НАУЧНЫЕ СТАТЬИ И ДОКЛАДЫ • ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ НАУКИ

УДК 517

ЗАДАЧИ КОШИ ДЛЯ ОПЕРАТОРОВ СВЕРТКИ

В. В. НАПАЛКОВ

Институт математики с вычислительным центром УНЦ РАН
Естественно-научный факультет УГАТУ
Тел: (3472) 22 22 11

Исследуется задача Коши для определенных классов уравнений в пространствах аналитических функций. Основной результат связан с известной теоремой Хольмгрена о единственности решения дифференциального уравнения при условии, что носитель решения принадлежит некоторому множеству

Аналитическая функция; преобразование Лапласа; задача Коши

ВВЕДЕНИЕ

Рассмотрим пространство $\mathbb{R}^{n+1}$ переменных $(x_1,...,x_n,t)$. Для дифференциального оператора с постоянными коэффициентами $P(D)$ проблема единственности задачи Коши в том или ином функциональном пространстве может быть сформулирована так (см., например, [1]): найти условия, при которых единственным решением уравнения

$$P(D)y = 0, \quad \operatorname{supp} y \subset \mathbb{R}^{n+1}_+ \equiv \{(x_1,...,x_n,t), t \geq 0\} \quad (1)$$

является функция $y \equiv 0$.

Теорема Хольмгрена утверждает, что последнее верно тогда и только тогда, когда направление t — не характеристическое для (1). Если направление t — характеристическое, то можно найти [1] функцию $g(x,t) \in C^\infty(R^{n+1})$, $g \not\equiv 0$, такую, что $P(D)g = 0$ и $\operatorname{supp} g \subset \mathbb{R}^{n+1}_+$. Здесь уместно отметить также классический пример, построенный А. Н. Тихоновым [2], показывающий неединственность задачи Коши для уравнения теплопроводности.

Чтобы сформулировать задачу, которая изучается в данной работе, введем пространство $\mathbb{C}^n \times \mathbb{R}$, элемент которого будем обозначать через $(z,t) = (z_1,...,z_n,t)$, $z_j \in \mathbb{C}$, $j = 1,2,...,n$, $t \in \mathbb{R}$. Двойственные переменные (при преобразовании Лапласа) в $\mathbb{C}^{n+1}$ обозначаются через $\lambda = (\xi,\eta) = (\xi_1,...,\xi_n,\eta)$, $\xi_j,\eta \in \mathbb{C}$, $j = 1,2,...,n$.

Под преобразованием Лапласа некоторого функционала F понимается функция

$$\hat{F}(\lambda) = (F, \exp[\langle \xi, z\rangle + t\cdot\eta]).$$

Через $\mathbb{C}^n \times \mathbb{R}_+$ обозначается замкнутое полупространство $\{(z,t) \in \mathbb{C}^n \times \mathbb{R} : t \geq 0\}$. Символ $H(\mathbb{C}^n)$ означает пространство целых функций в $\mathbb{C}^n$ с топологией компактной сходимости. Пусть $K_m = \{(z,t) \in \mathbb{C}^n \times \mathbb{R} : |z_j| \leq m,\ j = 1,2,...,n,\ |t| \leq m\}$ и $\mathcal{H}^m$ — множество функций класса $C^m(K_m)$, которые аналитичны на множестве $\{z \in \mathbb{C}^n : |z_j| \leq m, j = 1,2,...,n\}$ для всякого t, $|t| \leq m$. Введя в $\mathcal{H}^m$ норму

$$\|f\| = \max_{\substack{(z,t)\in K_m \\ \alpha=1,2,...,m}} \left|\frac{\partial^\alpha}{\partial t^\alpha} f(z,t)\right|, \ f \in \mathcal{H}^m,$$

рассмотрим пространство

$$\mathcal{H}(\mathbb{C}^n \times \mathbb{R}) = \lim_m \operatorname{ind} \mathcal{H}^m.$$

