

УДК 539.3

## ИЗГИБ ГИБКОГО ТРУБОПРОВОДА

М. А. ИЛЬГАМОВ,\* Р. Г. ЯКУПОВ\*\*

\*Академия наук Республики Башкортостан  
Тел: (3472) 22 12 05 E-mail: ilgamov@anrb.ru\*\*Факультет авиационных двигателей УГАТУ  
Тел: (3472) 51 16 27

Исследуется сильный изгиб пролета трубопровода при подъеме внешней сосредоточенной силой. Учитываются собственные веса трубы и транспортируемой жидкости, силы, обусловленные давлением и скоростью движения жидкости, а также осевое перемещение участков трубопровода, находящихся в грунте. Дается параметрический анализ, в частности, сравнение результатов по линейной и нелинейной теориям

*Сильный изгиб; трубопровод; грунт*

## ВВЕДЕНИЕ

Теория сильного изгиба гибкого невесомого стержня сосредоточенными силами и моментами рассматривается во многих работах. Наиболее полное ее изложение содержится в монографиях [1, 2]. К самым последним исследованиям в этом направлении можно отнести работы [3, 4]. Статика и динамика трубопроводов и гибких шлангов с протекающей жидкостью изложена в [5]. В [6] приведены результаты теоретических и экспериментальных исследований влияния внутреннего давления на изгиб трубы.

## 1. ФОРМУЛИРОВКА ЗАДАЧИ

Трубопровод радиусом срединной поверхности  $R$  и толщиной стенки  $h$  на длине пролета  $L - 2X_0$  не соприкасается с грунтом, а на участках  $-\infty < X < X_0$ ,  $L - L_0 < X < \infty$  заземлен грунтом с возможностью перемещения в осевом направлении (рис. 1). Радиус  $R$  принимается малым по сравнению с длиной  $L$ . При отклонении пролета трубопровода от горизонтального положения его подземные части остаются прямолинейными, но в них возникают осевые перемещения и соответственно продольные распределенные силы сопротивления грунта, равнодействующую которых в сечении  $s = 0$  (или  $X = X_0$ ) обозначим  $T_0$ . По трубопроводу протекает

жидкость удельным весом  $\gamma$  под давлением  $p$  и со скоростью  $V$ . Давление  $p$  поддерживается постоянным на уровне  $Y = 0$ .

В сечении  $X = L/2$  к трубопроводу прикладывается статическая сосредоточенная сила  $P$ , под действием которой происходит подъем пролета. Сила  $T(0)$  зависит от физико-механических характеристик грунта, горизонтального смещения трубопровода, обусловленного его изгибом, и определяется в процессе решения. В отсутствии внешней силы  $P$  пролет изгибается под действием собственного веса и веса содержащейся в нем жидкости (прогиб направлен в сторону положительной оси  $y$ , рис. 1). Рассматривается такой изгиб, когда возникают большие прогибы, но материал остается в пределах упругости.

Для решения поставленной выше задачи применяется система уравнений относительно угла поворота сечения, эйлеровых координат точки упругой линии, внутренних силовых факторов. Эта система получена в предположении, что изгиб происходит в упругой области, упругая линия нерастяжима, поперечное сечение трубы не деформируется, остается плоским и перпендикулярным к упругой линии, протекающая жидкость идеальна и несжимаема. Учитывается изменение гидростатического давления в зависимости от уровня участка трубы в результате ее изгиба [7]. Ниже считаем, что в подземной части

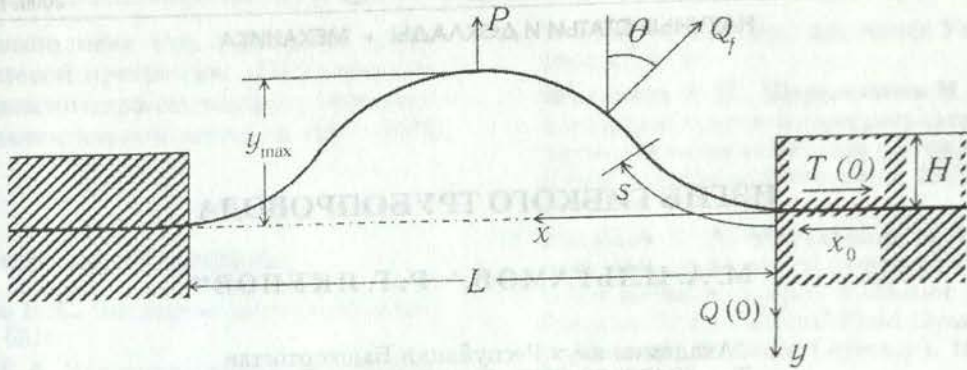


Рис. 1

трубопровода возникают деформации растяжения, но нет изгиба.

