

УДК 539.374+539.376+539.3:4

**СИНТЕЗ ОСНОВНЫХ ПОЛОЖЕНИЙ  
МЕХАНИКИ И ФИЗИКИ ПЛАСТИЧЕСКОЙ ДЕФОРМАЦИИ  
И РАЗРУШЕНИЯ –  
НОВЫЙ ЭТАП В РАЗВИТИИ УЧЕНИЯ  
О ПЛАСТИЧЕСКОМ ФОРМООБРАЗОВАНИИ МЕТАЛЛОВ**

В. М. ГРЕШНОВ

Факультет автоматизированных технологических систем УГАТУ

Тел: (3472) 23 08 71 E-mail: omd@mail.rk.ru

Излагается приближенная физическая модель единого неравновесного процесса пластической деформации и вязкого разрушения металлов. На основе развитой теории даётся новая математическая формулировка краевой задачи технологической пластичности для математического моделирования технологических процессов холодной объемной штамповки сталей, которая объединяет основные фундаментальные положения механики и физики пластической деформации и разрушения. На примере решения тестовых задач пластичности показано, что развитая единая физико-математическая теория, по сравнению с классической теорией пластичности, обеспечивает упрощение и повышение точности анализа процессов штамповки со сложным нагружением и немонотонной деформацией

**Пластическая деформация и разрушение; дислокации; микротрещины; деформационная поврежденность; моделирование; сложное нагружение; теория пластичности Кадашевича и Новожилова; эффект Баушингера; история нагружения; холодная объемная штамповка; феноменологическая теория разрушения В.Л. Колмогорова и А.А. Богатова; механика пластической деформации и разрушения; физика пластической деформации и разрушения; единая физико-математическая теория**

Теория обработки металлов давлением (ОМД) как прикладная научная дисциплина о пластическом формообразовании металлов базируется на положениях фундаментальной дисциплины — теории пластичности, которая является разделом механики деформируемого твердого тела. За сто с лишним лет развития (начиная с основополагающей работы Б. Сен-Венана 1871 г. [1]) теория пластичности оформилась в развитое учение с высокоЭффективными методами исследования пластической деформации твердых тел.

Одной из основных задач теории ОМД является исследование напряженно-деформированного состояния и определение вероятности разрушения деформируемой заготовки в технологических операциях пластического формообразования деталей и заготовок дета-

лей. Исследование основано на решении краевой задачи теории пластичности, которая, в общем случае, содержит следующие уравнения [2]:

а) уравнения равновесия, в которые превращаются уравнения движения при пренебрежении массовыми и инерционными силами:<sup>1</sup>

$$\sigma_{ij,j} = 0; \quad (1)$$

б) геометрические соотношения для деформаций или скоростей деформаций

$$\varepsilon_{ij} = (u_{i,j} + u_{j,i}) / 2, \quad (2)$$

$$\xi_{ij} = (v_{i,j} + v_{j,i}) / 2; \quad (2')$$

в) определяющие уравнения теории пластического течения для несжимаемого мате-

<sup>1</sup>Здесь и далее используются общепринятые обозначения и правила сокращенной записи уравнений.

риала при пренебрежении упругими деформациями

$$d\varepsilon_{ij} = \frac{3d\bar{\varepsilon}_i}{2\sigma_i} s_{ij}, \quad (3)$$

$$\sigma_i = \Phi(\int d\bar{\varepsilon}_i), \quad (4)$$

$$d\bar{\varepsilon}_i = \sqrt{\frac{2}{3} d\varepsilon_{ij} d\varepsilon_{ij}}, \quad (5)$$

$$\xi_{ij} = \frac{3}{2} \frac{\xi_i}{\sigma_i} s_{ij}, \quad (3')$$

$$\sigma_i = \Psi(\xi_i), \quad (4')$$

$$\xi_i = \sqrt{\frac{2}{3} \xi_{ij} \xi_{ij}}. \quad (5')$$

Системы уравнений (1)–(5) и (1), (2')–(5') являются полными и при добавлении начальных и граничных условий позволяют определить напряженно-деформированное состояние заготовки в конкретной технологической операции ОМД для случаев простого или близкого к нему нагружения.

