

УДК 533.6.013.42:518.12

## ДИНАМИКА ДВУХСЛОЙНОЙ МЯГКОЙ ОБОЛОЧКИ ПРИ УДАРНОМ ВЗАИМОДЕЙСТВИИ С ЭКРАНОМ

С. С. КОМАРОВ, Н. И. МИСКАКТИН\*, Н. Ю. ЦВИЛЕНЕВА\*\*

\*Специальное конструкторское бюро авиационных устройств при УГАТУ  
Тел: (3472) 23 77 71

\*\*Факультет экономики, менеджмента и финансов УГАТУ,  
Тел: (3472) 22 36 33 E-mail: root@cvilenevan.ugatu.ac.ru

Рассматривается ударное нагружение пневмокаркасной сферообразной оболочки, изготовленной из анизотропного материала и снабженной жестким цилиндрическим доньшком. Строится математическая модель упругой деформации системы «мягкая оболочка–жесткое доньшко» и предложен численный алгоритм расчета ударного взаимодействия сферообразной оболочки с экраном. Оценено влияние угла раскрытия сферы, погонного модуля упругости и скорости нагружения системы на НДС пневмоконтрукции

*Пневмоконтрукция; погонный модуль упругости; мягкая анизотропная оболочка; натяжения; давление; угол раскрытия сферы; экран; напряженно-деформированное состояние*

### ВВЕДЕНИЕ

Характерной особенностью пневмоконтрукций (ПК) является их способность к большим перемещениям, что, с одной стороны, ведет к значительному изменению сил и моментов, действующих на сопряженные с мягкооболочечными конструкциями жесткие элементы и тела, а с другой стороны, ведет к колоссальному усложнению расчетов подобных конструкций.

Трудность построения математических моделей обусловлена существованием нелинейной связи между усилиями и деформациями (физическая нелинейность), деформациями и перемещениями (геометрическая нелинейность), а также тем, что материал ПК не воспринимает сжимающих усилий, в связи с чем при сложном нагружении в них могут существовать области как одноосного, так и двухосного напряженного состояния. Поэтому теоретические исследования мягкооболочечных конструкций возможны лишь на основе численных методов с использованием ЭВМ.

Известны исследования [1], в которых рассматривается напряженно-деформированное состояние сферических однослойных мягких

оболочек при статическом осесимметричном нагружении и дано аналитическое решение задачи.

В работе [2] авторами предложены математическая модель и численный алгоритм расчета упругой деформации конусообразной мягкой оболочки, в которой поверхность представляется в виде ортогональной сетки расчетных элементов.

В предлагаемом исследовании рассматривается ударное нагружение пневмокаркасной сферообразной оболочки, изготовленной из анизотропного материала и снабженной жестким цилиндрическим доньшком.

### 1. МОДЕЛЬ ДИНАМИКИ МЯГКОЙ ОБОЛОЧКИ

Математическая модель динамики мягкой двухслойной оболочки при ударном взаимодействии с экраном включает уравнения движения жесткого доньшка и уравнения движения деформируемой мягкой оболочки.

Движение мягкой оболочки с жестким доньшком описывается в неподвижной системе координат  $Oxy$ , относительное движение мягкой оболочки записывается в подвижной



системе координат  $Ouv$ , связанной с жестким доньшком (рис. 1).

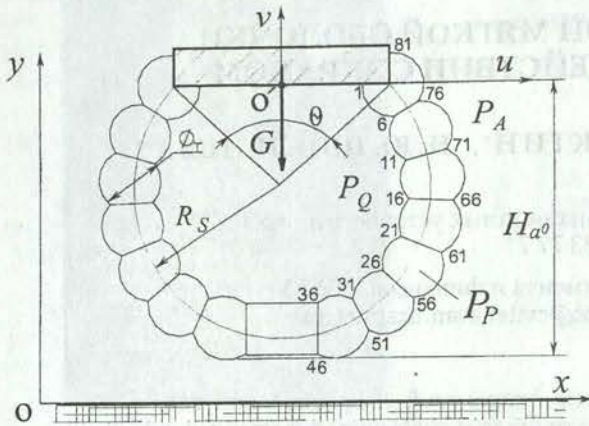


Рис. 1. Системы координат, принятые при построении модели

Уравнения движения системы «твердое тело-мягкая оболочка» в плоскости вращения жесткого доньшка запишутся в виде

$$\begin{aligned} m_o \dot{V}_o &= R_P + R_C + m_o g; \\ J_o \omega &= M_P + M_C; \\ \sigma \vec{r} &= \text{div } T + p + \sigma g; \\ \dot{P}_i &= \frac{\gamma P_i}{\rho_i W_i} \left( \sum_k Q_{ik} - \rho_i \dot{W}_i \right), \end{aligned} \quad (1)$$