Ниже используются безразмерные величины:

$$\begin{aligned} \epsilon &= \frac{GL^3}{D}; & \epsilon_\gamma &= \frac{\gamma FL^3}{D}; & \epsilon_p &= \frac{pFL^2}{D}; \\ \epsilon_V &= \frac{\rho V^2 FL^2}{D}; & p &= \frac{PL^2}{D}; & q_f &= \frac{Q_f L^3}{D}; \\ q &= \frac{QL^2}{D}; & t &= \frac{TL^2}{D}; & m &= \frac{ML}{D}; \\ s &= \frac{S}{L}; & x &= \frac{X}{L}; & y &= \frac{Y}{L}; \\ \beta &= \frac{L^2}{2D} \sqrt{EF_0 L t_*}, \end{aligned}$$

где  $G$ ,  $D$  — вес трубы единичной длины и жесткость на изгиб;  $E$  — модуль упругости материала трубы;  $\rho$  — плотность жидкости;  $F$ ,  $F_0$  — площади поперечного сечения жидкости и трубы;  $Q$ ,  $T$ ,  $M$  — перерезывающая и продольная силы; изгибающий момент в поперечном сечении трубопровода;  $t_*$  — предельное сопротивление грунта продольным перемещениям трубопровода единичной длины;  $S$  — лагранжева координата;  $X$ ,  $Y$  — эйлеровы координаты точки упругой линии.

Сила  $Q_f$  на трубопровод со стороны жидкости, обусловленная ее весом, давлением и скоростью движения, также углом поворота и кривизной упругой линии, определяется по формуле [7]

$$Q_f = \frac{D}{L^3} q_f; \quad q_f = -\epsilon_\gamma \cos \theta + (\epsilon_p + \epsilon_V + \epsilon_\gamma y) \left( \frac{d\theta}{ds} \right), \quad (1)$$

где  $\theta$  — угол между касательной к упругой линии трубопровода и горизонтальной осью. Осевая сила на трубопровод  $T(0)$  в сечениях  $x = x_0$ ;  $1 - x_0$  зависит от горизонтального

смещения конца трубопровода  $X_0$ . Эта зависимость имеет вид [8]

$$X_0 = \frac{1}{2EF_0} \left[ \frac{(T(0) - T_0)^2}{t_*} + \frac{t_* EF_0}{2\pi RC_{x_0}} \right], \quad (2)$$

где  $t_* = (G + \gamma F + 8\gamma_g C_h \pi R^2) \operatorname{tg} \varphi + 1, 2\pi RC_g$ ,  $\varphi$ ,  $\gamma_g$  — угол внутреннего трения и объемный вес грунта;  $C_h$  — коэффициент, учитывающий образование свода обрушения, зависит от отношения высоты засыпки  $H$  над трубопроводом к его диаметру;  $C_g$  — коэффициент, учитывающий необратимую часть сцепления грунта по периметру трубы;  $C_{x_0}$  — обобщенный коэффициент касательного сопротивления грунта;  $T_0$  — продольная растягивающая сила, вызванная окружными деформациями под действием внутреннего давления  $p$ . Величины  $C_h$ ,  $C_g$ ,  $C_{x_0}$  зависят от вида грунта и приведены в [8] в виде графиков и таблиц. При написании формулы (4) в связи с тонкостенностью трубопровода наружная поверхность отождествлена со срединной поверхностью. Выражение (4) получено для полубесконечного трубопровода. Так как рассматривается трубопровод бесконечной длины, содержащий жидкость под давлением, а пролет нерастяжим, то на горизонтальных участках трубопровода под действием давления  $p$  осевые смещения не возникают. Поэтому в последующем в формуле (4) принимаем  $T_0 = 0$ .

Разрешающее уравнение задачи имеет вид [7, 9]

$$\frac{d^2 \theta}{ds^2} - [a - h(s)] \sin \theta + [b - \epsilon s + g(s)] \cos \theta = 0. \quad (3)$$

Здесь  $a$  и  $b$  — константы; при наличии сосредоточенных сил — кусочно-постоянные функции, которые определяются из граничных

условий с использованием выражений

$$\begin{aligned} a &= t \cos \theta + q \sin \theta + h(s), \\ b &= t \sin \theta - q \cos \theta - g(s) + \varepsilon s - \varepsilon_p H(s), \end{aligned} \quad (4)$$

а функции  $h(s)$ ,  $g(s)$  и  $H(s)$  — по формулам

$$\begin{aligned} h(s) &= \int_0^s q_f \sin \theta ds; \\ g(s) &= \int_0^s q_f \cos \theta ds; \\ H(s) &= \begin{cases} 0 & \text{при } 0 \leq s \leq 1/2, \\ 1 & \text{при } 1/2 < s \leq 1. \end{cases} \end{aligned} \quad (5)$$

Задача имеет геометрическую и силовую симметрию. Поэтому интегрирование производится в диапазоне  $0 \leq s \leq 1/2$  и в последующем принимается  $H(s) = 0$ .

