Уфа: УГАТУ Вестник УГАТУ 2001. № 1 (3). С. 120–127
НАУЧНЫЕ СТАТЬИ И ДОКЛАДЫ • ИНФОРМАТИКА И СИСТЕМОТЕХНИКА

УДК 621.96

ИНФОРМАЦИОННАЯ СИСТЕМА РАСКРОЯ ПЛОСКИХ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ОБЪЕКТОВ СЛОЖНОЙ ФОРМЫ: ОСНОВНЫЕ ПРОБЛЕМЫ И ПОДХОДЫ К ИХ РЕШЕНИЮ

В. В. МАРТЫНОВ

Башкирский Республиканский центр новых информационных технологий УГАТУ
Тел: (3472) 23 08 22 E-mail: martynov@rb.ru

Рассматриваются основы разработки информационной системы раскроя плоских объектов сложной формы: общесистемные вопросы проектирования, теоретические основы, основные методы и алгоритмы построения регулярных и нерегулярных укладок, базирующиеся на исследованиях, выполненных в УГАТУ в период 1988–2000

Информационная система; раскрой-упаковка; операции Минковского

ВВЕДЕНИЕ

Разработка ресурсосберегающих технологий на фоне ограниченности запасов полезных ископаемых с каждым годом становится все актуальней. Создание ИСР является необходимым звеном автоматизации производства, обеспечивающим результативное проектирование раскроя: получение экономического эффекта, сокращение сроков проектирования и цикла технологической подготовки производства, повышение производительности труда.

В условиях значительных экономических преобразований (Россия сейчас находится в подобной ситуации) усиливаются мотивы проведения реконструкции производства. Разработка ИСР является неотъемлемой частью этого процесса. В результате анализа средств системного проектирования и методов решения проблемы комплексной автоматизации раскройного производства выявлено, что наибольший эффект реконструкции будет получен в том случае, если она будет проведена с позиций реинжиниринга бизнес-процессов. В качестве средства системного проектирования при разработке ИСР отдано предпочтение технологии SADT, позволяющей при помощи доступных средств произвести структурный анализ и построение функциональной модели системы. Обоснование данного выбора и этапы разработки ИСР приведены в [4] а функциональная модель системы в [5].

Наиболее сложной проблемой при проектировании ИСР является разработка методов и алгоритмов рационального раскроя-упаковки геометрических объектов (ГО) сложной формы. Этому посвящены усилия многих исследователей. Ссылки на последние публикации по нерегулярному размещению можно найти в [1 и 6], по регулярному размещению в [2] и др.

В задачах раскроя-упаковки важное место занимает определение областей допустимых размещений (ОДР) ГО. При размещении плоских ГО сложной формы на плоскости положение каждого ГО в общем случае определяется двумя параметрами: координатами на плоскости любой, связанной с ГО, точки. Сведение двумерной задачи размещения одного ГО к одномерной приведет к уменьшению общей размерности задачи раскроя. В статье рассматриваются теоретические основы определения ОДР, а также разработанные на этой базе вошедшие в состав ИСР методы размещения сложных плоских ГО.

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ

В этом разделе приведено определение и описаны свойства суммы Минковского [9], используемые в задачах раскроя-упаковки ГО.

Определение. Пусть A и B – два точечных множества в пространстве. Рассмотрим всевозможные векторные суммы $\boldsymbol{c} = \boldsymbol{a} + \boldsymbol{b}$, где $\boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{b}$ независимо друг от друга пробегают совокупности всех векторов соответственно A и B. Множество C, определяемое совокупностью всех таким образом полученных векторов $\boldsymbol{c}$, называется *суммой Минковского* множеств A и B и обозначается как

$$C = A \oplus B. \tag{1}$$

Геометрическая интерпретация (1) понятна из следующего выражения, вытекающего из определения суммы Минковского:

$$A \oplus B = \bigcup_{b \in B} (\boldsymbol{b} \oplus A). \tag{2}$$

Для анализа взаимного положения множеств A и B используется сумма Минковского $C = A \oplus (-B)$ – множества A и множества, центрально симметричного множеству B относительно начала координат. Также для суммы доказан ряд утверждений и следствий к ним [3], которые в необходимой мере для полноты изложения приведем здесь без доказательств.

Утверждение. *Пусть* $C = A \oplus (-B)$ (*рис.* 1). *Для того чтобы множества A и B пересекались, необходимо и достаточно перенести множество B на вектор $\boldsymbol{c}$ или множество A на вектор $-\boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{c} \in C$, а $C = A \oplus (-B)$.*

Условия взаимного расположения множеств A и B определяются из приведенных ниже *следствий*:

1. Множества A и B пересекаются, если разность векторов их переноса (α для множества A и β для множества B) принадлежит $A \oplus (-B)$. На рис. 1 $\alpha + \beta = m \in C$.