где  $m_o$  — масса жесткого доньшка;  $J_o$  — момент инерции доньшка относительно центра масс;  $V_o$  — вектор абсолютной скорости доньшка;  $\omega$  — вектор угловой скорости вращения доньшка;  $R_P, M_P$  — силы и момент сил давления газа;  $R_C, M_C$  — силы и момент сил реакции оболочки на доньшко;  $\sigma$  — поверхностная плотность материала оболочки;  $T$  — тензор мембранных усилий;  $p$  — плотность поверхностной нагрузки от сил давления газа;  $g$  — ускорение свободного падения;  $Q_{ik}$  — массовый расход газа из  $i$ -й полости оболочки в  $k$ -ю полость;  $W_i$  — объем;  $\gamma$  — показатель адиабаты;  $P_i, \rho_i$  — давление и плотность рабочего тела в  $i$ -м отсеке мягкой оболочки.

Первое и второе уравнения системы (3) описывают плоское движение жесткого доньшка, третье уравнение — движение мягкой оболочки, четвертое — закон изменения давления в отсеках пневмоконструкции при её контактной деформации об экран и доньшко.

## 2. УРАВНЕНИЯ ДВИЖЕНИЯ МЯГКОЙ ОБОЛОЧКИ

Уравнения движения мягкой оболочки записываются в виде системы обыкновенных дифференциальных уравнений движения дискретных элементов.

При численном моделировании движения оболочки на поверхность оболочки наносится ортогональная сетка лагранжевой системы координат, которая разбивает ее на  $N \times m$  четырехугольных конечных элементов. Масса элементов считается сосредоточенной в их центре. При этом для описания динамики оболочки используются только уравнения движения выделенных дискретных элементов.

Тензор мембранных усилий будет содержать нулевые педианональные компоненты. Если выбрать за основные направления меридиональные и широтные линии на поверхности сферообразной оболочки, то движение элемента в глобальной эйлеровой системе координат  $OUV$  можно представить под действием сил давления и разности меридиональных натяжений в оболочке в виде:

$$\begin{aligned} m_{ij} \ddot{u}_{ij} + C_r (2\dot{u}_{ij} - \dot{u}_{ij-1} - \dot{u}_{ij+1}) + \\ + C_a \dot{u}_{ij} = F_{u_{ij}}(u, v), \\ m_{ij} (\ddot{v}_{ij} + \ddot{y} + g) + \\ + C_r (2\dot{v}_{ij} - \dot{v}_{ij-1} - \dot{v}_{ij+1}) + \\ + C_a (\dot{v}_{ij} + \dot{y}) = F_{v_{ij}}(u, v), \end{aligned} \quad (2)$$

где  $\ddot{u}_{ij}, \ddot{v}_{ij}, \dot{u}_{ij}, \dot{v}_{ij}$  — соответственно проекции ускорений и скоростей  $j$ -го элемента в  $i$ -м выбранном меридиональном сечении в системе координат  $Ouv$ ;  $\dot{y}$  — вертикальная проекция скорости доньшка в системе координат  $Oxy$ ;  $C_a$  — коэффициент демпфирования по абсолютной скорости элементов;  $C_r$  — коэффициент демпфирования по скорости относительного движения соседних элементов каркаса друг относительно друга, который вводится для исключения высокочастотных счетных осцилляций элементов (коэффициент диссипации энергии в ткани);  $m_j = \sigma s_j$  — масса выделенного элемента площади  $s_j$ .

Силы, действующие на  $j$ -й элемент, равны

$$\begin{aligned} \vec{F}_{ij}(u, v) = \vec{T}_{M_{ij+1}} + \vec{T}_{M_{ij-1}} + \vec{T}_{P_{i+1,j}} + \\ + \vec{T}_{P_{i-1,j}} + \vec{P}_{ij} + \vec{F}_{N_{ij}} + \vec{T}_{B_{ij}}, \end{aligned} \quad (3)$$

где  $\vec{T}_{M_{ij+1}}, \vec{T}_{M_{ij-1}}$  — меридиональные силы натяжения, действующие на  $j$ -й элемент со стороны  $(j+1)$ -го и  $(j-1)$ -го элементов;  $\vec{T}_{P_{i+1,j}}, \vec{T}_{P_{i-1,j}}$  — широтные натяжения, зависящие от радиального перемещения элемента;  $\vec{P}_{ij}$  — сила давления газа на поверхность