Связь между безразмерными лагранжевыми и эйлеровыми координатами записывается в форме

$$x = \int_0^s \cos \theta ds + c, \quad y = \int_0^s \sin \theta ds + d, \quad (6)$$

где  $c$  и  $d$  — постоянные интегрирования, определяемые из кинематических граничных условий. Используя соотношения (6), можно построить форму упругой линии трубопровода.

Приведенные уравнения могут быть использованы для решения задач сколь угодно сильного изгиба прямолинейного гибкого трубопровода в одной плоскости, когда перемещения сравнимы с длиной упругой линии.

При известном угле  $\theta$  поворота сечения трубопровода безразмерный изгибающий момент, поперечная и продольная силы определяются по формулам

$$\begin{aligned} m &= \frac{d\theta}{ds}, \quad q(s) = \frac{d^2\theta}{ds^2}, \\ t(s) &= [a - h(s)] \cos \theta + [b - \varepsilon s + g(s)] \sin \theta. \end{aligned} \quad (7)$$

Граничные условия задачи имеют вид

$$y = 0, \quad \theta = 0, \quad t = t(0) \quad (s = 0; 1). \quad (8)$$

## 2. РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ

Приведенная выше система нелинейных уравнений не имеет решения в замкнутой форме. Поэтому определим приближенное решение ее с помощью метода Бубнова-Галеркина.

Задаем функцию  $\theta(s)$  в виде

$$\theta = \theta_0 \sin 2\pi s + \theta_1 \sin 4\pi s + \dots, \quad (9)$$

удовлетворяющем условиям (8) относительно  $\theta$ . Принимаем в дальнейшем, что максимальное значение  $\theta_0$  не превышает 0,5 радиан, и используем разложение

$$\sin \theta = \theta - \frac{1}{6}\theta^3, \quad \cos \theta = 1 - \frac{1}{2}\theta^2. \quad (10)$$

Такое приближение удовлетворительно при значениях прогибов и углов поворота, характерных при подъемных работах с трубопроводными системами [8]. Подставляя разложения (10) и функцию (9) в формулы (6), после интегрирования имеем

$$\begin{aligned} x &= s - \frac{\theta_0^2}{4} \left( s - \frac{1}{4\pi} \sin 4\pi s \right) - \\ &\quad - \frac{\theta_0 \theta_1}{3\pi} \sin^3 2\pi s + c, \end{aligned} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} y &= \frac{\theta_0}{2\pi} (1 - \cos 2\pi s) + \frac{\theta_1}{4\pi} (1 - \cos 4\pi s) - \\ &\quad - \frac{\theta_0^2 \theta_1}{8\pi} \sin^4 2\pi s + \\ &\quad + \frac{\theta_0^3}{12\pi} \left( \cos 2\pi s - \frac{1}{3} \cos^3 2\pi s - \frac{2}{3} \right) + d. \end{aligned} \quad (12)$$

Вследствие симметричности задачи  $x(s=1) = 1 - x_0$ , где  $x(0) = x_0$ . Тогда с помощью граничных условий (8) из (9) и (10) находим  $c = x_0 = \theta_0^2/8$ ,  $d = 0$ . В частности, наибольшие значения горизонтального смещения и прогиба в принятом приближении равны

$$\begin{aligned} x_{\max} &= x_0 = \frac{\theta_0^2}{8}, \\ y_{\max} &= y \left( s = \frac{1}{2} \right) = \frac{\theta_0}{\pi} \left( 1 - \frac{\theta_0^2}{9} \right). \end{aligned} \quad (13)$$

Должно соблюдаться неравенство

$$\varepsilon_p + \varepsilon_\gamma y_{\max} > 0.$$

Обозначим реакцию грунта по оси  $y$  в сечении  $s = 0$  через  $Q(0)$ . Ее определяем, проецируя силы, действующие на половину длины пролета, на вертикальную ось. Имеем

$$Q(0) = \frac{P}{2} - \frac{GL}{2} + \int_0^{L/2} Q_f \cos \theta dS.$$

С помощью разложения (10) и функции (9) производим интегрирование и после приведения к безразмерной форме получаем

$$q(0) = \frac{Q(0)L^2}{D} = \frac{1}{2}(\varepsilon_P - \varepsilon - \varepsilon_\gamma). \quad (14)$$

В последующем в соотношениях слагаемые, содержащие  $\theta_0$  в степени выше третьей и  $\theta_1$  в степени выше первой, отбрасываем, но оставляем слагаемые, содержащие произведения  $\theta_1\theta_0$  и  $\theta_1\theta_0^2$ .