2. Множества A и B не пересекаются, если разность векторов их переноса лежит вне $A \oplus (-B)$. На рис. 1 $\alpha + \beta = n \notin C$.

3. Множества A и B плотно расположены (происходит лишь касание их граничных точек) и B касается A снаружи, если разность векторов их переноса лежит на границе $A \oplus (-B)$.

На основании сделанного утверждения и следствий к нему разработан метод и реализован алгоритм нахождения ОДР двух внешних ГО [7].

В [6] показано, что для размещения ГО в области большое значение имеет разность Минковского. Там же приведен алгоритм нахождения ОДР ГО в области.

РАЦИОНАЛЬНОЕ РАЗМЕЩЕНИЕ ГО В ПОЛОСЕ

Укладкой называется такое размещение ГО, когда они не имеют пересечений. Существуют регулярные и нерегулярные укладки.

Регулярные укладки в R^n-пространстве образованы параллельными переносами группы ГО той же размерности на векторы

$$\vec{a}_{j,m} = \vec{b}_j \times m, \tag{3}$$

где $m = \pm 1, \pm 2, ..., \pm\infty$; $j \leqslant 1, 2, ..., n$.

Остальные укладки составляют группу *нерегулярных*.

Плотность заполнения R^n-пространства оценивается с помощью коэффициента плот-

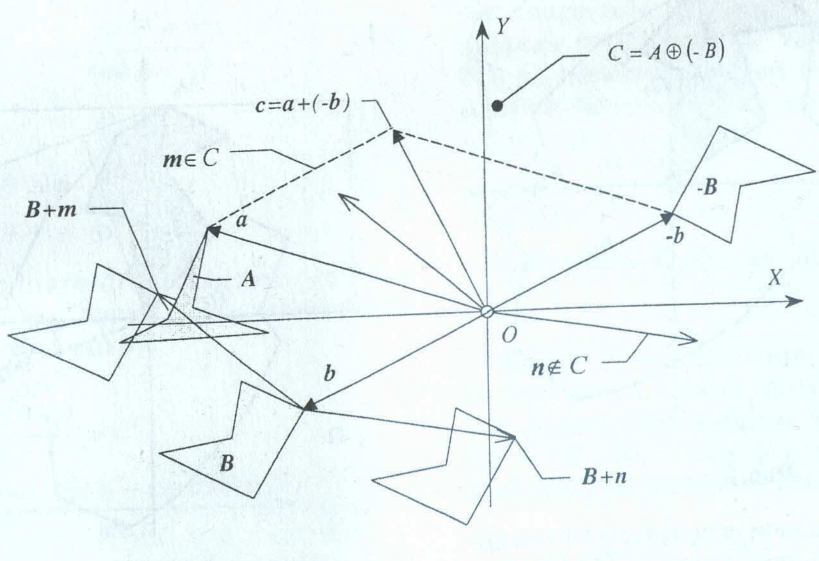

Рис. 1

ности заполнения χ, которым назовем отношение максимальной метрической характеристики R^n, инцидентной ГО, к ее полному значению для данного пространства. По аналогии *коэффициент плотности заполнения χ ограниченной области пространства* определится как отношение максимальной метрической характеристики R^n, инцидентной ГО, размещенным в области, к ее полному значению для данной области. Выражение для определения плотности заполнения ГО S_i, $i = 1, 2, \ldots, n$ пространства R^n можно записать как

$$\chi = \frac{\sum\limits_{i=1}^{n} [S_i]}{[R^n]}, \tag{4}$$

где $\sum\limits_{i=1}^{n} [S_i]$ — суммарная метрическая характеристика, инцидентная ГО; $[R^n]$ — полное значение метрической характеристики для данной области. Для каждого типа размещения выражение (4) конкретизируется, включая в себя параметры размещения.

Нахождение оптимальной однорядной регулярной укладки в полосу

Пусть дан многоугольный ГО S с вершинами $O_i(X_iY_i)$ (рис. 2). Необходимо найти рациональное значение параметров вектора $\boldsymbol{b}_1(b_{1x}, \theta$ — угол ориентации полосы относительно начального положения системы координат XOY) и ширины полосы B, характеризующих размещение S в полосе.

