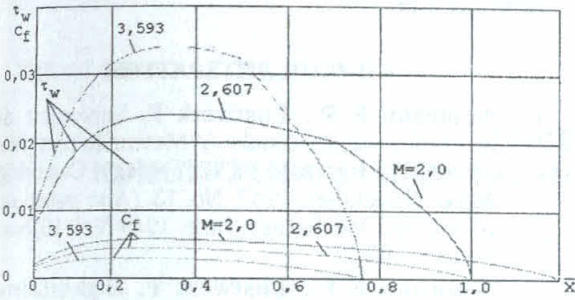


Рис. 5

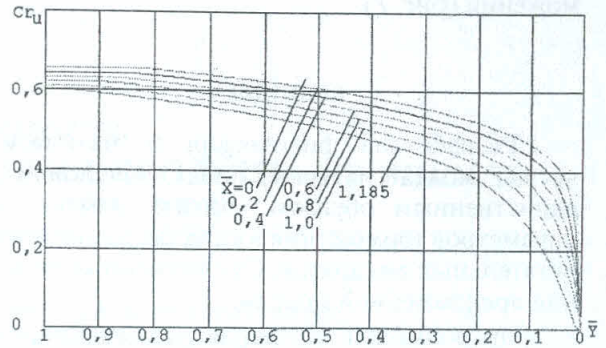


Рис. 6

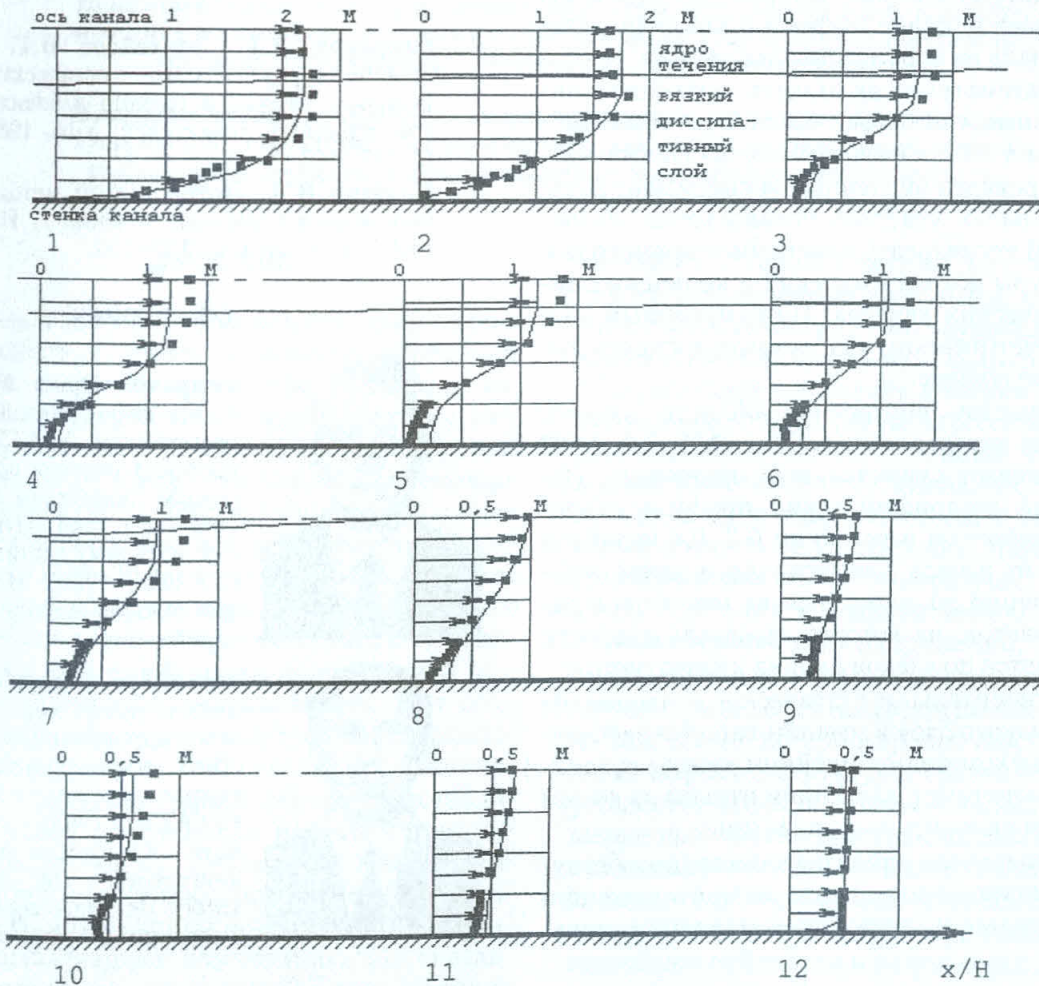


Рис. 7

но хорошо описываются уравнением вида

$$\frac{\tau}{\tau_w} = 1 - 1,5\eta^{0,5} + 0,5\eta^{1,5} - \beta\eta^{0,5}(0,5 - \eta^{0,5} + 0,5\eta). \quad (22)$$

Уравнение (22), а также зависимости на рис. 3–5 позволили усовершенствовать предложенный выше интегральный метод расчета параметров псевдоскачка и получить хорошее совпадение расчетных и экспериментальных



результатов на протяжении всей области торможения (рис. 7).

### ВЫВОДЫ

1. Разработана физическая и математическая модель псевдоскачка, позволяющая единственным образом описать изменение параметров торможения в каналах двигателей летательных аппаратов. Существенные отличия предложенной модели:

– энтропийный метод расчета течения позволяет, не прибегая к эмпирическим зависимостям, получать распределения давления и скорости вдоль псевдоскачка;

– математическая модель псевдоскачка учитывает влияние эффектов кривизны стенок канала на параметры торможения;

– математическая модель позволяет интегральными методами рассчитать неавтономные участки вязкого слоя псевдоскачка.

2. Проведен численный эксперимент неавтономных участков псевдоскачка, позволивший исследовать изменение параметров и структуры потока в плоских и кольцевых цилиндрических каналах. Приближенный анализ предотрывного участка псевдоскачка выявил следующее:

– участок внутренней области вязкого слоя для интервала чисел Маха  $M_1=2,0-3,593$  претерпевает существенные изменения. Начальный логарифмический профиль скорости исчезает на расстоянии  $0,2-0,4$  калибров канала от начала псевдоскачка, а затем непосредственно до точки отрыва монотонно растет участок, на котором профиль скорости изменяется по «закону корня квадратного»;