Выражения (7) для функций  $g$  и  $h$  имеют вид

$$g(s) = -\varepsilon_\gamma s + \frac{\varepsilon_\gamma \theta_0^2}{2\pi} \left( \sin 2\pi s - \frac{1}{2} \sin 4\pi s \right) + \frac{\varepsilon_\gamma \theta_0 \theta_1}{2\pi} \left( \frac{1}{4} \sin 2\pi s + \sin 4\pi s - \frac{3}{4} \sin 6\pi s \right) + (\varepsilon_P + \varepsilon_V) \left( \theta_0 \sin 2\pi s + \theta_1 \sin 4\pi s - \frac{\theta_0^3}{6} \sin^3 2\pi s - \frac{\theta_0^2 \theta_1}{2} \sin^2 2\pi s \sin 4\pi s \right);$$

$$h(s) = \frac{\varepsilon_\gamma \theta_0}{2\pi} (\cos 2\pi s - 1) - \frac{\varepsilon_\gamma \theta_1}{2\pi} \sin^2 2\pi s + \frac{\varepsilon_\gamma \theta_0^2 \theta_1}{4\pi} \left( \cos 2\pi s + \frac{1}{4} \cos 4\pi s - \cos 6\pi s + \frac{7}{16} \cos 8\pi s + 2 \sin^4 2\pi s - \frac{11}{16} \right) + \varepsilon_\gamma \theta_0^3 \left( \frac{1}{18\pi} - \frac{1}{3\pi} \cos 2\pi s + \frac{1}{4\pi} \sin^2 2\pi s + \frac{5}{18\pi} \cos^3 2\pi s \right) + (\varepsilon_P + \varepsilon_V) \times \left( \frac{\theta_0^2}{2} \sin^2 2\pi s + 2\theta_0 \theta_1 \sin^2 2\pi s \cos 2\pi s \right). \quad (15)$$

Используя первое соотношение (11) и принимая  $T_0 = 0$ , из выражения (4) находим

продольную силу в сечении  $s = 0$ :

$$T(0) = \sqrt{\frac{EF_0 L t_*}{4} \left( 1 - \frac{2t_*}{\pi RC_{x0} L \theta_0^2} \right)} \cdot \theta_0. \quad (16)$$

Для всех видов мягких грунтов и диаметров трубопроводов второе слагаемое в скобке под радикалом в (16) весьма мало по сравнению с единицей. Пренебрегая этой величиной, после приведения к безразмерной форме получим

$$t(0) = \begin{cases} +\beta \theta_0, & \theta_0 > 0, \\ -\beta \theta_0, & \theta_0 < 0. \end{cases} \quad (17)$$

Заметим, что при решении задачи о подъеме трубопровода из нижнего положения до горизонтального, которую назовем первой частью задачи, используется первое выражение (17). Если решается задача о подъеме пролета выше от горизонтального положения, которая представляет вторую часть задачи, то используем второе выражение (17). В горизонтальном положении трубопровода реакция грунта и соответственно сила  $t(0)$  равны нулю.

С помощью граничных условий (8), соотношений (12) и (15), из выражений (6) находим с принятой точностью

$$a = t(0) = \begin{cases} +\beta \theta_0, & \theta_0 > 0, \\ -\beta \theta_0, & \theta_0 < 0, \end{cases} \quad (18)$$

$$b = -q(0) = \frac{1}{2}(\varepsilon + \varepsilon_\gamma - \varepsilon_P).$$

Применим к уравнению (5) процедуру Бубнова-Галеркина с учетом выражений (9), (10), (15) и (18). Так как имеется геометрическая и силовая симметрия задачи, то интегрирование производим в пределах половины длины трубопровода. В результате приходим к системе алгебраических уравнений для  $\theta_0$  и  $\theta_1$ :

$$\frac{\pi(\varepsilon_P + \varepsilon_V)}{8} \theta_0^3 - \frac{\theta_0^2}{3} (2\varepsilon_P - \varepsilon - \varepsilon_\gamma \mp 3\pi\beta_1) + \frac{3}{16} (\varepsilon + \varepsilon_\gamma) \theta_0 \theta_1 + \pi(4\pi^2 - \varepsilon_P - \varepsilon_V) \theta_0 + (2\varepsilon_P - \varepsilon - \varepsilon_\gamma) = 0,$$

$$\theta_1 = (\varepsilon + \varepsilon_\gamma) \left(1 - \frac{3}{16}\theta_0^2\right) \times \\ \times \left\{ 2\pi(\varepsilon_p + \varepsilon_V) \left(\frac{\theta_0^2}{4} - 1\right) + \right. \\ \left. + 2\theta_0 \left[ \pm\pi\beta + \frac{8}{15}(\varepsilon + \varepsilon_\gamma - 2\varepsilon_p) \right] + 32\pi^3 \right\}^{-1}. \quad (19)$$