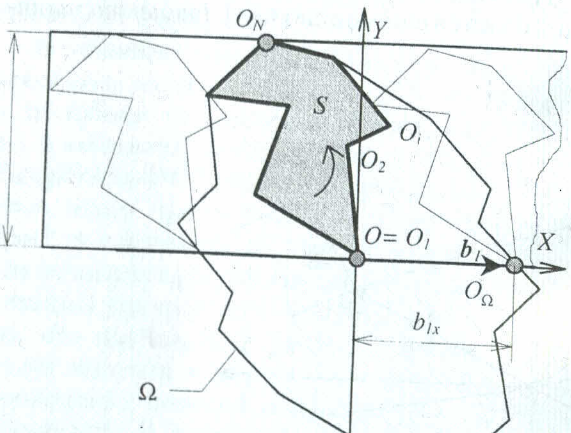

Рис. 2

При решении задачи используем метод построения ОДР для двух внешних ГО [3]. Однако размещаемые ГО являются конгруэнтными и их ОДР Ω представляет собой центрально симметричную фигуру. Поэтому достаточно построить только половину ОДР.

Коэффициент заполнения полосы определится как

$$\chi = [S]\, n / (X_{\max} - X_{\min} + (n-1)\, b_{1x})\, B, \tag{5}$$

где $[S]$ — площадь ГО S, n — число размещенных в полосе ГО, а $X_{\max}$ и $X_{\min}$ — максимальная и минимальная абсцисса ГО S соответственно.

Обычно для больших n величиной $X_{\max} - X_{\min} - b_{1x}$ пренебрегают, и тогда

$$\chi = [S]/b_{1x} \cdot B, \tag{6}$$

где $[S]$ — площадь ГО S. При известной ОДР Ω рациональная укладка в полосе, соответствующая функции цели $\max \chi$, определится как

$$\max \chi \to \min\Big(|X_{i \to \min Y_i} - X_{\Omega \to \min Y_i}| \times \times |\max Y_i - \min Y_i| \Big), \tag{7}$$

так как $[S] = \mathrm{const}$.

Утверждение. *Для определения оптимальной укладки конгруэнтных ГО в полосе достаточно осуществить перебор половины вершин ОДР (в силу ее симметричности для конгруэнтных ГО) и ее точек, соответствующих прохождению опорных прямых через стороны выпуклой оболочки ГО.*

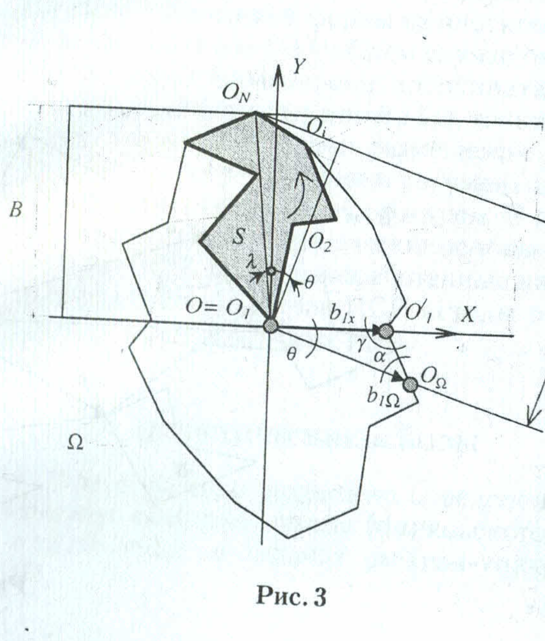

Рис. 3

Доказательство. Для приведенного варианта размещения ГО $S(B, \boldsymbol{b}_{1x})$ (рис. 3) рассчитаем площадь основного элемента полосы:

$$S' = B * b_{1x} = |O_1 O_N| \cos\lambda\, |b_{1x}|\,. \qquad (8)$$

Далее сделаем небольшое приращение вектору укладки, не выходя за его область определения, т. е. в пределах одной смежной с начальной вершиной стороны ОДР без изменения вершин O_1 и O_N, определяющих опорные прямые. Получим вектор укладки $\boldsymbol{b}_{1\Omega}$. Также рассчитаем площадь основного элемента полосы и для этого случая:

$$S'_\Omega = B_\Omega * b_{1\Omega} = |O_1 O_N| \cos(\lambda+\theta)\, |b_{1\Omega}|\,. \quad (9)$$

Из теоремы синусов для треугольника $O_1 O'_1 O_\Omega$ имеем

$$\frac{|b_{1\Omega}|}{\sin\gamma} = \frac{|b_{1x}|}{\sin\alpha}, \qquad (10)$$

откуда находим длину вектора $\boldsymbol{b}_{1\Omega}$:

$$|b_{1\Omega}| = \frac{|b_{1x}| \sin\gamma}{\sin\alpha} = \frac{|b_{1x}| \sin\gamma}{\sin(\theta+\gamma)}. \qquad (11)$$

Подставив (11) в (9), получим

$$S'_\Omega = \frac{|b_{1x}|\, |O_1 O_N| \sin\gamma \cos(\theta+\lambda)}{\sin(\theta+\gamma)}. \qquad (12)$$