Пусть $F \in \mathcal{H}^*(\mathbb{C}^n \times \mathbb{R})$ ($\mathcal{H}^*(\mathbb{C}^n \times \mathbb{R})$ — сопряженное с $\mathcal{H}(\mathbb{C}^n \times \mathbb{R})$ пространство). В данной работе изучается единственность следующей задачи Коши для оператора свертки $F * y$: для заданной функции $g \in \mathcal{H}(\mathbb{C}^n \times \mathbb{R})$, $\operatorname{supp} g \subset \mathbb{C}^n \times \mathbb{R}_+$ найти $y \in \mathcal{H}(\mathbb{C}^n \times \mathbb{R})$, $\operatorname{supp} y \subset \mathbb{C}^n \times \mathbb{R}_+$ такую, что $F * y = g$ в $\mathbb{C}^n \times \mathbb{R}$. Так как в этой ситуации понятие характеристического направления теряет смысл, то, следуя А. Н. Тихонову [2] и Тэклинду [3], естественно исследовать вопрос: для каких подпространств $M \subset \mathcal{H}(\mathbb{C}^n \times \mathbb{R})$ из условия $F * y = 0$, $y \in M$, $\operatorname{supp} y \subset \mathcal{H}(\mathbb{C}^n \times \mathbb{R}_+)$ следует $y(z,t) = 0$.

В работе найдены указанные подпространства M. Оказалось, что они связаны с геометрическими свойствами нулевого множества характеристической функции $\hat{F}(\lambda)$ оператора свертки.

Статья примыкает к работам [4–6], где уравнения свертки и задача Коши для них изучались в некоторых (существенно отличных от исследуемых в данной работе) подпространствах из $C^\infty(\mathbb{R}^{n+1})$.

1. ВЕСОВЫЕ ПРОСТРАНСТВА ФУНКЦИЙ

Пусть $\Phi = \{\varphi_j(z)\}_{j=1}^\infty$ — последовательность выпуклых неотрицательных, зависящих от $|z|$ функций, определенных в $\mathbb{C}^n$ и удовлетворяющих условиям:

1) $\varphi_{j+1}(z) \le \varphi_j(z)$, $j = 1, 2, \dots$;

2) $\lim\limits_{|z|\to\infty} \frac{\varphi_j(z)}{|z|} = \infty$, $j = 1, 2, \dots$;

3) $\forall j$, $\forall z \in \mathbb{C}^n$.

Справедливы соотношения:

а) $\exists a_j > 0$, $b_j \ge 0$ такие, что

$$\varphi_j(z) - \varphi_{j+1}(z) \ge a_j|z| - b_j;$$

б) $\exists d_j > 0$, $c_j \ge 0$ такие, что

$$\varphi_j(z) - \varphi_{j+1}(z + \zeta) \ge -c_j, \ |\zeta| < d_j.$$

Отметим, что из приведенных выше условий 1,2 и 3 вытекают [7] следующие соотношения для двойственных по Юнгу функций $\{\varphi_j^*(\lambda)\}_{j=1}^\infty$:

1) $\varphi_j^*(\lambda) \le \varphi_{j+1}^*(\lambda)$;

2) $\lim\limits_{|\lambda|\to\infty} \frac{\varphi_j^*(\lambda)}{|\lambda|} = \infty$;

3) $\forall j$, $\forall \lambda \in \mathbb{C}^n$.