Скалярные функции (4) и (4') в механике пластической деформации, в которой в качестве модели материала принимается сплошная среда, определяются для конкретного металла и условий деформирования экспериментально при испытании образцов простым растяжением, осадкой или кручением. При этом принимается, что функции (4) и (4') не зависят от схемы напряженного состояния (гипотеза единой кривой).

Приведенные уравнения лежат в основе представленных в настоящее время на мировом рынке программ для ПЭВМ математического моделирования операций ОМД [3]. Это программы DEFORM, ANTARES, MARS / Autoforge (США), Forge 2/3 (Франция), FORM-2D (Россия) и др.

Механика пластической деформации и разрушения позволяет после определения напряженно-деформированного состояния деформируемой заготовки исследовать (прогнозировать) ее качество. На основе феноменологической теории разрушения определяется деформационная поврежденность металла [4]

$$w = \sum_{i=1}^n \int_o^{\Lambda_i} \frac{a \Lambda^{a-1}}{\Lambda_*^a} d\Lambda, \quad (6)$$

$$\Lambda_* = \Lambda_*(\kappa, \nu_\sigma, H, T), \quad (7)$$

$$a = a(\kappa, \nu_\sigma, H, T). \quad (8)$$

При этом условия деформирования без разрушения и с разрушением соответственно

$$w < 1,0, \quad w = 1,0. \quad (9)$$

Скалярные функции (7) и (8), характеризующие пластичность металла и закон накопления поврежденности при реализующихся в данной операции термомеханических условиях формообразования, определяются экспериментально.

Уравнения (6)–(8) обеспечивают удовлетворительные результаты расчета поврежденности опять-таки в условиях простого или близкого к нему нагружения.

Большинство технологических процессов ОМД являются многопереходными и протекают в условиях сложного нагружения (траектории нагружения частиц заготовки в пространстве напряжений не являются прямыми линиями). Пластическая деформация и разрушение – это единый необратимый процесс непрерывного перехода металла из одного структурного состояния в другое. Поэтому сложное нагружение оказывает влияние на определяющие уравнения (3) и скалярные функции (4), (7), и (8). Отсюда возникает проблема учета при определении напряженно-деформированного состояния и прогнозировании разрушения в многопереходных процессах ОМД так называемой истории нагружения. Особенно это актуально для технологии холодного пластического формообразования, так как в этом случае структурные изменения в металлах при деформации наиболее значительны.

Решение этой проблемы в рамках механики пластической деформации и разрушения встречает большие трудности, так как в ней, как уже отмечалось, скалярные свойства металлов (4), (4'), (7) и (8) определяются опытным путем. При этом попытки учесть историю нагружения обусловливают резкое усложнение и увеличение объема эксперимента.

Острота проблемы несколько снижается, если в формулировке задачи использовать неизотропную модель материала (3), (4), а определяющие уравнения изотропного материала с анизотропным упрочнением [2]:

$$d\varepsilon_{ij} = \frac{3d\bar{\varepsilon}_i}{2\sigma_i} (s_{ij} - \rho_{ij}), \quad (10)$$

$$\sigma_i = \frac{\sigma_i^p(\varepsilon_i) - \sigma_T^{cjk}(\varepsilon_i)}{2}, \quad (11)$$

$$\rho_{ij} = g(\varepsilon_i) \varepsilon_{ij}, \quad (12)$$

$$g(\varepsilon_i) = \frac{\sigma_i^p(\varepsilon_i) + \sigma_T^{cjk}(\varepsilon_i)}{3\varepsilon_i}. \quad (13)$$

Определенные экспериментально скалярные функции (11) и (13) совместно с уравнением (10), в отличие от уравнений (3) и (4), учитывают возникающую при деформации анизотропию свойств металла и ее развитие. Однако в этом случае для определения скалярных функций (11) и (13) требуется достаточно трудоемкий эксперимент.

Пластическая деформация и разрушение являются объектом изучения и другой фундаментальной дисциплины – физики прочности и пластичности, которая представляет собой раздел физики твердого тела. В ней принимается дискретная (атомная) модель материала. Поэтому в ее соотношениях, кроме макроскопических характеристик деформации, присутствуют параметры структуры материала на различных структурных уровнях [5, 6].

Физика прочности и пластичности, по сравнению с механикой пластической деформации, является «молодой» дисциплиной. Ее возникновение и интенсивное развитие связаны с введением Г. Тейлором, Е. Орованом и М. Поляни в 1934 году понятия дислокаций [6].