Введем обозначение

$$a = |b_{1x}|\, |O_1 O_N| \sin\gamma = \text{const} \qquad (13)$$

для принятого приращения вектора укладки. Тогда

$$S'_\Omega = a \frac{\cos(\theta+\lambda)}{\sin(\theta+\gamma)}. \qquad (14)$$

Обозначим

$$\begin{aligned} \beta &= \theta+\gamma = \text{var}, \\ \eta &= \lambda-\gamma = \text{const} \end{aligned} \qquad (15)$$

также для принятого приращения вектора укладки. С учетом данных обозначений выражение (14) примет вид

$$\begin{aligned} S'_\Omega = a\frac{\cos(\beta+\eta)}{\sin\beta} &= \\ = a\frac{\cos\beta\cos\eta - \sin\beta\sin\eta}{\sin\beta} &= \\ = a\cos\eta\,\text{ctg}\,\beta - a\sin\eta&. \end{aligned} \qquad (16)$$

Для нахождения экстремального значения функции цели (7) продифференцируем (16) по переменной β:

$$\left.(S'_\Omega)'\right|_\beta = -\frac{a\cos\eta}{\sin^2\beta}. \qquad (17)$$

Анализируя значение выражения (17) в точках, соответствующих прохождению опорных прямых через стороны выпуклой оболочки ГО, отмечаем следующее: $|b_{1x}| = \text{const}$; $\gamma = \text{const}$; $|O_1 O_N| = \{|O_1 O_N|, |O_1 O_{N-1}|\}$; $\text{sign}(|O_1 O_N|) = \text{const}$; $\lambda = \{\lambda_N, \lambda_{N-1}\}$; $\text{sign}\,\lambda = \text{var}$, т. е. в этих точках, так же как и в вершинах ОДР, может измениться знак выражения (17) и характер монотонности функции (7). Выражение (17) равно нулю в точках экстремума функции (7) в том случае, если числитель равен нулю:

$$a\cos\eta = 0. \qquad (18)$$

Но, с другой стороны, $a\cos\eta = \text{const}$, и значения углов $\gamma = 0, \pi$ и/или $\lambda - \gamma = \pm\frac{\pi}{2}$, приводящие (18) к нулю, не меняют характера сделанного утверждения. Равенство нулю знаменателя выражения (17) делает его лишенным смысла.

Таким образом, функция (7) на участке любой одной стороны ОДР между его вершинами и точками, соответствующими прохождению опорных прямых через стороны выпуклой оболочки ГО, не имеет экстремума, оставаясь монотонной, что доказывает сделанное утверждение.

Итеративно осуществляя преобразования поворота системы координат XOY относительно ее начала на угол, соответствующий перебору половины вершин ОДР и ее точек, соответствующих прохождению опорных прямых через стороны выпуклой оболочки ГО, по известным формулам находим оптимальное решение (7) и соответствующие ему параметры размещения:

$$\begin{aligned} b_{1x}(\theta) &= \left| X_{i\to\min Y(\theta)_i}(\theta) - X_{\Omega\to\min Y(\theta)_i}(\theta) \right| \\ B(\theta) &= \max Y_i(\theta) - \min Y_i(\theta). \end{aligned} \qquad (19)$$

В том случае, если ширина полосы является величиной заранее заданной ($B = \text{const}$) или может быть выбрана из конечного ряда ($B = \{B_1, B_2, \ldots, B_N\}$), в выражении (7) появятся дополнительные ограничения:

$$|\max Y_i - \min Y_i| \leqslant \max B_i, \qquad (20)$$

и оптимальному решению будет соответствовать только параметр b_{1x} в случае $B = \text{const}$, а также B_N, соответствующее:

$$\max\chi \to \min\Big(\left|X_{i\to\min Y_i} - X_{\Omega\to\min Y_i}\right| \times \times \min B_N \geqslant (\max Y_i - \min Y_i)\Big), \quad (21)$$

в случае выбора ширины полосы из конечного ряда.

Нахождение оптимальной однорядной блочно-регулярной укладки в полосу

При размещении в полосе блока ГО, например, в случае однорядной укладки конгруэнтных и повернутых на 180° фигур (рис. 4) появляется еще один параметр размещения, характеризующий положение повернутого объекта относительно первого.