Справедливы неравенства:

$$\varphi_j^*(\lambda) - \varphi_{j+1}^*(\lambda) \ge d_j|\lambda| - c_j;$$

$$\varphi_{j+1}^*(\lambda + \zeta) - \varphi_j^*(\lambda) \ge -b_j,$$

$$|\zeta| \le a_j, \ j = 1, 2, \dots .$$

В работе [8] изучалось пространство $H_\Phi(\mathbb{C}^n)$ как проективный предел нормированных пространств

$$\Big\{ f(z) \in H(\mathbb{C}^n) : \|f\|_m = \sup_{\mathbb{C}^n} \frac{|f(z)|}{e^{\varphi_m(z)}} < \infty \Big\}.$$

Некоторые свойства этого пространства будут использованы ниже. Для нашей цели потребуется несколько иное пространство. Обозначим $H^m(\mathbb{C}^n \times [-m, m])$ — пространство функций класса $C^m(\mathbb{C}^n \times [-m, m])$, которые аналитичны в $\mathbb{C}^n$ для всякого $t \in [-m, m]$, и введем пространство $\mathcal{H}_\Phi$ как проективный предел нормированных пространств

$$\begin{aligned} \mathcal{H}_m = \{ g(z,t) \in H^m(\mathbb{C}^n \times [-m, m]) : \\ \forall \alpha = 1, 2, \dots, m, \ \exists c = c(g) : \\ \Big| \frac{\partial^\alpha}{\partial t^\alpha} g(z,t) \Big| \le c \exp[\varphi_m(z) + \varphi_0(\frac{t}{m})] \}. \end{aligned}$$

Здесь

$$\varphi_0(t) = \begin{cases} 0, & |t| \le 1; \\ \infty, & |t| > 1, \ t \in \mathbb{R}. \end{cases}$$

Лемма 1. *Пространство $\mathcal{H}_\Phi$ есть $\mathcal{F}$-пространство Шварца.*

Из леммы 1, в частности, следует рефлексивность $\mathcal{H}_\Phi$.

Лемма 2. *Система*

$$\{ e^{\langle \xi, z \rangle + \eta \cdot t}, \lambda = (\xi, \eta) \in \mathbb{C}^{n+1} \} \quad (2)$$

полна в пространстве $\mathcal{H}_\Phi$.

Доказательство. Достаточно показать, что система (2) полна в любом $\mathcal{H}_m$. Пусть $g(z,t) \in \mathcal{H}_m$. Как функцию t разложим ее в ряд Фурье на отрезке $[-m-1, m+1]$. Из известных оценок остаточного члена для рядов Фурье (см., например, [9]) следует, что построенный ряд Фурье будет сходиться к функции $g(z,t)$ по норме пространства $\mathcal{H}_m$. Осталось воспользоваться полнотой системы $e^{\langle \xi, z \rangle}$ в пространстве $H_\Phi(\mathbb{C}^n)$ [8]. □

Обозначим $\Phi^* = \{\varphi_j^*(z)\}_{j=1}^{\infty}$ и рассмотрим пространство P_{Φ^*}, равное индуктивному пределу нормированных пространств

$$P_{j,m} = \{\psi(\lambda) \in H(\mathbb{C}^{n+1}) :$$
$$|\psi(\lambda)| \le C_\psi (1 + |\eta|)^m e^{\varphi_j^*(\xi) + j|\mathrm{Re}\,\eta|}\}.$$

Замечание. Множество P_{Φ^*} в общем случае не является кольцом.

Теорема 1. *Преобразование Лапласа устанавливает топологический изоморфизм пространств $\mathcal{H}_\Phi^*$ и P_{Φ^*}.*

Топологию пространства P_{Φ^*} можно описать по-другому. Для этого обозначим через $\mathcal{K}$ множество всех непрерывных функций $k(\lambda)$, удовлетворяющих условию: для любых целых j и m имеет место асимптотическое неравенство

$$k(\lambda) \ge \exp[\varphi_j^*(\xi) + j|\mathrm{Re}\,\eta| + m \ln(1+|\eta|)].$$

Верно утверждение (см., например [10]): топология пространства P_{Φ^*} совпадает с локально-выпуклой топологией, задаваемой набором полунорм

$$\|\psi\|_k = \sup_{\mathbb{C}^{n+1}} \frac{|\psi(\lambda)|}{k(\lambda)}, k(\lambda) \in \mathcal{K}.$$

В множестве P_{Φ^*} выделим совокупность E функций $\psi(\lambda)$ вида $\xi^\alpha \cdot \exp(d \cdot \eta)$, $\alpha \in \mathbb{Z}_+^n$, $d \in \mathbb{R}$.