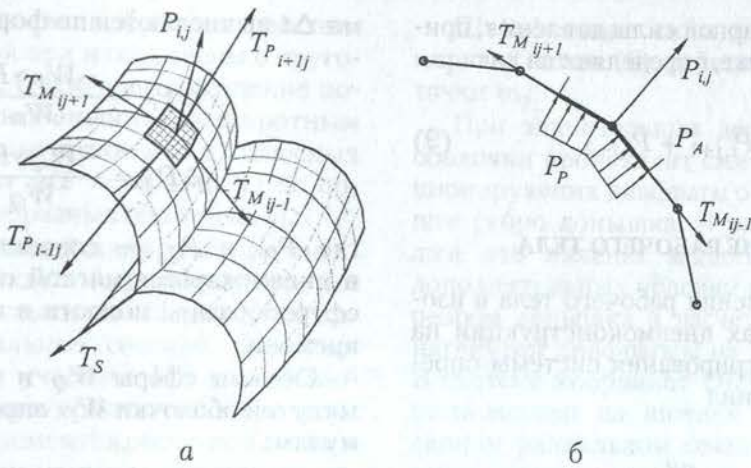


Рис. 2. Схема действия сил, приложенных к элементу оболочки:

а — фрагмент оболочки и конечный элемент с приложенными к нему силами; б — плоскость  $i$ -го меридионального сечения

элемента;  $\bar{F}_{N_{ij}}$  — нормальная сила при взаимодействии  $j$ -го элемента с экраном;  $\bar{T}_{B_{ij}}$  — штрафующие силы при взаимном проникновении элементов оболочки.

Меридиональные и широтные натяжения определяются по соответствующим погонным усилиям (рис. 2, а):

$$\begin{aligned} T_{M_{i,j+1}} &= \frac{1}{2} t_{M_{i,j+1}} (l_{P_{i+1,j+1}} + l_{P_{i-1,j+1}}); \\ T_{M_{i,j-1}} &= \frac{1}{2} t_{M_{i,j-1}} (l_{P_{i+1,j-1}} + l_{P_{i-1,j-1}}); \\ T_{P_{i+1,j}} &= \frac{1}{2} t_{P_{i+1,j}} (l_{i+1,j+1} + l_{i+1,j-1}); \\ T_{P_{i-1,j}} &= \frac{1}{2} t_{P_{i-1,j}} (l_{i-1,j+1} + l_{i-1,j-1}), \end{aligned} \quad (4)$$

где  $l_{P_{i+1,j+1}}$ ,  $l_{P_{i-1,j+1}}$ ,  $l_{P_{i+1,j-1}}$ ,  $l_{P_{i-1,j-1}}$ ,  $l_{i+1,j+1}$ ,  $l_{i+1,j-1}$ ,  $l_{i-1,j+1}$ ,  $l_{i-1,j-1}$  — линейные размеры конечных элементов в широтном ( $l_P$ ) и меридиональном ( $l$ ) направлениях.

Силы  $T_{S_{i,jk}}$ , развивающиеся на диафрагмах в радиальном направлении, также вычисляются по погонным усилиям

$$T_{S_{i,jk}} = \frac{1}{2} t_{S_{i,jk}} (l_{P_{i,jk}} + l_{P_{i,jl}}). \quad (5)$$

Погонные усилия могут быть связаны с деформацией элементов сетки любым законом. В данной работе принят нелинейный закон

$$t_j = E_j (\varepsilon_j) \varepsilon_j, \quad (6)$$

где  $E_j$  — модуль упругости  $j$ -го элемента сетки;  $\varepsilon_j$  — относительное удлинение  $j$ -го элемента сетки.

Для моделирования взаимодействия пневмоконструкции с экраном вводится нормальная сила  $F_N$ , действующая на точки контактирующего участка мягкой оболочки. Она задается в виде функции 5-го порядка от величины «проникновения» элемента в экран:

$$F_{N_{v_{i,j}}} = \begin{cases} 0 & \text{при } \xi_{i,j} \leq 0; \\ \xi_{i,j}^5 - \phi_{v_{i,j}} & \text{при } \xi_{i,j} > 0, \end{cases} \quad (7)$$

где  $\phi_{v_{i,j}} = 0,1 (\dot{v}_{i,j} + \dot{y})$  — демпфирующая сила;  $\xi_{i,j} = v_k - v_{i,j}$ ;  $v_k$  — координата, характеризующая расстояние до экрана в подвижной системе координат, связанной с доньшком.

Силы давления  $P_{i,j}$ , приложенные в узлах сетки  $i, j$ , могут быть представлены как результирующие силы давления  $P$ , действующей на элемент, охватывающий  $(i, j)$ -й отрезок, который делится пополам, и приложенной на концах отрезков (рис. 2, б):

$$\begin{aligned} P_{i,j+1} &= \frac{1}{2} \Delta P (l_{P_{i+1,j+1}} + l_{P_{i-1,j+1}}) l_{i,j+1}; \\ P_{i,j-1} &= \frac{1}{2} \Delta P (l_{P_{i+1,j-1}} + l_{P_{i-1,j-1}}) l_{i,j-1}, \end{aligned} \quad (8)$$

где  $P_{i,j+1}$ ,  $P_{i,j-1}$  — силы давления, действующие на  $(i, j)$ -й элемент со стороны  $(j+1)$ -го и  $(j-1)$ -го элементов;  $\Delta P$  — перепад давления, причем

$$\Delta p = \begin{cases} P_P - P_Q & \text{для внутренней стенки,} \\ P_P & \text{для внешней стенки,} \end{cases}$$

где  $P_P$  — давление в пневмоконструкции;  $P_Q$  — давление в сферообразной оболочке.



