

УДК 517.977.1/5

ОПТИМАЛЬНОЕ УПРАВЛЕНИЕ РАСПРЕДЕЛЕННЫМИ СИСТЕМАМИ С ПОДВИЖНЫМИ ИСТОЧНИКАМИ ЭНЕРГИИ

Р. А. БАДАМШИН

Факультет информатики и робототехники УГАТУ
Тел: (3472) 22 89 11 E-mail: badam@ugatu.ac.ru

Рассматриваются методология и метод решения задач оптимального управления распределенными системами, описываемыми нелинейными многомерными моделями

Оптимальное управление; распределенные системы; нелинейные многомерные модели; итерации; аппроксимация; подвижные источники энергии

Развитие ведущих отраслей промышленности (машиностроения, металлургии, электротехнической, нефтеперерабатывающей) неразрывно связано с возрастающим применением электротепловых процессов и установок, в том числе с разработкой и промышленным внедрением высокопроизводительных и энергоемких нагревательных установок с подвижными источниками энергии, обеспечивающих жесткие требования к качеству нагрева, высокий уровень автоматизации и механизации технологических процессов, а также высокую экономическую эффективность производственных процессов за счет максимального использования внутренних резервов. В этой связи большое значение приобретает задача достижения предельных качественных показателей процессов нагрева путем оптимизации режимов работы и конструктивных характеристик нагревательных установок по соответствующим критериям, которая может быть решена на базе современной теории и техники оптимального управления.

Теория оптимального управления распределенными системами нашла достаточное развитие в трудах отечественных и зарубежных ученых. В рамках линейного одномерного приближения для модели в виде системы дифференциальных уравнений эта теория приобрела характер классической завершенности.

Уникальность и высокая стоимость проектируемого оборудования и их систем управ-

ления в большинстве случаев исключают возможность проведения натурных экспериментов и значительных схемных и конструктивных изменений на этапе его доводки. Поэтому при проведении оптимизации режимов нагрева требуется учитывать реальные условия функционирования объекта: нелинейность среды и граничных условий, ограничения на функцию состояния объекта и управление.

Анализ современного состояния проблемы управления распределенными системами с подвижными источниками энергии показал [1], что уровень развития методов решения нелинейных задач управления распределенными системами с ПИЭ не всегда соответствует запросам практики.

В свете этого актуальной научно-технической проблемой является разработка методов решения задач оптимального управления распределенными системами с подвижными источниками энергии (ПИЭ), описываемыми нелинейными многомерными моделями, с целью их последующего использования при создании сложных электротепловых систем.

В работе изложение ведется на примере систем с распределенными параметрами (СРП) для нагрева токопроводящих тел (металлических, композиционных, порошковых) в электромагнитном поле. Однако полученные результаты, очевидно, могут быть использованы и для более широкого спектра СРП, описываемых параболическими уравнениями.

Пусть $Q(x, t)$ — функция состояния СРП, где x — вектор пространственных переменных из n -мерного евклидова пространства E^n ; t — время; $x \in \Omega \subset E^n, t \in [0, t^*]$; t^* — время наблюдения процесса. СРП должна быть переведена из некоторого начального состояния $Q(x, 0) = Q_0(x)$ в заданное конечное состояние $Q(x, t^*) = Q^*(x)$ либо в некоторую ε -окрестность последнего. Для перевода системы из одного состояния в другое используется управляющее воздействие (управление), которое входит в соотношения, описывающие СРП. В рассматриваемых задачах управления электротепловыми системами управление $F(x, t)$ — это функция джоулевых (внутренних) источников тепла либо функция теплового потока на границе области объекта нагрева Ω .