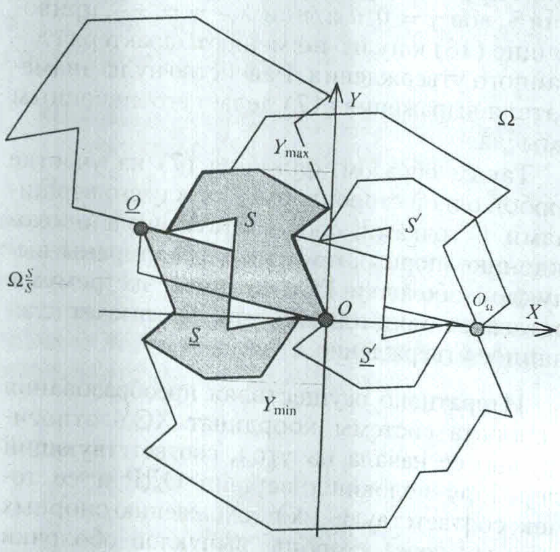

Рис. 4

Это положение опорной точки повернутого ГО на границе ОДР этого объекта относительно первого (точка $\underline{O}$, рис. 4). Данный параметр присутствует также при организации блока из двух любых ГО в однорядной укладке. Если повторить рассуждения, приведенные в (6) и (7), то функция цели для этой задачи примет вид

$$\max\chi \to \min_{\substack{O_\Omega \in \Omega,\\ \underline{O} \in \Omega^S_{\underline{S}}}} \left(\left|X_O - X_{O_{\Omega_i}}\right| \left|Y_{\max} - Y_{\min}\right|\right), \quad (22)$$

где $O_\Omega \in \Omega$, $\underline{O} \in \Omega^S_{\underline{S}}$ определяет область ограничений изменения варьируемых параметров: $O_\Omega \in \Omega$ – принадлежность опорной точки O_Ω блока ГО $S'\underline{S}'$ его ОДР Ω относительно блока $S\underline{S}$; $\underline{O} \in \Omega^S_{\underline{S}}$ – принадлежность опорной точки $\underline{O}$ ГО $\underline{S}$ его ОДР $\Omega^S_{\underline{S}}$ относительно объекта S.

Таким образом, при нахождении рациональной укладки блока из двух ориентированных ГО в полосу оптимизация производится по двум параметрам и задача вполне может быть решена итеративным перебором вершин границ ОДР Ω и $\Omega^S_{\underline{S}}$ и их точек, соответствующих прохождению опорных прямых через стороны выпуклой оболочки блока ГО. Аналогичный вывод можно также сделать для укладки в полосу блока конгруэнтных и повернутых на 180° фигур. В том случае, если блок составлен из двух неориентированных ГО, добавляется третий параметр — угол поворота объектов относительно друг друга. Задача также может быть решена при помощи итераций.

РЕШЕТЧАТОЕ РЕГУЛЯРНОЕ РАЗМЕЩЕНИЕ ГО

К укладкам, регулярным по двум параметрам, относятся *решетчатые укладки* (рис. 5), где шаг решетки $\boldsymbol{b}_1$, $\boldsymbol{b}_2$ совпадает с шагом укладки в двух направлениях. Плотность решетчатой укладки определится как

$$\chi = [S]/[\boldsymbol{b}_1 \times \boldsymbol{b}_2], \quad (23)$$

где $[S]$ – площадь ГО; $[\boldsymbol{b}_1 \times \boldsymbol{b}_2]$ – площадь основного параллелограмма решетки.

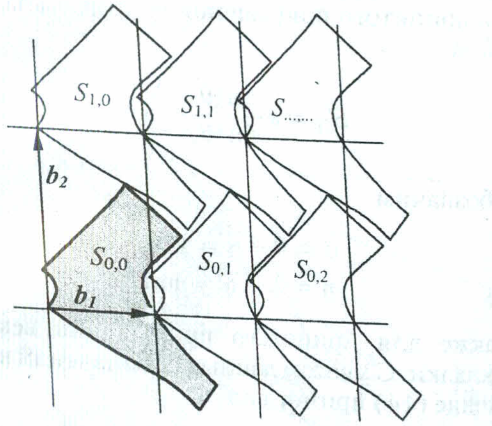

Рис. 5

Пусть дан ГО $S_{0,0}$ (рис. 6). Необходимо найти рациональное значение параметров $\boldsymbol{b}_1$ и $\boldsymbol{b}_2$, соответствующих рациональной решетчатой укладке данных ГО на плоскости.

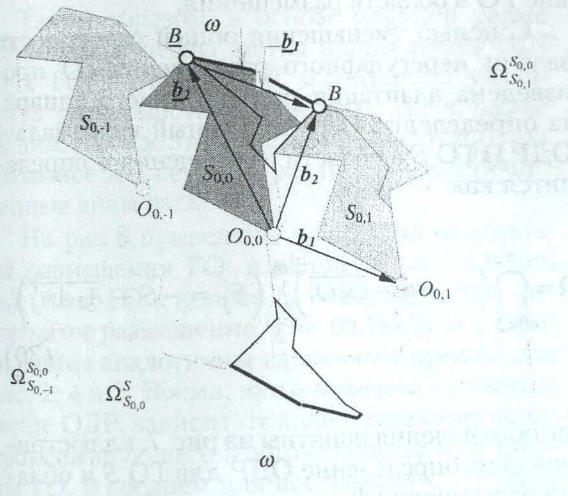

Рис. 6

Функцией цели для данной задачи является плотность укладки, которая должна быть максимальной. Как следует из (23), χ достигает максимума при стремлении к минимуму $|\boldsymbol{b}_1 \times \boldsymbol{b}_2|$, так как $|S| = \mathrm{const}$, т. е.

$$\max \chi \to \min\left(|\boldsymbol{b}_1 \times \boldsymbol{b}_2|\right) \qquad (24)$$

при определенных ограничениях.