Проекции суммарной силы давления, приложенной в  $j$ -й точке, определяются как

$$\bar{P}_{i,j} = \bar{P}_{i,j+1} + \bar{P}_{i,j-1}. \quad (9)$$

### 3. ДАВЛЕНИЕ РАБОЧЕГО ТЕЛА

Изменение давления рабочего тела в изолированных отсеках пневмоконструкции на каждом шаге интегрирования системы определяется из уравнения

$$\frac{dP_k}{dt} = \frac{-\frac{dW_k}{dt}\gamma P_k}{W_k}, \quad (10)$$

где  $k$  — номер отсека.

Описанная выше расчетная сетка накладывается на пневмокаркас конструкции в предположении, что его начальная и раскройная формы совпадают. Узловым точкам присваиваются значения  $u_{o,i,j}$ ,  $v_{o,i,j}$ , полученные из вычислительной программы генерации формы на основе теоретического чертежа мягкой оболочки [3]. Перед началом расчета динамики ударного взаимодействия определяется форма оболочки при нагружении её начальным давлением  $P_{Q_0}$ ,  $P_{P_0}$ , при этом задача статики решается методом динамического установления, пока силы давления газа не уравновесятся натяжением оболочки, развиваемым в местах её закрепления.

Шаг по времени для расчета НДС ПК при динамическом нагружении определяется из условия Куранта [2], т.е. шаг пропорционален линейному размеру элемента сетки и обратно пропорционален квадратному корню из погонного модуля упругости материала оболочки. В зависимости от скорости движения и степени взаимодействия оболочки с твердыми границами этот шаг делится на целочисленный коэффициент в пределах от 4 до 12.

Проведенные ранее [3] исследования зависимости устойчивости решения задачи статики при расчете упругой деформации одноярусной торовой пневмоконструкции от числа разбиений в меридиональном сечении при формировании расчетной сетки показали, что устойчивое решение задачи обеспечивается при числе разбиений  $N = 40 \dots 80$ . Для рассматриваемой пневмоконструкции расчет велся для 70 элементов.

Изменения давления в каркасе мягкой оболочки  $\Delta P_P$  и внутри сферы  $\Delta P_Q$  за вре-

мя  $\Delta t$  вычисляются по формулам:

$$\Delta P_P = \frac{-\dot{W}_P \gamma P_{P_0}}{W_P} \Delta t, \quad (11)$$

$$\Delta P_Q = \frac{-\dot{W}_Q \gamma P_{Q_0}}{W_Q} \Delta t, \quad (12)$$

где  $P_{P_0}$  и  $P_{Q_0}$  — соответственно давления в пневмокаркасе мягкой оболочки и внутри сферообразной полости в начальный момент времени.

Объемы сферы  $W_Q$  и пневмокаркаса замкнутой оболочки  $W_P$  определяются по формулам:

$$W_Q = \frac{\pi}{3} \sum_{i=1}^{id1} (x_j^2 + x_{j-1}^2 + x_j + x_{j-1}) \times (y_{j-1} + y_j); \quad (13)$$

$$W_P = \frac{\pi}{3} \sum_{i=id2}^N (x_j^2 + x_{j-1}^2 + x_j + x_{j-1}) \times (y_{j-1} + y_j) - W_Q,$$

где  $1, \dots, id1$  — номера элементов внутренней стенки пневмокаркаса мягкой оболочки;  $id2, \dots, N$  — номера элементов внешней стенки.

### 4. ОПИСАНИЕ ГРАНИЧНЫХ УСЛОВИЙ

Особую сложность при решении задач динамики формообразования мягких оболочек представляет описание граничных условий в областях крепления пневмоконструкции к жесткому доньшку и условия взаимодействия с экраном, а также взаимодействия отдельных участков ПК между собой, что наблюдается при больших деформациях.