Лемма 3. *Множество линейных комбинаций функций из E плотно в P_{Φ^*}.*

Справедливость леммы вытекает из теоремы 1 и теоремы Хана-Банаха.

2. ИНТЕГРАЛЬНЫЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЯ РЕШЕНИЙ УРАВНЕНИЙ СВЕРТКИ

Пусть $F \in \mathcal{H}_\Phi^*$ и N — нулевое множество преобразования Лапласа F, т. е. $\hat{F}(\lambda)$. В пространстве $\mathcal{H}_\Phi$ рассмотрим уравнение свертки

$$F * y = 0. \qquad (3)$$

Множество решений уравнения (1) обозначим через W. Поскольку $\mathcal{H}_\Phi$ является $\mathcal{F}$-пространством Шварца, то [11] двойственное к W пространство топологически изоморфно фактор-пространству $\mathcal{H}_\Phi^* / W^\perp$, где $W^\perp$ — множество функционалов из $\mathcal{H}_\Phi^*$, ортогональных к W. Пусть I — множество преобразований Лапласа элементов из $W^\perp$. Тогда, очевидно, фактор-пространства $\mathcal{H}_\Phi^* / W^\perp$ и P_{Φ^*} / I топологически изоморфны.

Наложим на функционал F условие. Но предварительно рассмотрим пространство $C_{\Phi^*}(N)$ — индуктивный предел нормированных пространств

$$C_{p,m} = \{f(\lambda) \in C^0(N) :$$
$$|f(\lambda)| \le C_f (1 + |\eta|)^m e^{\varphi_j^*(\xi) + p|\mathrm{Re}\,\eta|}\},$$

($C^0(N)$ — множество непрерывных на N функций). Пусть S — оператор сужения функций из P_{Φ^*} на N; тогда $S(\psi) \in C_{\Phi^*}(N)$, $\forall \psi(\lambda) \in P_{\Phi^*}$. Очевидно, оператор S непрерывен.

Условие А. Множество N обладает интерполяционным свойством относительно пространства P_{Φ^*}. Это означает, что S устанавливает топологический изоморфизм между фактор-пространством P_{Φ^*} / I и некоторым замкнутым подпространством в $C_{\Phi^*}(N)$.

Замечание. Условие А гарантирует то, что множество I однозначно определяется многообразием N в следующем смысле: если $\psi(\lambda) \in P_{\Phi^*}$ и $\psi(\lambda)|_N = 0$, то $\psi(\lambda) \in I$.

Примерами оператора свертки, для которого соответствующий функционал удовлетворяет условию А, служат некоторые классы дифференциально-разностных операторов в пространстве $\mathcal{H}_\Phi$. Достаточно широкий класс функционалов с условием А можно выделить методами работы [12] в случае, когда P_{Φ^*} совпадает с кольцом вида $A_h(\mathbb{C}^{n+1}) = \{\psi(\lambda) \in H(\mathbb{C}^{n+1}) : |\psi(\lambda)| \le A_\psi \exp[B_\psi \cdot h(\lambda)]\}$, где $h(\lambda)$ — некоторая плюрисубгармоническая функция в $\mathbb{C}^{n+1}$ (подробнее см. работу [12]).

Теорема 2. *Пусть в уравнении (3) функционал F удовлетворяет условию А. Если $g(z,t) \in W$, то существуют мера μ и функция $k(\lambda) \in \mathcal{K}$ такие, что*

$$g(z,t) = \int_N \exp[\langle z, \xi \rangle + t \cdot \eta] \frac{d\mu}{k(\lambda)}, \qquad (4)$$

где N — нулевое множество $\hat{F}(\lambda)$.