Рассмотрим ограничения, являющиеся областью определения функции (24). Предположим, что нам известен способ построения ОДР Ω ГО S [3]. На рис. 6 $\Omega^{S}_{S_{0,0}}$ — это ОДР ГО $S_{0,1}$ и $S_{0,-1}$ относительно $S_{0,0}$; $\Omega^{S_{0,0}}_{S_{0,-1}}$ – это ОДР ГО $S_{0,0}$ относительно $S_{0,-1}$; $\Omega^{S_{0,0}}_{S_{0,1}}$ – это ОДР ГО $S_{0,0}$ относительно $S_{0,1}$. Вектор $\boldsymbol{b}_1$ – первый и $\boldsymbol{b}_2$ — второй параметр искомой укладки (решетки).

Алгоритм определения рациональной решетки, соответствующей (24), заключается в следующем:

1. Известными способами строим ОДР $\Omega^{S}_{S_{0,0}}$.

2. Определяем вектор $\boldsymbol{b}_1$ как соединяющий опорную точку $O_{0,0}$ ГО $S_{0,0}$ и точку на половине границы ОДР $\Omega^{S}_{S_{0,0}}$ (так как ОДР для конгруэнтных ГО — фигура центрально симметричная):

$$b_1 = \overline{O_{0,1}O_{0,0}}, \quad O_{0,1} \in \Omega^{S}_{S_{0,0}}. \qquad (25)$$

3. Находим область определения ω вектора $\boldsymbol{b}_2$ как часть границы ОДР $\Omega^{S}_{S_{0,0}}$ от точки B до точки $\underline{B}$, где B — одна из точек пересечения ОДР $\Omega^{S}_{S_{0,0}}$ и $\Omega^{S_{0,0}}_{S_{0,1}}$, а $\underline{B}$ – начало вектора $\underline{\boldsymbol{b}}_1 = \boldsymbol{b}_1$, но проведенного в точку B. Есть еще и другой способ нахождения ω как результат отсечения ОДР $\Omega^{S_{0,0}}_{S_{0,-1}}$ и $\Omega^{S_{0,0}}_{S_{0,1}}$ от границы $\Omega^{S}_{S_{0,0}}$:

$$\omega = \Omega^{S}_{S_{0,0}} \Big\backslash \left(\Omega^{S_{0,0}}_{S_{0,1}} \cup \Omega^{S_{0,0}}_{S_{0,-1}}\right). \qquad (26)$$

4. Определяем рациональный вектор $\boldsymbol{b}_2$ для области его определения ω. В силу того, что геометрический смысл функции цели (24) представляет собой площадь параллелограмма $O_{0,0}O_{0,1}B\underline{B}$, несложно показать, что рациональными будут те и только те положения текущей точки B_j, которые лежат между векторами $\underline{\boldsymbol{b}}_1$ и $\boldsymbol{b}_1$:

$$b_2 = \overline{OB_j}\left(B_j \to \min_{\omega} \delta_j\right), \qquad (27)$$

где $\delta_j = \frac{|Ax_j + By_j + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$ — расстояние от точки B_j до прямой $O_{0,0}O_{0,1}$, заданной уравнением $Ax + By + C = 0$, где, в свою очередь,

$$A = y_{0,0} - y_{0,1};$$
$$B = x_{0,1} - x_{0,0};$$
$$C = y_{0,1}x_{0,0} - y_{0,0}x_{0,1}.$$

5. Организуем цикл п. п. 2–4 по половине границы ОДР $\Omega^{S}_{S_{0,0}}$, вычисляя для каждой итерации значение функции цели. В итоге находим рациональную пару векторов $\boldsymbol{b}_1$ и $\boldsymbol{b}_2$ — параметров решетки.

Практическое значение имеют задачи поиска решетчатых укладок в конечных областях, а также усложненные варианты задач по поиску оптимальных полос, на которые можно разбить заданный прямоугольник и/или полубесконечную полосу (рулон). Плотность χ укладки в общем виде для данных случаев определится как

$$\chi = \sum_{i=1}^{p} S_i \Big/ [\Omega], \qquad (28)$$

где p — количество ГО S или блоков ГО S, разместившихся в области размещения Ω площадью $[\Omega]$.