На мягкую оболочку налагаются следующие граничные условия:

— в местах крепления оболочки к жесткому доньшку

$$\begin{aligned} y_1 &= y_0; & y_{81} &= y_0; & \dot{y}_1 &= V_{oy}; & \dot{y}_{81} &= V_{oy}; \\ v_1 &= 0; & v_{81} &= 0; & \dot{v}_1 &= 0; & \dot{v}_{81} &= 0; \\ x_1 &= x_{o1}; & x_{81} &= x_{o81}; & \dot{x}_1 &= 0; & \dot{x}_{81} &= 0; \\ u_1 &= x_{o1}; & u_{81} &= x_{o81}; & \dot{u}_1 &= 0; & \dot{u}_{81} &= 0; \end{aligned} \quad (14)$$

— в нижних точках внутренней и внешней оболочки сферы

$$u_{36} = u_{36}^0; \quad u_{46} = u_{46}^0. \quad (15)$$

Граничные условия предполагают, что нижние точки оболочки могут двигаться



только вертикально на выбранном расстоянии от центральной оси и соединены с круговыми мембранами. Последнее допущение позволяет избежать особенностей по широтным натяжениям, которые возникают в полюсных точках  $jd1 = 36$  и  $jd2 = 46$  (рис. 1) на поверхности куполообразных оболочек [1].

При учете взаимодействия участков пневмоконструкции между собой принимается допущение об отсутствии взаимодействия соседних меридиональных сечений. Для учета взаимодействия участков ПК в меридиональном направлении используется процедура проверки всех элементов расчетной сетки в радиальном сечении на непроникновение через каждый из элементов сети, описанная в [3]. При этом для каждого элемента вводится локальная система координат  $o_1 x' y'$  и характерный параметр  $\tilde{E}$ , ограничивающий расстояние, на которое точка может приблизиться к отрезку.

При невыполнении вышеуказанных условий на элемент по нормали действует некоторая штрафующая сила, которая выталкивает точку за пределы отрезка. Поскольку для решения системы дифференциальных уравнений (3), используется метод Рунге-Кутты четвертого порядка, то, исходя из условия непрерывности четырех производных, штрафующая сила  $T_B$  задается как функция пятого порядка от величины относительного проникновения выделенного элемента:

$$T_B = \begin{cases} A \left| \frac{y'_1 - \tilde{E}}{2\tilde{E}} \right|^5, & \text{при } |y'_1| < \tilde{E}, \\ 0, & \text{при } |y'_1| \geq \tilde{E}. \end{cases} \quad (16)$$

Величина  $\tilde{E}$  и коэффициент  $A$  подбираются из численного эксперимента так, чтобы исключить случаи проникновения элемента сквозь отрезок.

Аналогично вводятся штрафующие силы для элементов, оказавшихся вблизи границы твердого тела. Эти силы пропорциональны  $|\bar{r}'_j - \bar{r}'_d|$ , где  $\bar{r}'_j$ ,  $\bar{r}'_d$  — радиус-векторы, соединяющие центр  $j$ -го элемента и ближайшую точку, принадлежащую твердому телу,  $\bar{r}'_j \in \Omega_d$ . Условие, обеспечивающее непроникновение элементов мягкой оболочки в жесткое доньшко, выглядит так:

$$\bar{T}_e = \begin{cases} A (\bar{r}'_j - \bar{r}'_d), & \text{при } \bar{r}'_j \in \Omega_d; \\ 0, & \text{при } \bar{r}'_j \notin \Omega_d. \end{cases} \quad (17)$$

Штрафующие силы добавляются к суммарным силам (6), действующим на узловые точки  $m_j$ .

При значительных деформациях мягкой оболочки происходит смятие кольцевых секционированных диафрагм о нижнее выступающее ребро доньшка. В рассматриваемой задаче это явление моделируется введением дополнительных условий перегиба диафрагм ребром доньшка и расчетом силы действия натянутой диафрагмы на жесткое доньшко. В системе координат  $OUV$ , начало которой расположено на нижнем ребре доньшка в данном радиальном сечении, условием контакта доньшка с диафрагмой является величина угла между радиус-векторами узловых точек  $k$ -й диафрагмы  $k1$  и  $k2$ , который становится больше  $\varphi > \pi$ :

$$T_{S_{ij}}^k = \begin{cases} E (|\bar{r}_{k1}| + |\bar{r}_{k2}| - d_k), & \text{если } \sin \varphi < 0, \\ & \text{и } |\bar{r}_{k1}| + |\bar{r}_{k2}| > d_k; \\ 0, & \text{если } \sin \varphi \geq 0 \\ & \text{или } |\bar{r}_{k1}| + |\bar{r}_{k2}| \leq d_k, \end{cases} \quad (18)$$

где

$$\sin \varphi = \frac{\bar{r}_{k1} \times \bar{r}_{k2}}{|\bar{r}_{k1}| |\bar{r}_{k2}|}.$$

Проекция этой силы равны соответственно:

$$\begin{aligned} T_{S_{Vij}}^k &= T_{S_{ij}}^k \frac{r_{k1V}}{|\bar{r}_{k1}|} + T_{S_{ij}}^k \frac{r_{k2V}}{|\bar{r}_{k2}|}; \\ T_{S_{Uij}}^k &= T_{S_{ij}}^k \frac{r_{k1U}}{|\bar{r}_{k1}|} + T_{S_{ij}}^k \frac{r_{k2U}}{|\bar{r}_{k2}|}. \end{aligned} \quad (19)$$