Доказательство теоремы проводится по хорошо известной схеме, в основе которой лежит связь интерполяционной задачи и интегрального представления решений, например, однородных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами [12, 13].

Следствие. *Для $g(z,t)$ из (4) и любого $G \in \mathcal{H}^*_\Phi$ существует постоянная C, зависящая лишь от g, такая, что*

$$|(G,g)| \le C \max_N \frac{\hat{G}(\lambda)}{k(\lambda)}. \qquad (5)$$

3. ЕДИНСТВЕННОСТЬ ЗАДАЧИ КОШИ

Пусть нулевое множество преобразования Лапласа $\hat{F}(\lambda)$ функционала F из (3) содержит комплексные прямые в пространстве $\mathbb{C}^{n+1}$ вида

$$\{\lambda \in \mathbb{C}^{n+1} : \lambda = (\xi_0, \eta), \eta \in \mathbb{C}\}.$$

Тогда, как нетрудно видеть, функции

$$g(z,t) = \beta(t) \cdot \exp\langle \xi_0, z\rangle \qquad (6)$$

являются решениями уравнения (3) для любой функции $\beta(t) \in C^\infty(\mathbb{R})$. В связи с этим замечанием на функционал F необходимо наложить дополнительные ограничения.

Условие В. Нулевое множество функции $\hat{F}(\lambda)$ содержится в области вида

$$|\eta| \le \exp \Lambda(\xi), \qquad (7)$$

где $\Lambda(\xi)$ — некоторая положительная функция, зависящая от $|\xi|$.

Условие В исключает существование решений вида (6) уравнения (3). Однако, как необходимо отметить, это условие не исключает [6] существование решений вида $\beta(t)\cdot\alpha(z)$, где $\alpha(z) \in H_\Phi(\mathbb{C}^n)$, а $\beta(t)$ — произвольная функция из пространства $C^\infty(\mathbb{R})$. Последнее следует из того факта, что спектральный синтез в $\mathbb{C}^n, n \ge 2$ не имеет места [14].

Основной результат работы отвечает на вопрос: для каких функций $\Lambda(\xi)$ из (7) в пространстве $\mathcal{H}_\Phi$ имеется класс единственности задачи Коши для оператора свертки $F * y$?

Обозначим через $\nu(r)$ обратную функцию к функции $r = \Lambda(\xi)$ и введем семейство последовательностей

$$\ln M_p^m = \max_{r\ge 0}[pr - \varphi_m^*(\nu(r))],$$

$$p, m = 1, 2, \dots$$

Теорема 3. *Пусть функционал F удовлетворяет условиям А и В. Если для некоторого m класс $C(M_p^m)$ квазианалитичен, то имеет место единственность задачи Коши в классе $\mathcal{H}_\Phi$.*

Доказательство. Доказательство проводится известным методом [12; 13]. Пусть $g(z,t) \in \mathcal{H}_\Phi$ — решение уравнения (3) и $g(z,t) \equiv 0$, $t \le 0$. Возьмем функционал G, для которого $\hat{G}(\lambda) = \xi^\alpha \cdot \exp(d\cdot\eta)$, $\alpha \in \mathbb{Z}^n_+$, $d \in \mathbb{R}$, и покажем, что $(G,g) = 0$, $\forall\alpha \in \mathbb{Z}^n_+$, $\forall d \in \mathbb{R}$. Отсюда и из леммы 3 будет вытекать тождество: $g(z,t) \equiv 0$. По функционалу G построим семейство функционалов G_s, $0 \le s \le 1$, для которых $\hat{G}_s(\lambda) = \xi^\alpha \cdot \exp(d\cdot s\cdot\eta)$.