На необходимость слияния основных положений механики и физики пластической деформации и разрушения в единое учение о пластическом формообразовании металлов указывали многие исследователи [8]. Однако только современный уровень развития физики прочности и пластичности позволяет наметить конкретные пути и сформулировать задачи этого синтеза.

Одним из возможных путей, как отмечалось в докладе [9], является использование физических моделей скалярных свойств металлов при математической постановке краевых задач теории пластичности. Основной задачей, стоящей на этом пути, является разработка достаточно простых физических моделей, которые можно использовать в практике технологических расчетов.

Данное научное направление, начиная с 1994 года, является основным направлением фундаментальных исследований на кафедре обработки металлов давлением УГАТУ. Полученные результаты не только подтвердили перспективность направления, но и позволяют говорить о качественно новом этапе в развитии учения о пластическом формообразовании металлов [10–12].

Согласно современным представлениям, пластическая деформация и разрушение есть единый, кинетический, многостадийный, термически и механически активируемый про-

цесс. Поэтому для получения физических моделей скалярных характеристик пластической деформации и разрушения использовали кинетическую схему, основанную на учете взаимного превращения дефектов кристаллического строения. Она является дальнейшим развитием схемы взаимного превращения дислокаций разного типа [13] и приведена на рис. 1.

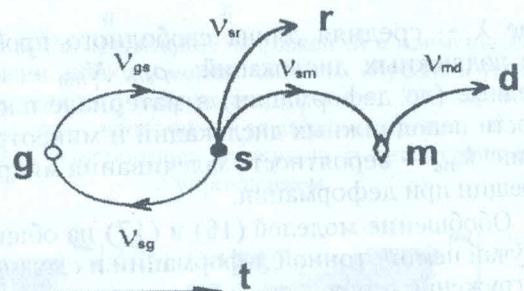


Рис. 1. Схема взаимного превращения дефектов кристаллической решетки в едином процессе пластической деформации и разрушения

Кинетические уравнения детального баланса средних плотностей дефектов, соответствующие схеме (рис. 1) и установившейся стадии деформации, имеют вид

$$\begin{aligned} \frac{d\rho_s}{dt} &= \rho_g v_{gs} - \rho_s (v_{sg} + v_{sr} + v_{sm}), \\ \frac{dN_m}{dt} &= a \rho_s v_{sm} - N_m v_{md}, \end{aligned} \quad (14)$$

где  $\rho_s$ ,  $\rho_g$ ,  $N_m$  – средние скалярные плотности неподвижных и подвижных дислокаций и микротрецин;  $a$  – параметр, учитывающий разную природу дислокаций и микротрецин и численно равный средней длине микротрецин  $10^{-5}$  см;  $t$  – время деформации до заданной степени деформации  $\varepsilon$ .

Систему (14), следуя [13], дополним уравнениями связи макроскопических характеристик пластической деформации с макроскопическими характеристиками структуры металла, взятыми в простой форме:

$$\begin{aligned} \xi &= bv\rho_g, \\ \sigma &= \alpha\bar{m}Gb\sqrt{\rho_s}, \end{aligned} \quad (15)$$

где  $b$ ,  $v$  – средние модули вектора Бюргерса дислокаций и скорости их движения;  $\alpha$  – коэффициент, принимающий для разных металлов значения 0,2–1,0 [7];  $m = 2,7\text{--}3,1$  – фактор Шмида для поликристаллов;  $G$  – модуль сдвига.

Решение системы (14), (15) в линейном приближении имеет вид

$$\sigma_i = \alpha \bar{m} G b \left\{ \frac{(b\lambda)^{-1} [\exp(\varepsilon_i) - 1] + \rho_{so}}{\exp(\varepsilon_i)} \right\}^{\frac{1}{2}}, \quad (16)$$

$$N_m = \frac{\frac{a\sigma_i^2(\varepsilon_i)}{(\alpha \bar{m} G b)^2 k_{md}} [\exp(k_{md}\varepsilon_i) - 1] + N_{mo}}{\exp(k_{md}\varepsilon_i)}, \quad (17)$$

где  $\lambda$  — средняя длина свободного пробега подвижных дислокаций;  $\rho_{so}$ ,  $N_{mo}$  — исходные (до деформации) в материале плотности неподвижных дислокаций и микротрещин;  $k_{md}$  — вероятность залечивания микротрещин при деформации.