В связи с описанием силы  $t(0)$  в виде (14) в (18) и последующих формулах перед слагаемым, содержащим коэффициент  $\beta$ , появляется двойной знак. Если рассматривается первая часть задачи, то следует брать верхний знак, в случае второй части задачи — нижний знак. Во втором уравнении (18) слагаемые, содержащие  $\theta_0^2$  в круглой скобке в числителе и знаменателе, малы по сравнению с единицей. Пренебрегая этими слагаемыми, имеем

$$\theta_1 = (\varepsilon + \varepsilon_\gamma) \left\{ 2\pi(16\pi^2 - \varepsilon_p - \varepsilon_V) + \right. \\ \left. + 2 \left[ \pm\pi\beta + \frac{8}{15}(\varepsilon + \varepsilon_\gamma - 2\varepsilon_p) \right] \theta_0 \right\}^{-1}. \quad (20)$$

Первое слагаемое в знаменателе (19) весьма мало по сравнению с коэффициентом при  $\theta_0$ . Для упрощения решения задачи этим слагаемым пренебрегаем и получаем

$$\theta_1\theta_0 = \frac{(\varepsilon + \varepsilon_\gamma)}{2 \left[ \pm\pi\beta + \frac{8}{15}(\varepsilon + \varepsilon_\gamma - 2\varepsilon_p) \right]}. \quad (21)$$

Подставляя (20) в первое уравнение (18), приходим к алгебраическому уравнению для  $\theta_0$

$$\alpha_1\theta_0^3 + \alpha_2\theta_0^2 + \alpha_3\theta_0 + \alpha_4 + \alpha_5 = 0, \quad (22)$$

где

$$\alpha_1 = \frac{\pi}{8}(\varepsilon_p + \varepsilon_V),$$

$$\alpha_2 = -\frac{1}{3}(2\varepsilon_p - \varepsilon - \varepsilon_\gamma \mp 3\pi\beta),$$

$$\alpha_3 = \pi(4\pi^2 - \varepsilon_p - \varepsilon_V),$$

$$\alpha_4 = 2\varepsilon_p - \varepsilon - \varepsilon_\gamma,$$

$$\alpha_5 = \frac{3(\varepsilon + \varepsilon_\gamma)^2}{32 \left[ \pm\pi\beta + \frac{8}{15}(\varepsilon + \varepsilon_\gamma - 2\varepsilon_p) \right]}.$$

Рассмотрим некоторые частные случаи. Для трубопровода, не содержащего жидкость,

в выражениях (12), (15), (17) и (18) следует принять  $\varepsilon_\gamma = \varepsilon_p = \varepsilon_V = 0$ . Если давление в жидкости  $p$  и скорость движения  $V$  равны нулю, то вместо (22) получаем квадратное уравнение. Тогда величина  $\theta_0$  определяется из выражения

$$(\theta_0)_{1,2} = \frac{-\alpha_3 \pm \sqrt{\alpha_3^2 - 4\alpha_2(\alpha_4 + \alpha_5)}}{2\alpha_2}.$$

Оставляя в первом выражении (18) два последних слагаемых и принимая в знаменателе в (19) слагаемое, содержащее  $\theta_0$ , равным нулю, получаем формулы для  $\theta_0$  и  $\theta_1$  в линейной задаче:

$$\theta_0 = -\frac{\alpha_4}{\alpha_3} = -\frac{2\varepsilon_p - \varepsilon - \varepsilon_\gamma}{\pi(4\pi^2 - \varepsilon_p - \varepsilon_V)}, \quad (23)$$

$$\theta_1 = \frac{\varepsilon + \varepsilon_\gamma}{2\pi(16\pi^2 - \varepsilon_p - \varepsilon_V)}.$$

Как видно из (23), в случае линейной задачи с приближением значения суммы  $\varepsilon_p + \varepsilon_V$  к величине  $4\pi^2$  угол  $\theta_0$  стремится к бесконечности. Принимая ( $\varepsilon_p + \varepsilon_V = 4\pi^2$ ) и переходя к размерным величинам, запишем:

$$p + \rho V^2 = \frac{4\pi^2 D}{FL^2}. \quad (24)$$

Выражение (24) представляет собой критическое значение комбинации давления  $p$  и скорости течения  $V$  жидкости. Труба, защемленная на концах, при  $V = 0$  и давлении жидкости  $p = 4\pi^2 EJ/FL^2$  теряет устойчивость по Эйлеру [10].