НЕРЕГУЛЯРНОЕ РАЗМЕЩЕНИЕ ГО

Пусть дана прямоугольная область Ψ длиной a и шириной b. В Ψ необходимо разместить множество объектов S, $i = 1, \ldots, n$, таким образом, чтобы материал области был использован наиболее рационально. Чаще всего исследователи пытаются минимизировать длину l занятой ГО части области или рулона при выполнении условий непересечения ГО между собой и с границей области упаковки.

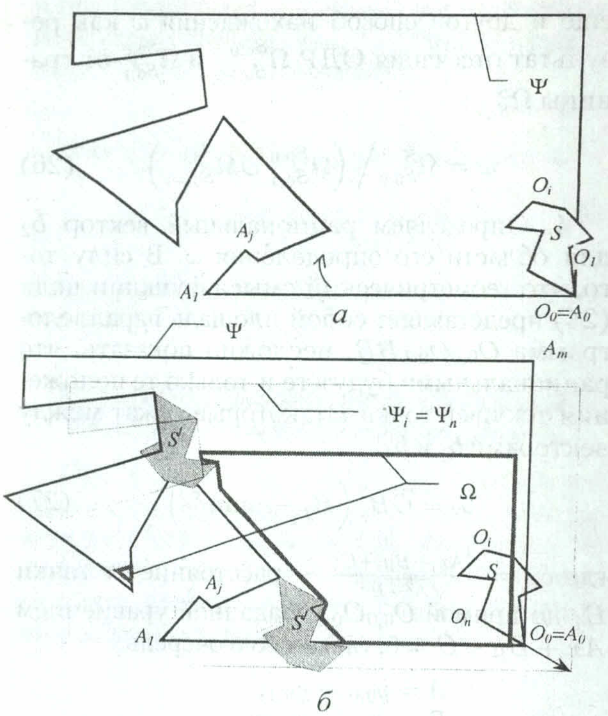

Рис. 7

Выбор в качестве критерия оптимизации l не позволяет всегда эффективно использовать материал, так как не дает однозначного представления о коэффициенте плотности заполнения. Плотность заполнения, являющаяся глобальным критерием, не может являться критерием оптимизации в процессе размещения, так как носит дискретный характер. В результате исследований выделены две группы критериев оптимизации в процессе размещения ГО: линейные и двухмерные, доказана их согласованность с глобальным критерием. Из их числа выбраны независимые критерии, на этой базе определена функция цели C^* и предложен интегральный локальный критерий оптимизации для определения рационального положения ГО в процессе размещения:

$$C^* = \max_{Z \in G} \chi_{\text{лок}} \left(\vec{Z} \right), \qquad (29)$$

где $\chi_{\text{лок}} = \alpha_1 \chi_{l1} + \alpha_2 \chi_{S1} + \alpha_3 \chi_{S4}$; α_i — весовые коэффициенты, подбираются эмпирически ($\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 = 1$); χ_{l1} — минимальная абсцисса размещаемого ГО; χ_{S1} — площадь части области размещения, отсекаемой размещенными ГО; χ_{S4} — площадь части области размещения, отсекаемой одним размещаемым ГО; G — область ограничений; $\vec{Z} = \vec{Z}(x_1, y_1, \theta_1, x_2, y_2, \theta_2, \ldots, x_n, y_n, \theta_n)$ — вектор параметров, определяющих положение ГО в области размещения.

С целью уменьшения общей размерности задачи нерегулярного размещения ГО произведена адаптация разработанного аппарата определения ОДР на данный класс задач. ОДР Ω ГО S в области размещения Ψ определится как

$$\Omega = \bigcap_{i=1}^{n} \left(\Psi_i = \Psi - \overrightarrow{O_0 O_i} \right) \bigg\backslash_{j=1}^{m} \left(S'_j = -S + \overrightarrow{A_0 A n_j} \right), \qquad (30)$$

где обозначения понятны из рис. 7, иллюстрирующего определение ОДР для ГО S и области размещения Ψ.

В основе оптимизационной процедуры лежит метод последовательного улучшения по группам переменных [8].