Обобщение моделей (16) и (17) на общий случай немонотонной деформации и сложное нагружение, проведенное на основе теоретического описания эффекта Баушингера с использованием уравнения (16), выглядит следующим образом:

$$\sigma_i = \frac{\alpha \bar{m} G b}{2} \left\{ \left[ \frac{(b\lambda)^{-1} [\exp(\varepsilon_i) - 1] + \rho_{so}}{\exp(\varepsilon_i)} \right]^{\frac{1}{2}} + (\rho_{so} + A\varepsilon_i)^{\frac{1}{2}} \right\}, \quad (18)$$

$$g(\varepsilon_i) = \frac{\alpha \bar{m} G b}{3\varepsilon_i} \left\{ \left[ \frac{(b\lambda)^{-1} [\exp(\varepsilon_i) - 1] + \rho_{so}}{\exp(\varepsilon_i)} \right]^{\frac{1}{2}} - (\rho_{so} + A\varepsilon_i)^{\frac{1}{2}} \right\}, \quad (19)$$

$$dN_{m(i)} = \left[ \frac{a\sigma_i^2(\varepsilon_i)}{(a\bar{m} G b)^2} - N_{mo(i-1)} \bar{k}_{md(i)} \right] d\varepsilon_i, \quad (20)$$

где  $dN_{m(i)}$  — приращение плотности микротрещин на  $i$ -м этапе нагружения;  $N_{mo(i-1)}$  — накопленная частицей плотность микротрещин за  $(i-1)$  этапов нагружения;  $\bar{k}_{md(i)}$  — средняя вероятность залечивания микротрещин на  $i$ -м этапе нагружения. На основе принципа суммирования поврежденности

$$N_m = \int dN_{m(i)}. \quad (21)$$

Установлено, что для углеродистых и малолегированных сталей при холодной деформации

$$\bar{k}_{md} = 0,44 - 0,3 \operatorname{arctg} [k(\varepsilon_i) + 0,6], \quad (22)$$

где  $k = \sigma_o/\tau_i$  — показатель жесткости схемы напряженного состояния.

Уравнения (18)–(20) являются физическими, поэтому они учитывают историю нагружения посредством параметров структуры  $\rho_{so}$  и  $N_{mo}$ .

Физические условия разрушения и деформации без разрушения выглядят соответственно следующим образом:

$$N_m = N_{kp}, \quad N_m < N_{kp}, \quad (23)$$

где  $N_{kp} = 10^6 - 10^7 \text{ см}^{-2}$  — критическая плотность микротрещин, при которой происходит их объединение в макротрещину [14].

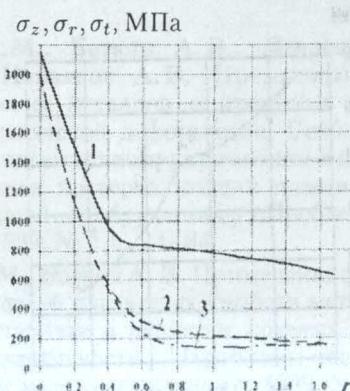
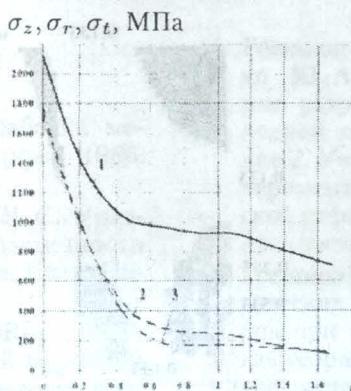
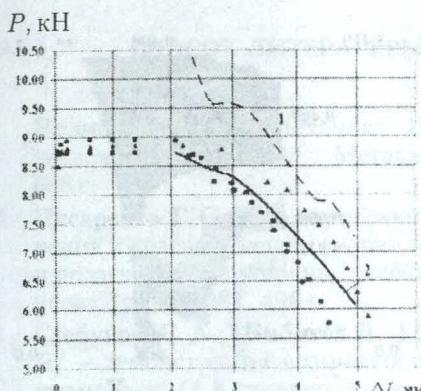
Использованный ресурс пластичности металла при пластическом формообразовании определяется как

$$\Psi = N_m/N_{kp}. \quad (24)$$

На данном этапе развития приведенных физических моделей для определения параметров  $\lambda$ ,  $\rho_{so}$  и  $A$  требуется испытание материалов на простое растяжение и сжатие.