Решение задачи динамики формообразования пневмоконструкции позволяет определить упругие силы, передающиеся в вертикальном направлении на твердое тело. Они находятся из следующих соотношений:

$$F_{o_{iv}} = T_{2iv} + T_{N-1iv} + \sum_{k=1}^K T_{S_{Niv}}^k + \sum_{j=k1}^{k2} R_{i,jv} + R_{P_{iv}}, \quad (20)$$

где  $R_{P_{iv}} = P_P \pi (u_N^2 - u_1^2)$  — силы давления от ПК,  $u_1, u_N, v_1, v_N$  — абсциссы и ординаты элементов крепления оболочки в связанной системе координат;  $\bar{T}_2, \bar{T}_{N-1}$  — векторы погонных сил натяжения в элементах 1 и  $N$  от элементов 2 и  $(N-1)$ ;  $\bar{T}_{S_N}^k$  — вектор силы натяжения  $k$ -й диафрагмы-стяжки в случае соприкосновения с жестким доньшком;



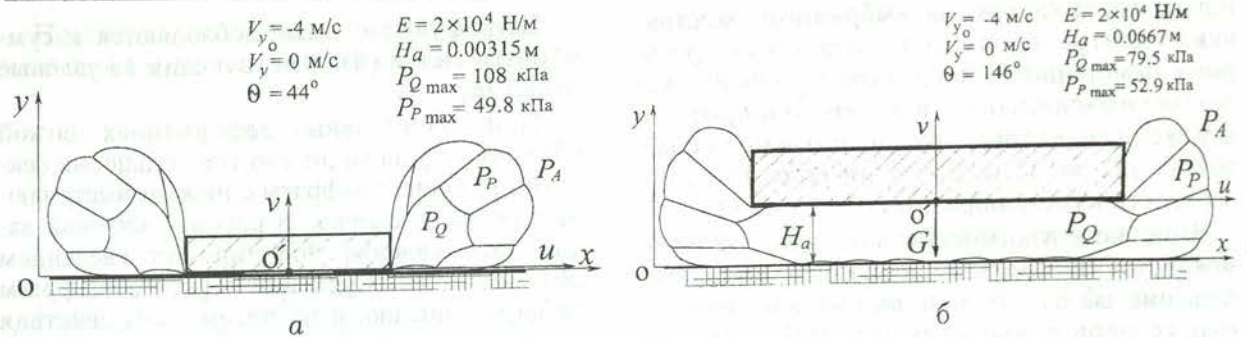


Рис. 3. Формообразование исследуемых оболочек при угле раскрытия сферы  $\theta = 44^\circ$  (а) и  $\theta = 146^\circ$  (б)

$\bar{R}_j$  — контактная сила давления, приложенная в точках поверхности оболочки, прилегающих к жесткому доньшку;  $\bar{R}_P$  — сила от давления в мягкой оболочке, приложенная к доньшку.

Определение НДС мягкой оболочки в общем случае усложняется не только трудностями вычисления газодинамических нагрузок, но и быстрым формоизменением деформируемого пневмокаркаса, что приводит к соответствующему перераспределению напряжений в элементах конструкции, достигающих больших величин.

Система уравнений (3)–(5) с учетом граничных условий (14)–(15) решается методом Рунге–Кутты четвертого порядка. В качестве начальной формы ПК принимается равновесная форма при  $P_Q = P_{Q_0}$  и  $P_P = P_{P_0}$ .

### 5. ПРИМЕР

В качестве примера программной реализации описанной задачи приводятся результаты исследования ударного взаимодействия с экраном системы «твердое тело–мягкая оболочка» с различным углом раскрытия сферы  $\theta$ , массой  $m_0 = 100 \text{ кг}$ , с вертикаль-

ной скоростью  $V_{y_0} = -4 \text{ м/с}$ , снабженной сферообразной двухслойной пневмокаркасной мягкой оболочкой, которая имеет размеры  $R_S = 0,190 \text{ м}$ ,  $H_A = 0,420 \div 0,290 \text{ м}$ ;  $\theta_1 = 44^\circ$ ,  $\theta_2 = 146^\circ$  и нагружена давлениями в сфере и пневмокаркасе  $P_{Q_0} = 0,5 \text{ кПа}$  и  $P_{P_0} = 10 \text{ кПа}$ . Формообразование мягкой оболочки с жестким доньшком при ударном взаимодействии с экраном приведено на рис. 3. Изменение объема сферы для  $\theta = \text{var}$  пропорционально степени обжатия ПК, при этом влияние погонного модуля упругости незначительно и составляет  $\sim 10 \%$ .