– относительное статическое давление отрыва вязкого слоя в течении типа псевдоскачка в плоском прямолинейном канале сравнимо по величине с давлением отрыва за косым скачком уплотнения на пластине;

– поперечная кривизна канала способствует возникновению отрыва вязкого слоя при относительном статическом давлении, мень-

шем, чем для течения в плоском прямолинейном канале.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Neumann E. P., Lustwerk F. Supersonic diffusers for wind tunnels // Meteor Report. Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, Mass. November, 1947. No. 13. (Also issued in J. of Applied Mechanics. June, 1949. Vol. 16, No. 2. P. 195–202.)
2. Neumann E. P., Lustwerk F. High-efficiency supersonic diffusers // J. of the Aeronautical Sciences. June, 1951. Vol. 18, No. 2. P. 369–374.
3. Михайлов В. Г. Газодинамика торможения вязких сверхзвуковых течений в коротких и криволинейных каналах двигателей летательных аппаратов: Препринт. Уфа: УГАТУ, 1997. 40 с.
4. Гимранов Э. Г., Михайлов В. Г. Модель струйно-турбулентного псевдоскачка // Вопросы теории и расчета рабочих процессов тепловых двигателей. Уфа, 1987. № II. С. 127–142.
5. Калугин В. Т. Энтропийный метод расчета параметров отрывных течений // Изв. РАН. МЖГ. 1997. № 1. С. 122–132.

### ОБ АВТОРАХ



**Гимранов Эрнст Гайсович**, проф. каф. прикладной гидромеханики УГАТУ. Дипл. инженер-механик по авиационным двигателям (УГАТУ, 1965), д-р техн. наук в области тепловых двигателей ЛА (УГАТУ, 1990). Исследования газовой динамики двигателей.



**Михайлов Валерий Германович**, проф. каф. прикладной гидромеханики УГАТУ. Дипл. инженер-механик по гидравлическим машинам (УГАТУ, 1985), д-р техн. наук в области тепловых двигателей ЛА (УГАТУ, 1999). Исследования газовой динамики двигателей.