Для исследования конкретного процесса пластического формообразования краевая задача теории пластичности должна включать уравнения (1), (2), (10), (18)–(22) и (24). Данная система уравнений объединяет основные (фундаментальные) положения механики и физики пластической деформации и разрушения металлов, поэтому ее следует рассматривать как единую физико-математическую теорию пластического формообразования.

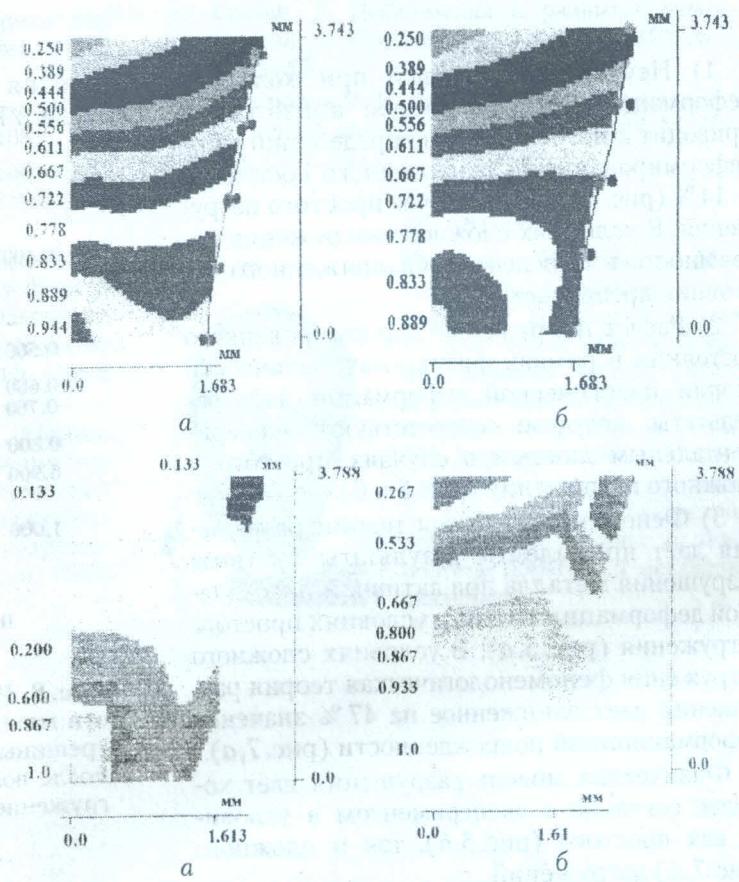
Для демонстрации возможностей нового подхода к анализу процессов пластического формообразования были проведены экспериментальное и сравнительное теоретическое исследование пластического деформирования в условиях простого и сложного нагружения. Изучали процесс одноосного растяжения стандартного пятикратного образца из стали 20 (простое нагружение) и процесс, включающий двухкратное волочение прутка на среднюю степень деформации 20 % в каждом переходе, последующее его кручение на угол  $2\pi$  и дальнейшее одноосное растяжение



**Рис. 2.** Диаграммы «сила деформирования – удлинение» при растяжении образца в условиях простого нагружения: точки – эксперимент; кривые – расчет (1 – в рамках механики с изотропной моделью материала; 2 – в рамках физико-математической теории с учетом анизотропного упрочнения)

**Рис. 3.** Распределение напряжений в наименьшем сечении шейки в момент разрыва образца в условиях простого нагружения (1 –  $\sigma_z$ , 2 –  $\sigma_t$ , 3 –  $\sigma_r$ ): *а* – изотропная модель материала; *б* – модель изотропного материала с анизотропным упрочнением

**Рис. 4.** Накопленная в шейке к моменту разрыва образца в условиях простого нагружения интенсивность пластической деформации: *а* – изотропная модель материала; *б* – модель изотропного материала с анизотропным упрочнением (с учетом симметрии показана правая верхняя четверть сечения шейки)



**Рис. 5.** Использованный ресурс пластичности металла к моменту разрыва образца при растяжении в условиях простого нагружения: *а* – феноменологическая модель разрушения; *б* – физическая модель разрушения (расчет напряженно-деформированного состояния проведен в рамках физико-математической теории)