Введем теперь бесконечно дифференцируемую функцию на отрезке $0 \le s \le 1$:

$$l(s) = (G_s, g(z,t)).$$

Из представления (4) получаем

$$l^{(p)}(s) = \int_N \frac{\partial^p}{\partial s^p}\hat{G}_s(\lambda)\frac{d\mu}{k(\lambda)}. \qquad (8)$$

Заметим, что $l^{(p)}(0) = 0$, $p = 0, 1, \dots$. Последнее вытекает из тождества $g(z,t) \equiv 0$, $t \le 0$ и равенств

$$l^{(p)}(0) = \int_N \frac{\partial^p}{\partial s^p}[\hat{G}_s(\lambda)]|_{s=0}\frac{d\mu}{k(\lambda)} =$$

$$= \int_N d^p \cdot \eta^p \cdot \xi^\alpha \frac{d\mu}{k(\lambda)} =$$

$$= d^p \frac{\partial^p}{\partial t^p}\frac{\partial^{|\alpha|}}{\partial z^\alpha}[g(z,t)]|_{t=0} = 0,$$

$$p = 0, 1, \dots$$

Оценим теперь производные $l^{(p)}(s)$, $0 \leq s \leq 1$. В силу (8) и следствия из теоремы 2 для оценки $l^{(p)}(s)$ достаточно оценить величину $d^p \cdot \eta^p \cdot \xi^\alpha \cdot \exp(s \cdot d \cdot \eta)$, $0 \leq s \leq 1$. С учетом (7) получаем

$$|d^p \cdot \eta^p \cdot \xi^\alpha \cdot \exp(s \cdot d \cdot \eta)| \leq$$

$$\leq d^p \exp[p \cdot \Lambda(\xi) + d \cdot |\mathrm{Re}\,\eta| + C_0 \ln(1 + |\xi|)] \leq$$

$$\leq C \cdot d^p \cdot \exp[p \cdot \Lambda(\xi) + d \cdot |\mathrm{Re}\,\eta| +$$

$$+ C_0 \ln(1 + |\xi|) - \varphi_m^*(\xi)] \cdot k(\lambda) \leq$$

$$\leq C_1 \cdot d^p \cdot \exp[p \cdot \Lambda(\xi) - \varphi_m^*(\xi)] \cdot k(\lambda) \leq$$

$$\leq C_1 \cdot d^p \cdot k(\lambda) \cdot \exp[\max_{r \geq 0}(p \cdot \Lambda(\xi) - \varphi_m^*(\nu(r)))] =$$

$$= C_1 \cdot d^p \cdot M_p^m \cdot k(\lambda).$$

Таким образом, окончательно получаем оценку

$$|l^{(p)}(s)| \leq C_2 \cdot d^p \cdot M_p^m,$$

$$0 \leq s \leq 1,$$

где C_2 — некоторая постоянная. Так как $l^{(p)}(0) = 0$, $p = 0, 1, \ldots$, то в силу квазианалитичности класса $C(M_p^m)$ имеем $h(1) = (G, g) = 0$. □