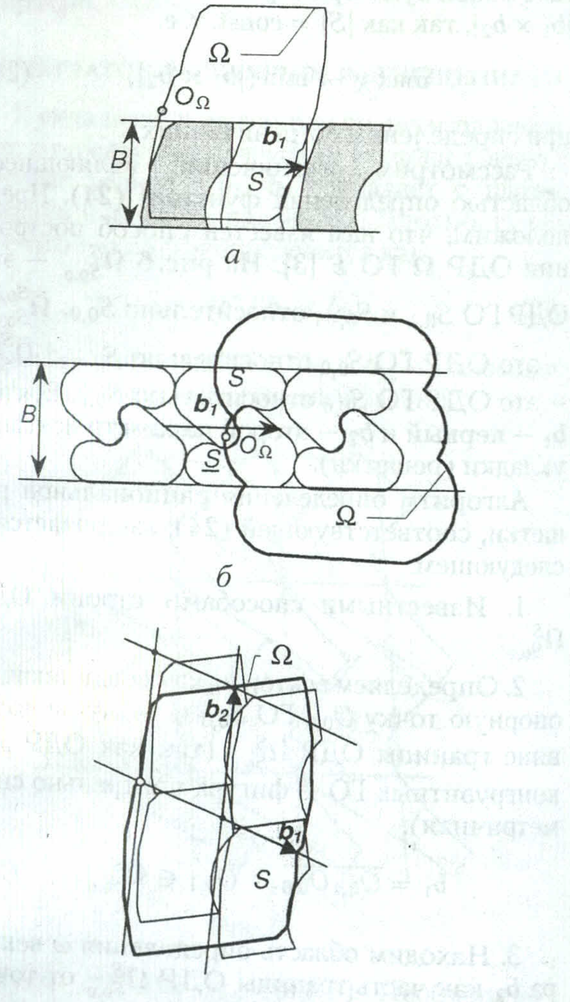

Рис. 8

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, в основе модулей размещения ИСР лежит метод определения ОДР двух ГО, позволивший значительно уменьшить размерность конкретных задач размещения. На базе этого метода разработано программное обеспечение, реализующее перечисленные виды раскроя.

На рис. 8 приведены некоторые результаты размещения ГО: в полосе, $\chi = 84{,}935\,\%$ (*а*); блок ГО в полосе, $\chi = 87{,}168\,\%$ (*б*); решетчатое размещение, $\chi = 93{,}788\,\%$ (*в*). Обозначения аналогичны сделанным прежде для рис. 2, 4 и 5. Время, затрачиваемое на вычисление ОДР, зависит от количества сторон аппроксимирующего многоугольника и от формы ГО. В среднем для построения ОДР двух ГО, содержащих по 20 сторон, затрачивается 0,7 с (Pentium 166). Время, необходимое для итеративного поиска рационального решения, значительно меньше затрачиваемого на построение ОДР, и им можно пренебречь.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Heckmann R., Lengauer T.** Computing closely matching upper and lower bounds on textile nesting problems // European J. of Operational Research. 1998. No 108. P. 473–489.
2. **Stoyan Yu. G., Pankratov A. V.** Regular packing of congruent polygons on the rectangular sheet // European J. of Operational Research. 1999. No 113, P. 653–675.
3. **Мартынов В. В.** Использование операций Минковского при анализе взаимного расположения геометрических объектов // Принятие решений в условиях неопределенности: Межвуз. науч. сб. Уфа: УГАТУ, 1999. С. 167–174.
4. **Мартынов В. В., Аминев Р. К.** Аспекты применения CASE-средств при проектировании АСУ раскройно-заготовительным производством // Вычислительная техника и новые информационные технологии: Межвуз. науч. сб. Уфа: УГАТУ, 2000. С. 131–137.
5. **Мартынов В. В., Аминев Р. К., Валиуллин А. Ф., Веденяпин И. Э.** Основные аспекты разработки АСУ раскроем плоских материалов // Вычислительная техника и новые информационные технологии: Межвуз. науч. сб. Уфа: УГАТУ, 2000. С. 137–144.
6. **Мартынов В. В., Валиуллин А. Ф.** Алгоритм нахождения областей допустимых размещений плоских геометрических объектов в произвольных областях // Принятие решений в условиях неопределенности: Межвуз. науч. сб. Уфа: УГАТУ, 2000. С. 126–135.
7. **Мартынов В. В., Валиуллин А. Ф.** Реализация алгоритма нахождения области допустимых размещений геометрических объектов на базе суммы Минковского // Принятие решений в условиях неопределенности: Межвуз. науч. сб. Уфа: УГАТУ, 1999. С. 183–192.
8. **Мухачева Э. А., Верхотуров М. А., Мартынов В. В.** Модели и методы расчета раскроя-упаковки геометрических объектов. Уфа: УГАТУ, 1998. 217 с.
9. **Хадвигер Г.** Лекции об объеме, площади поверхности и изопериметрии. М.: Наука, 1966. 416 с.

ОБ АВТОРЕ

Мартынов Виталий Владимирович, доцент, руководитель БРЦНИТ УГАТУ. Дипл. инж.-механик по технологии машиностроения (МПИ, 1981), д-р техн. наук по автоматизированным системам управления (УГАТУ, 2000). Исследования в области информационных систем, исследования операций, прикладной геометрии и компьютерной графики.