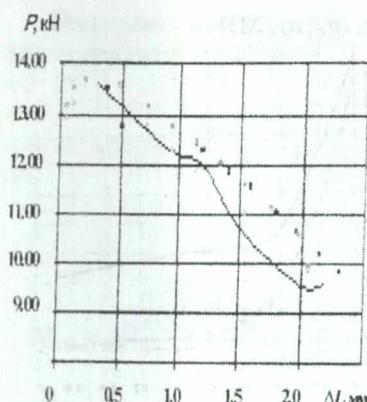
до разрушения (сложное нагружение). Теоретическое исследование проводили при формулировании краевой задачи в рамках механики пластической деформации и разрушения и в смешанной постановке.

Одесимметричные задачи решали методом конечных элементов в приращениях переме-

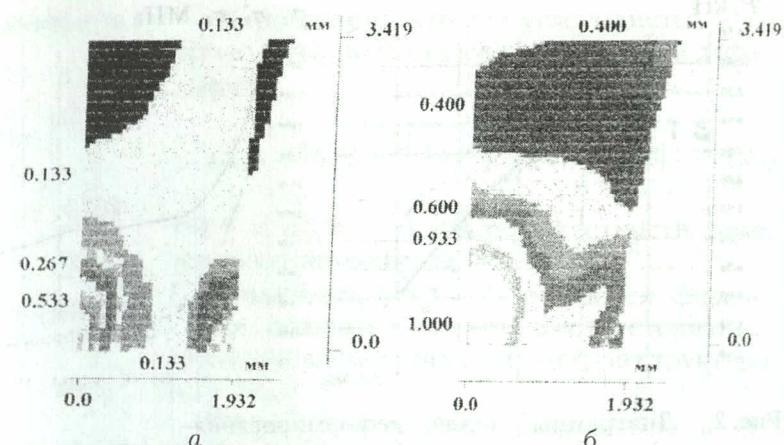
щений и в вариационной постановке. Линеаризацию задач пластиичности проводили методом дополнительных деформаций [15].

Результаты исследований показаны на рис. 2–8.

Анализ полученных результатов позволил установить:



**Рис. 6.** Диаграмма растяжения образца после волочения и кручения (сложное нагружение): точки — эксперимент; кривая — расчет в рамках физико-математической теории



**Рис. 7.** Использованный ресурс пластичности металла к моменту разрыва образца при растяжении после волочения и кручения (сложное нагружение): *a* — феноменологическая модель разрушения; *b* — физическая модель разрушения

1) Неучет возникающей при холодной деформации деформационной анизотропии приводит к погрешности в определении силы деформирования и напряженного состояния — 14 % (рис. 4) даже в случае простого нагружения. В условиях сложного нагружения погрешность в определении напряженного состояния превышает 40 %.

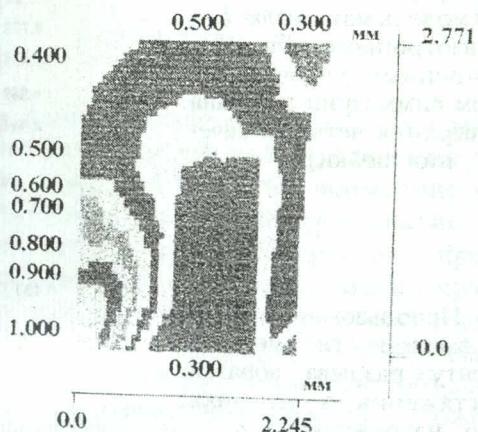
2) Расчет напряженно-деформированного состояния в рамках физико-математической теории пластической деформации даёт результаты, которые соответствуют экспериментальным данным в случаях простого и сложного нагружений (рис. 2 и 6).

3) Феноменологическая теория разрушения дает приемлемые результаты прогноза разрушения металла при активной пластической деформации только в условиях простого нагружения (рис. 5, *a*). В условиях сложного нагружения феноменологическая теория разрушения дает заниженное на 47 % значение деформационной поврежденности (рис. 7, *a*).

Физическая модель разрушения дает хорошее согласие с экспериментом в условиях как простого (рис. 5, *b*), так и сложного (рис. 7, *b*) нагружений.