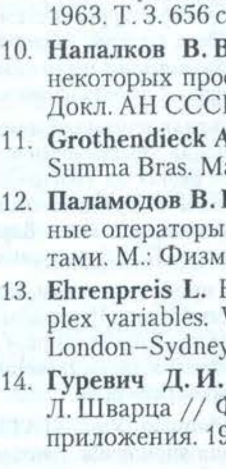
ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Итак, в данной работе исследована задача Коши для определенных классов уравнений в пространствах аналитических функций. Основной результат связан с известной теоремой Хольмгрена о единственности решения дифференциального уравнения при условии, что носитель решения принадлежит некоторому множеству. В работе [4] рассматривалась задача Коши для уравнений свертки в пространствах бесконечно дифференцируемых функций. Анализ результатов данной работы указывает на возможность исследования этим методом единственности задачи Коши в других функциональных пространствах.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Хермандер Л.** Линейные дифференциальные операторы с частными производными. М.: Мир, 1965. 379 с.
2. **Тихонов А. Н.** Теоремы единственности для уравнения теплопроводности // Мат. сб. 1935. Т. 42. № 2. С. 199–216.
3. **Täckling A.** Sur les classes quasianalytiques des solutions des equations aux derivées partielles du type parabolique // Nova Acta Soc. Upsaliensis. 1936. V. 10. P. 1–57.
4. **Berenstein C. A.** A uniqueness theorem for convolution operators // Comm. Pure Appl. Math. 1971. V. 24. P. 617–623.
5. **Berenstein C. A., Dostal M. A.** Analytically uniform spaces and their applications to convolution equations. Springer-Verlag, 1972.
6. **Berenstein C. A., Lesmes J.** The Caushy problem for convolution operators uniqueness // Michigan Math. J. 1979. V. 26, № 3. P. 333–349.
7. **Попенов С. В.** О весовых пространствах функций, аналитических в неограниченной выпуклой области. Деп. в ВИНИТИ, № 2092-85. 1985.
8. **Попенов С. В.** Об одном весовом пространстве целых функций // Исследования по теории аппроксимации функций. Уфа: БФАН СССР, 1986. С. 10–16.
9. **Фихтенгольц Г. М.** Курс дифференциального и интегрального исчисления. М.: Физматгиз, 1963. Т. 3. 656 с.
10. **Напалков В. В.** О сравнении топологий в некоторых пространствах целых функций // Докл. АН СССР. 1982. Т. 264, № 4. С. 827–830.
11. **Grothendieck A.** Sur les espaces (F) et (DF) // Summa Bras. Math. 1954. V. 3. P. 57–123.
12. **Паламодов В. П.** Линейные дифференциальные операторы с постоянными коэффициентами. М.: Физматгиз, 1967. 487 с.
13. **Ehrenpreis L.** Fourier analysis in several complex variables. Wiley-Interscience, New-York–London–Sydney, 1970.
14. **Гуревич Д. И.** Контрпримеры к проблеме Л. Шварца // Функциональный анализ и его приложения. 1975. Т. 9, № 2. С. 29–35.

ОБ АВТОРЕ



Напалков Валентин Васильевич, чл.-кор. РАН, дир. ИМ УНЦ РАН, проф., зав. каф. спец. глав математики УГАТУ. Дипл. математик (Горьковский гос. ун-т, 1964), д-р физ.-мат. наук (Мат. ин-т им. Стеклова, 1978). Исследования в области теории функций комплексного переменного и теории операторов свертки.

Зверев Г. Н. Основания теоретической информатики

В УГАТУ завершается выпуск серии учебных пособий по теоретической информатике, подготовленных профессором кафедры проектирования средств информатики Г. Н. Зверевым. Данный труд является в значительной степени уникальным, поскольку в нем впервые с единых методологических позиций описаны все виды моделей информационных и материально-информационных систем, объектов, процессов.

Издание рекомендовано УМО Минобразования России для студентов вузов, обучающихся по специальности САПР. Оно будет полезно магистрантам, аспирантам, инженерам, научным работникам в области информационных систем и технологий.

Серия издана в 1995–2000 гг. в форме отдельных выпусков, излагающих соответствующие разделы теоретической информатики:

1. **Элементы системологии.** Уфа: УГАТУ, 1995. 61 с. *Определение и место системологии в основаниях науки. Базис системологии. Виды систем и объектов. Знание и его виды. Форматика. Принципы, методы и законы системологии. Смежные области.*
2. **Теоретическая семиотика и лингвистика.** Уфа: УГАТУ, 1995. 31 с. *Критерий познания явлений. Характеристика семиотики. Знаки, знаковые ситуации, процессы и объекты. Дальнейшее уточнение понятия семиотики. Виды и свойства знаков. Знаковые системы, язык.*
3. **Логико-математический язык.** Уфа: УГАТУ, 1995. 64 с. *Языковая среда, логико-математический субъект. Логические модели мышления, понятие. Универсум понятий и их виды. Теория определений. Отношения между понятиями, П-сеть. Операции над понятиями, контодентовые алгебры. Адекватность и формализация истины. Языки логики и математики.*
4. **Математическая семантика.** Уфа: УГАТУ, 1997. 113 с. *Состояния и их структуры. Теория иерархических множеств. Универсум множеств. Отношения принадлежности и равенства. Операции и аксиомы теории множеств. Семантика математических бесконечностей. Иерархические модели и операции. Теория сомножеств. Функции и процессы. Теория реляционных объектов, связи и отношения. Математика как система.*
5. **Логическая семантика и дискретные аппроксимации.** Уфа: УГАТУ, 1997. 92 с. *Начала классической логики. Законы логики. Математизация логики. Алгебры классической логики и логические отношения. Троичные и четверичные логики. Обратные операции двоичной и троичной логики. Частотная логика и алгебра. Размытые логики.*
6. **Морфология и алгоритмика — структуры систем и процессов.** Уфа: УГАТУ, 1997. 121 с. *Структурная семантика. Структурные модели систем. Абстрактные структуры. Структурные свойства и отношения. Структурная алгебра. Алгоритмика процессов и управляющие структуры. Меры сложности систем и процессов. Размытые структурные модели систем и процессов.*
7. **Индефинитика — теория неопределенностей и мер информации.** Уфа: УГАТУ, 1997. 121 с. *Неопределенность. Индефиниция. Информация. Возникновение теории. Неопределенность и ее счетная мера. Разрешающая способность, частость и редкость. Неопределенность дискретного распределения, частотные меры разнообразия. Метрические меры неопределенности и связь их с частотными мерами. Меры неопределенностей составных информационных объектов. Вариативные и точностные (адеквативные) меры информации. Модели неопределенностей. Преобразования неопределенностей.*
8. **Сенфорика в исследовании, проектировании, преобразовании реальности.** Уфа: УГАТУ, 1999. 132 с. *Сенфоры. О месте и задачах сенфорики. Принципы и постулаты сенфорики. Сенсорика. Сенсорные шкалы, теория величин. Начала сенсорики, формализация мысленных экспериментов. Сенсорные преобразования, целевой оператор. Парные сравнения, ранжирование и арифметизация шкал. Модели сенсорных преобразований. Свойства сенсоров. Основы реворики.*
9. **Дискретно-непрерывная сенфорика.** Уфа: УГАТУ, 1999. 204 с. *Простейшая непрерывная модель. Случай точной априорики. Искаженная априорика. Квазиоптимальные решения. Квазиоптимальность косвенных наблюдений. Многомерные линейные модели. Размытые линейные модели. Косвенное обращение, нелинейные связи. Бесконечномерные объекты, прямая и обратная фильтрация сигналов. Аппроксимация-интерполяция, численное интегрирование-дифференцирование. Модель вычислителя. Элементарная дискретная модель. Иерархические разбиения, покрытие, накрытие. Оптимальные дискретные решения. Субоптимальные дискретные решения. Корреляционная логика.*

Готовится к выпуску

10. **Иерархические материально-информационные системы.** Уфа: УГАТУ. 100 с. *Семантика анализа-синтеза материальных иерархий. Полюсники и структурный базис POCKIRT. Ролевой fsr-базис структурно-параметрических моделей. Пробная декомпозиция материальной реальности. Фундаментальные эксперименты и полюсно-узовая форма законов природы. Абстрактная семантика физических параметров полюсных и узовых состояний. Модели абстрактных полюсников и их обобщенные парметры. Композиция материальных систем, узловые законы Кирхгофа. Линейные полюсники, структурные формулы. Алгебра линейных полюсников. Многомерная структурная свертка материальных полюсников. Информационные основания физики. Информационно-материальные полюсники. Прямые и обратные задачи системодинамики. Структурная свертка fsr-полюсников.*

По вопросу приобретения изданий обращаться на кафедру ПСИ.