Влияние схемы заделки жесткого доньшка мягкой сферообразной оболочки на НДС системы показано на рис. 4.

Видно, что преобладающими натяжениями, которые реализуются при ударном взаимодействии системы с экраном, являются широтные. Последние принимают максимальные значения в элементах  $N = 10 \dots 20$  на внутренней и в элементах  $N = 50 \dots 60$  на внешней поверхности сферообразных оболочек. Меридиональные натяжения более ярко проявляются в оболочках с углом раскрытия сферы  $\theta_1 = 44^\circ$ , причём наибольшие значе-

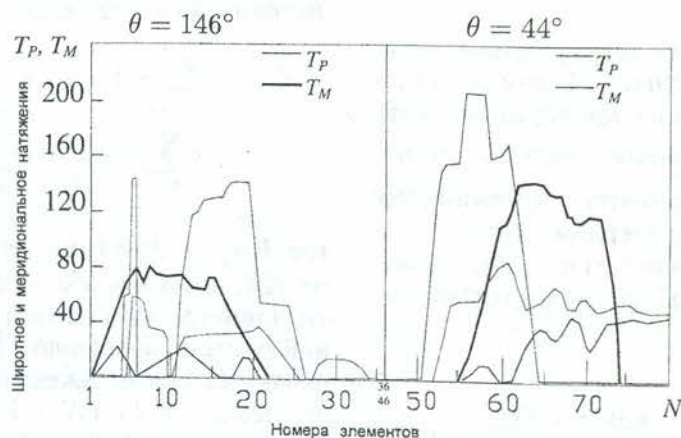


Рис. 4. Эпюры распределения натяжений по сечению оболочки

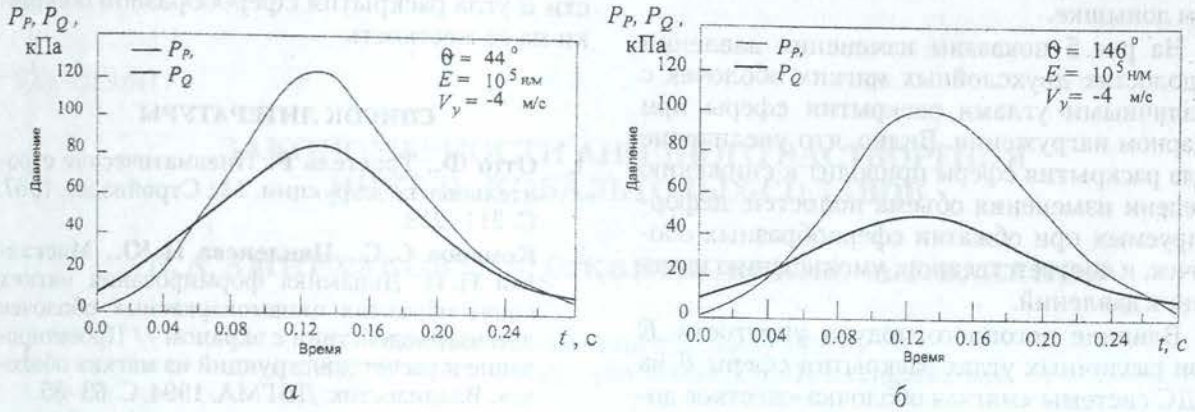


Рис. 5. Изменение давления в полостях оболочки при ударном взаимодействии с экраном для оболочки с углом раскрытия сферы  $\theta = 44^\circ$  (а) и  $\theta = 146^\circ$  (б)