Несколько завышенные значения  $\Psi$  в ядре шейки (рис. 7, *b*) объясняются тем обстоятельством, что зарождение макротрешины происходит в ядре шейки раньше его разрыва (рис. 8). Образец некоторое время еще «живет» и деформируется за счет периферийной части сечения, где ресурс пластичности далёк от исчерпания (рис. 8). Удлинение с момента зарождения макротрешины до момента её

развития в магистральную составляет 0,6 мм (рис. 8 и 7, *b*).



**Рис. 8.** Использованный ресурс пластичности металла к моменту зарождения макротрешины ( $\Psi = 1,0$ ) при растяжении образца после волочения и кручения (сложное нагружение; расчет в рамках физической модели разрушения)

Таким образом, разработанная система уравнений краевой задачи, объединяющая основные положения механики и физики пластической деформации и разрушения, позволяет получать адекватные математические модели многопереходных технологических процессов ОМД. Следовательно, открываются новые возможности при разработке технологии и её оптимизации.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Колмогоров В. Л. Механика обработки металлов давлением. М.: Металлургия, 1986. 688 с.
2. Писаренко Г. С., Можаровский Н. С. Уравнения и краевые задачи теории пластичности и ползучести: Справочное пособие. Киев: Наукова Думка, 1981. 496 с.
3. Стебунов С. А., Биба Н. В. FORGE FAIR '97 — демонстрация возможностей объемной штамповки // Кузнецко-штамповочное производство. 1997. № 8. С. 37–38.
4. Богатов А. А., Мижирицкий О. И., Смирнов С. В. Ресурс пластичности металлов при обработке давлением. М.: Металлургия, 1984. 144 с.
5. Попов Л. Е., Кобылев В. С., Ковалевская Т. А. Пластическая деформация сплавов. М.: Металлургия, 1984. 183 с.
6. Владимиров В. И. Физическая природа разрушения металлов. М.: Металлургия, 1984. 280 с.
7. Хоникомб Р. Пластическая деформация металлов / Пер. с англ. М.: Мир, 1972. 408 с.
8. Сторожев М. В., Попов Е. А. Теория обработки металлов давлением. М.: Машиностроение, 1971. 424 с.
9. Гречнов В. М. О перспективах применения физической теории пластической деформации в расчетных методах теории пластичности // Проблемы пластичности в технологиях: Тез. докл. междунар. науч.-техн. конф. Орел: ОрелГТУ, 1995. С. 13.
10. Гречнов В. М., Лавриненко Ю. А., Напалков А. В. Прогнозирование разрушения металлов в процессах холодной пластической деформации. Сообщение 1. Приближенная модель пластической деформации и разрушения металлов // Проблемы прочности. 1999. № 1. С. 68–76.
11. Гречнов В. М., Боткин А. В., Лавриненко Ю. А., Напалков А. В. Прогнозирование разрушения металлов в процессах холодной пластической деформации. Сообщение 2. Учет анизотропного упрочнения и экспериментальная проверка модели пластической деформации и разрушения // Проблемы прочности. 1999. № 2. С. 74–84.
12. Гречнов В. М., Боткин А. В. Применение физических моделей скалярных свойств металлов при постановке и решении краевых задач теории пластичности // Проблемы машиностроения и надежности машин. 1999. № 5. С. 31–37.
13. Greenberg B. A., Ivanov M. A. On the theory of plastic deformation with an account of dislocation transformation of several types // Phys. stat. sol. (a). 1978. V. 45, No 1. P. 403–410.
14. Бетехтин В. И., Владимиров В. И., Кадомцев А. Г., Петров А. И. Пластическая деформация и разрушение кристаллических тел. Сообщ. 1. Деформация и развитие микротрещин // Проблемы прочности. 1979. № 7. С. 38–45.
15. Мавлютов Р. Р. Концентрация напряжений в элементах авиационных конструкций. М.: Наука, 1981. 141 с.

## ОБ АВТОРЕ



**Гречнов Владимир Михайлович**, профессор, зав. кафедрой обработки металлов давлением УГАТУ. Дипл. инж.-механик (УАИ, 1974). Д-р физ.-мат. наук по физике твердого тела (заш. в ИПМ АН Украины, 1992). Исследования в области физики и механики пластической деформации, теории и технологии обработки металлов давлением.