Продольную силу определяем по формуле (7) с учетом (10), (15) и (17)

$$t(s) = \pm\beta\theta_0 + \frac{\varepsilon_\gamma\theta_0}{\pi} \sin^2 \pi s + \\ + \left[ (\varepsilon + \varepsilon_\gamma) \left( \frac{1}{2} - s \right) - \frac{\varepsilon_p}{2} \right] \left( \theta_0 \sin 2\pi s + \right. \\ \left. + \theta_1 \sin 4\pi s - \theta_0^2\theta_1 \sin^3 2\pi s \cos 2\pi s - \right. \\ \left. - \frac{\theta_0^3}{2} \sin^3 2\pi s \right) + \frac{\varepsilon_\gamma\theta_1}{2\pi} \sin^2 2\pi s + \\ + (\varepsilon_p + \varepsilon_V) \left( 2\theta_1 \cos 2\pi s + \frac{\theta_0}{2} \right) \theta_0 \sin^2 2\pi s - \\ - \frac{\varepsilon_\gamma\theta_0^2\theta_1}{8\pi} \sin^4 2\pi s - \beta\theta_0^2\theta_1 \sin^2 2\pi s \sin 4\pi s \mp \\ \mp \frac{\beta\theta_0^3}{2} \sin^2 2\pi s - \\ - \frac{\varepsilon_\gamma\theta_0^3}{2\pi} \left( \frac{1}{9} - \frac{1}{8} \cos 2\pi s + \frac{1}{72} \cos 6\pi s \right). \quad (25)$$

## 3. ЧИСЛЕННЫЙ ПРИМЕР

Определим деформации и напряжения в стальном трубопроводе, имеющем наружный диаметр и толщину стенки соответственно 10,2 см, 0,2 см и уложенном на глубине  $H = 1$  м до верхней образующей в грунты-суглинки со следующими физико-механическими характеристиками: объемный вес  $\gamma_g = 0,0143$  Н/см<sup>3</sup>, угол внутреннего трения  $\varphi = 11^\circ$ , удельное сцепление  $C_g = 0,01$  мПа, обобщенный коэффициент касательного сопротивления  $C_{x0} = 0,026$  мПа/см,  $C_h = 0,75$ . Модуль упругости материала трубы  $E = 2 \cdot 10^5$  мПа, предел текучести  $\sigma_T = 340$  мПа [11]. Принимаем, что расстояние между опорами  $L = 50$  м, по трубе течет жидкость плотностью  $\rho = 100$  кг·с<sup>2</sup>/м<sup>4</sup> под давлением  $p = 0,15$  мПа, скорость течения  $V = 3$  м/с.

Значения  $\theta_0$  определены из численного решения уравнения (22). При известных величинах  $\theta_0$  параметр  $\theta_1$  находим с помощью выражения (20). Графики зависимости  $\theta_0(\varepsilon_p)$  и  $\theta_1(\varepsilon_p)$  приведены на рис. 2. Сплошные кривые относятся к трубе, содержащей жидкость, штриховые — к трубе без жидкости. Влияние давления жидкости и скорости течения на угол поворота мало. Эти графики весьма близки к сплошным кривым и не приведены. Наклонные тонкие прямые представляют графики  $\theta_0$  из решения линейной задачи. В принятом приближении в линейной задаче величина  $\theta_1$  от внешней силы непосредственно не зависит.

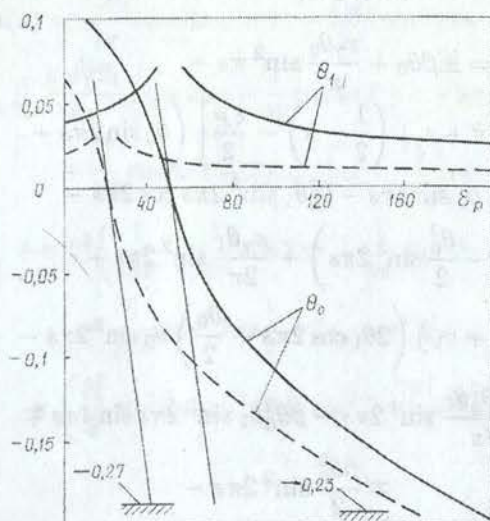


Рис. 2

Сопrotивление грунта на осевое перемещение конечных сечений велико, и в трубе возникают значительные осевые силы. Поэтому используем условие прочности в произвольном сечении  $s$  трубы, записанное с учетом продольной силы:

$$\left| \frac{t(s)}{2L} \right| + \left| \frac{m(s)}{R} \right| \leq \frac{\pi R h L \sigma_T}{D}. \quad (26)$$

В сечении  $s = 0,5$  продольная сила и изгибающий момент равны

$$t(0,5) = \pm \beta \theta_0 + \frac{\varepsilon_p \theta_0}{\pi} \left( 1 - \frac{\theta_0^2}{9} \right); \quad (27)$$

$$m = -2\pi \theta_0 \left( 1 - 2 \frac{\theta_1}{\theta_0} \right).$$

Подставляя в условие прочности (26) выражения (27) и пренебрегая величинами, малыми по сравнению с единицей, находим предельный угол поворота для верхнего положения трубопровода

$$[\theta_0] = -\frac{\sigma_T L}{ER^2} / \left( \frac{\beta}{2L} + \frac{\varepsilon_p}{2\pi L} + \frac{2\pi}{R} \right). \quad (28)$$