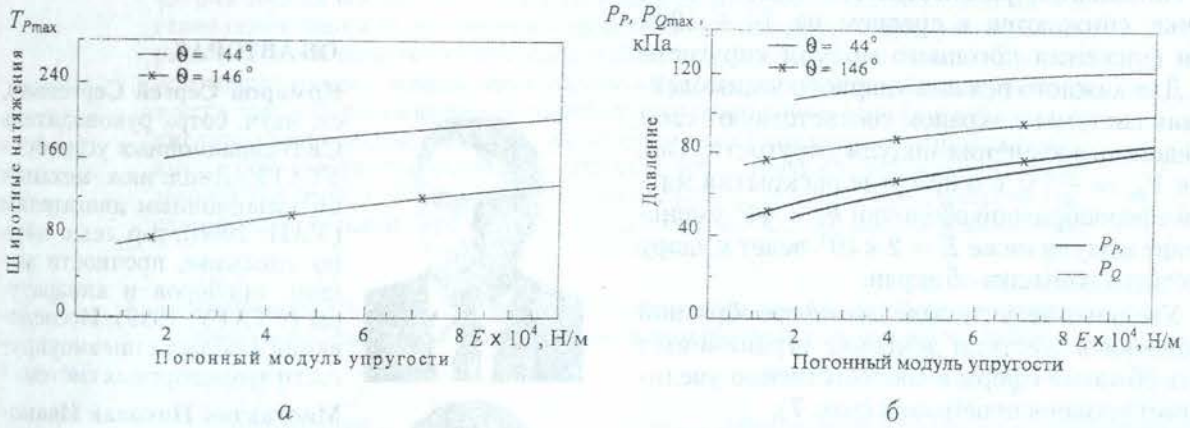


Рис. 6. Влияние погонного модуля упругости материала оболочки при различных углах раскрытия сферы  $\theta$  на НДС системы «мягкая оболочка-жесткое доннышко» на широтные напряжения (а) и величину давления в полостях (б)



Рис. 7. Влияние погонного модуля упругости материала оболочки на уровень перегрузок



ния наблюдаются в заделке оболочки на жестком доньшке.

На рис. 5 показаны изменения давлений в полостях двухслойных мягких оболочек с различными углами раскрытия сферы при ударном нагружении. Видно, что увеличение угла раскрытия сферы приводит к снижению степени изменения объема полостей, деформируемых при обжатии сферообразных оболочек, и соответственно к уменьшению изменения давлений.

Влияние погонного модуля упругости  $E$  при различных углах раскрытия сферы  $\theta$  на НДС системы «мягкая оболочка–жесткое доньшко» приведено на рис. 6. Видно, что увеличение угла раскрытия мягкой сферообразной оболочки с  $\theta_1 = 44^\circ$  до  $\theta_2 = 146^\circ$  снижает в 2 раза уровень максимальных натяжений  $T_{\max}^i$  в оболочке.

Натяжения, развиваемые в мягкой оболочке, снижаются в среднем на  $10 \div 12\%$  при снижении погонного модуля упругости  $E$ . Для каждого режима ударного взаимодействия системы с экраном соответствуют свои предельные значения модуля упругости. Так, при  $V_{y0} = -4$  м/с и при угле раскрытия мягкой сферообразной оболочки  $\theta_1 = 44^\circ$  уменьшение модуля ниже  $E = 2 \times 10^4$  ведет к удару жесткого доньшка об экран.

Увеличение угла заделки сферообразной оболочки в жестком доньшке ограничивает путь обжатия сферы и соответственно увеличивает уровень перегрузки (рис. 7).

#### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Разработанная математическая модель и алгоритм численного расчета мягкой сферообразной двухслойной оболочки, закрепленной на жестком доньшке, при ударном взаимодействии с экраном позволили провести оценку напряженно-деформированного состояния оболочки при различных режимах нагружения. Адекватность описываемых моделью процессов подтверждается совпадением значений начального и конечного давлений в мягкой оболочке при ударном взаимодействии с экраном. Исследования динамики системы «мягкая оболочка–жесткое доньшко» показали существенное влияние угла закрепления мягкой оболочки с жестким доньшком на НДС оболочки. Отмечена иден-

тичность влияния погонного модуля упругости и угла раскрытия сферообразной оболочки на ее жесткость.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Отто Ф., Тростель Р.** Пневматические строительные конструкции. М.: Стройиздат, 1967. С. 211–213.
2. **Комаров С. С., Цвиленева Н. Ю., Мискактин Н. И.** Динамика формирования мягких конусообразных пневмокаркасных оболочек при взаимодействии с экраном // Проектирование и расчет конструкций из мягких оболочек. Владивосток: ДВГМА, 1994. С. 63–85.
3. **Комаров С. С., Цвиленева Н. Ю., Мискактин Н. И.** Формообразование конусообразных торовых пневмоамортизаторов // Современные конструкции с применением мягких и гибких материалов. Владивосток: ДВГМА, 1992. С. 8–16.

#### ОБ АВТОРАХ

**Комаров Сергей Сергеевич**, ст. науч. сотр., руководитель СКБ авиационных устройств УГАТУ. Дипл. инж.-механик по авиационным двигателям (УАИ, 1966), д-р техн. наук по динамике, прочности машин, приборов и аппаратуры (УГАТУ, 1999). Исследования в области пневмоупругости транспортных систем.



**Мискактин Николай Иванович**, ст. науч. сотр. СКБ авиационных устройств УГАТУ. Дипл. физик-теоретик (БГУ, 1976), канд. техн. наук по проектированию и конструкциям судов (Ленингр. кораблестр. ин-т, 1987). Исследования в области теории оболочек и газовой динамики.



**Цвиленева Нина Юрьевна**, доц. каф. безопасности производства и промышленной экологии УГАТУ. Дипл. инж.-механик (УАИ, 1971), канд. техн. наук по проектированию и конструкциям судов (Ленингр. кораблестр. ин-т, 1985). Исследования в области моделирования динамики пневмоконструкций.