Значения  $[\theta_0]$  по формуле (28) отмечены на графиках  $\theta_0(\varepsilon_p)$  горизонтальной черточкой со штриховкой и там же приведены их числовые значения. Как видно из рисунка, в области  $\theta_0 < 0$  с увеличением  $\varepsilon_p$  параметр  $|\theta_0|$  возрастает,  $\theta_1$  убывает. При значениях  $\theta_0$ , равных предельным, величина  $\theta_1$  меньше  $|\theta_0|$  на порядок и более. В крайнем нижнем положении трубопровода отношение параметров  $\theta_1/\theta_0$  равно 0,35.

Критическое значение комбинации давления и скорости течения жидкости ( $p + \rho V^2$ ) равно 0,32. Закритическое поведение трубопровода здесь не рассматриваем.

Численный анализ выражения (25) показывает, что продольная сила зависит от  $s$  незначительно, и с большой точностью можно принять

$$t(s) = t(0) = \begin{cases} +\beta \theta_0, & \theta_0 > 0, \\ -\beta \theta_0, & \theta_0 < 0. \end{cases}$$

На рис. 3 приведены графики изменения прогиба  $y$  в сечении  $s = 0,5$  трубы в зависимости от безразмерной внешней силы  $\varepsilon_p$ . Прямая 1 соответствует линейной теории, кривая 2 — нелинейной. Как видно, линейная теория дает завышенные значения прогиба и погрешности линейной теории зависят от положения трубы над горизонтальной осью.

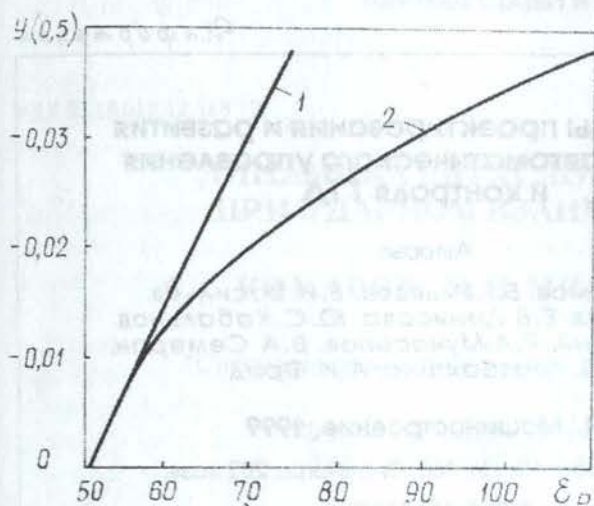


Рис. 3

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Результаты могут быть использованы при проектировании новых технологий прокладки или ремонта магистральных трубопроводов.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Попов Е. П. Нелинейные задачи статики тонких стержней. М.-Л.: Наука, 1948. 170 с.
2. Попов Е. П. Теория и расчет гибких упругих стержней. М.: Наука, 1986. 296 с.
3. Jounis C. J., Panayotounakos D. E. Elastica of an axially loaded column/footing system resting on elastic base // Int. J. Non-Linear Mechanics. 1993. V. 28. No. 6. P. 737-751.
4. Астапов Н. С., Корнев В. М. Выпучивание эксцентрично сжатого упругого стержня // Прикладная механика и техническая физика. 1996. Т. 37, № 2. С. 162-169.

5. Светлицкий В. А. Механика трубопроводов и шлангов. М.: Машиностроение, 1982. 280 с.
6. Tang D. M., Pgamov M. A., Dowell E. N. Buckling and postbuckling behaviour of a pipe subjected to internal pressure // J. of Applied Mechanics. 1995. V. 62. P. 595-600.
7. Ильгамов М. А. Уравнения сильного изгиба сверхпроводящего кабеля // Доклады Академии наук. 1996. Т. 348, № 6. С. 764-767.
8. Айнбиндер А. Б., Камерштейн А. Г. Расчет магистральных трубопроводов на прочность и устойчивость. М.: Недра, 1982. 342 с.
9. Pgamov M. A., Ratrouf R. A. Large deflection of superconducting cable // Int. J. of Non-Linear Mechanics. 1999. V. 34/5. P. 869-880.
10. Феодосьев В. И. Избранные задачи и вопросы по сопротивлению материалов. М.: Наука, 1953. 238 с.
11. Справочное руководство по нефтепромышленным трубам / И. С. Пивоваров и др. М.: Недра, 1967. 576 с.

## ОБ АВТОРАХ



**Ильгамов Марат Аксанович**, профессор, чл.-кор. РАН, вице-президент АН РБ. Дипл. инженер-механик (УАИ, 1957), д-р физ.-мат. наук по прочности и пластичности (КГУ, Казань, 1970). Исследования в области механики твердого деформируемого тела, аэроупругости.



**Якупов Радик Гиззатович**, профессор кафедры сопротивления материалов УГАТУ. Дипл. инженер-механик (УАИ, 1958), д-р техн. наук по прочности и пластичности (ЛПИ, 1984). Исследования в области механики твердого деформируемого тела, аэроупругости.



## Проблемы проектирования и развития систем автоматического управления и контроля ГТД

Авторы:

С.Т.Кусимов, Б.Г.Ильясов, В.И.Васильев,  
С.С.Валеев, Е.В.Денисова, Ю.С.Кабальнов,  
В.Г.Крымский, Р.А.Мунасыпов, В.А.Семеран,  
Л.Б.Уразбахтина, А.И.Фрид

М.: Машиностроение, 1999

609 с. Табл. 18. Ил. 166. Библиогр.: 282 назв.

ISBN 5-217-02970-6

В монографии рассмотрены актуальные проблемы построения систем автоматического управления и контроля авиационных газотурбинных двигателей. Изложены современные подходы к анализу, синтезу и технической реализации данного класса систем, ориентированные на использование новых информационных технологий. Издание предназначено для специалистов в области проектирования автоматики авиационных двигателей.

### Оглавление

- 1. Проблемы развития ГТД и его систем управления.** Системный подход к развитию сложных технических систем. Тенденции развития авиационных ГТД. Тенденции развития производственных и технологических систем. Тенденции развития систем управления ГТД. Системная концепция проектирования САУ СУЛА.
- 2. Методы проектирования систем управления ГТД.** Частотные методы проектирования САУ ГТД. Частотный метод синтеза МСАУ ГТД. Автоматизация частотных методов синтеза МСАУ ГТД. Проектирование гидромеханических исполнительных систем сетевыми моделями.
- 3. Анализ и синтез многосвязных САУ ГТД на основе теории секвентного анализа.** Идентификация линейных многосвязных объектов. Синтез дискретных МСАУ на основе секвентного анализа. Применение секвентного анализа для контроля и диагностики динамических систем. Алгоритмы самонастройки с контролем коэффициентов разложения ИПФ по системе ортогональных функций Уолша. Разработка динамической модели ГТД на основе нелинейной идентификации.
- 4. Применение интервальных моделей в задачах анализа и синтеза систем управления силовыми установками на базе газотурбинных и турбовинтовых двигателей.** Краткая характеристика СУЛА как объектов управления с переменными неопределенными параметрами. Анализ и синтез ИСАУ с использованием интервальных характеристических полиномов. Алгоритмическая процедура формирования ИХП с учетом требования снижения погрешности от расширения интервалов для коэффициентов полинома. Анализ и синтез САУ СУЛА на базе ГТД с использованием интервальных моделей в частотной области.
- 5. Проектирование экстремальных САУ ТВВД.** Определение структуры подсистемы экстремального управления винтовентилятором. Исследование автоколебательных режимов и синтез подсистемы экстремального управления. Многорежимная система управления ТВВД.
- 6. Проектирование адаптивных САУ процессом приемистости ГТД.** Особенности проектирования САУ ГТД. Построение САУ процессом приемистости с использованием обратной модели ГТД. Синтез адаптивной САУ процессом приемистости с использованием обратной настраиваемой модели ГТД. Синтез адаптивной САУ процессом приемистости ГТД на основе концепции обобщенного настраиваемого объекта.
- 7. Проектирование САУ ГТД в классе систем с переменной структурой.** Принципы построения САУ ГТД в классе систем с переменной структурой. Частотные характеристики РПС с НКФ. Синтез РПС с НКФ в каналах управления параметрами ГТД. Особенности построения цифровых САУ с РПС. Многоканальные РПС в САУ ГТД. РПС температуры газа ГТД. РПС в канале регулирования скольжения роторов ТРДДФ.
- 8. Интеллектуальные системы управления ГТД.** Идея и преимущества интеллектуального управления в САУ ГТД. Нейросетевые модели ГТД. Отказоустойчивые САУ ГТД с использованием нейронных сетей. Интеллектуальные системы управления ГТД на основе нечеткой логики. Оптимизация характеристик систем управления ГТД с использованием генетических алгоритмов.
- 9. Проектирование автоматизированных систем испытаний ГТД.** Роль и цели испытаний ГТД на различных стадиях его жизненного цикла. ГТД как объект диагностического контроля технического состояния. Интегрированная система контроля технического состояния ГТД. Интеллектуализация автоматизированных систем испытаний ГТД. Информационные технологии испытаний ГТД и особенности их автоматизации.