Математическое описание подвижных источников энергии, в котором явно выделены все технически реализуемые управляющие параметры, имеет вид

$$F(x, t) = \sum_{j=1}^N u_j(t) \times \psi_j[x, x - s(t), \theta(t), p(t), t, \xi_j(Q)], \quad (1)$$

где $j = \overline{1, N}$ — номер временного интервала управления; $u_j(t)$ — скалярная функция интенсивности источника энергии; $\psi_j[\cdot]$ — функция пространственной формы источников на j -м интервале управления; $s(t), \theta(t)$ — векторы параметров, задающих законы поступательного и вращательного движения источников; $p(t), \xi_j(Q)$ — векторы «активных» (которыми конструктор может распорядиться при проектировании СРП) и «пассивных» управляющих параметров, влияющих на форму $\psi[\cdot]$.

Постановка задачи оптимального управления, очевидно, во многом определяется особенностями рассматриваемого объекта и требованиями технологии. В частности, при индукционном нагреве токопроводящих тел основной проблемой является ограниченная управляемость в смысле точности ε_1 попадания в заданное конечное состояние $Q^*(x)$ в задачах перевода:

$$\Phi_1(F(x, t)) = \max_{\Omega} |Q(x, t^*) - Q^*(x)| < \varepsilon_1, \varepsilon_1 > 0. \quad (2)$$

На движение системы действуют также ограничения, выражающиеся заданными функциями состояния $f_l(Q(x, t)), l = \overline{1, L}$ и

управления $F(x, t)$: на максимальную температуру нагрева $Q_{\max}(t) = \max_{\Omega} Q(x, t)$, на максимальные термонапряжения $\sigma_{\max}(t)$, на скорость нагрева v_n . В свете этого задача перевода состоит в отыскании допустимого управления $F(x, t) \in F_{\text{доп}}$, под действием которого совершается допустимый переход $Q(x, t) \in Q_{\text{доп}}$.

На критерии оптимизации управления $\Phi_{\nu}(F(x, t))$ также накладываются ограничения:

$$\Phi_{\nu}(F(x, t)) \leq \Phi_{\nu}^{**}, \quad \nu = 1, 2, \dots, L, \quad (3)$$

что, в свою очередь, ограничивает поиск в пространстве частных критериев качества $\{\Phi_{\nu}\}$ при многокритериальной постановке задачи. Здесь $\{\Phi_{\nu}^{**}\}$ образует множество допустимых критериев качества.

Переход от СРП с неподвижными источниками энергии к распределенным системам с ПИЭ приводит к утрате линейности основных математических связей [2]. Так, известная проблема моментов становится нелинейной даже при линейном исходном уравнении, описывающем процесс. Следовательно, утрачивается возможность применения к ней (проблеме моментов) классического аппарата Маркова-Крейна или распределенного метода моментов. Одна из причин этого — нелинейное вхождение параметров $\vec{p}(t)$ в функцию формы $\psi[\cdot]$ в (1).

В задачах оптимального управления электротепловыми СРП положение усугубляется необходимостью управления взаимосвязанными через физические параметры полями различной физической природы — тепловым и электромагнитным. В этом случае оператор связи между функцией состояния системы $Q(x, t)$ и любым управляющим параметром $s(t), p(t), \xi_j(\omega)$, формирующим функцию формы $\psi[\cdot]$, является нелинейным при любом виде описывающего СРП оператора (линейном или нелинейном).

Электротепловые системы с ПИЭ описываются системой нелинейных параболических уравнений теплопроводности Фурье и электромагнитного поля в ферромагнитной среде. В случае квазистационарного приближения последнее заменяется уравнением Гельмгольца для комплексного векторного магнитного потенциала. Модель дополняется уравнениями Дюамеля-Неймана для описания ограничений оптимального процесса по термонапряжениям [1].

Принцип вложенных математических моделей (ВММ) [3, 4], представляющий собой

развитие известного принципа декомпозиции, позволяет: 1) осуществить декомпозицию исходной задачи по физическим процессам с учетом взаимосвязи полей различной физической природы, причем с учетом распределенных в объеме тела подвижных управлений; 2) организовать декомпозицию исходной нелинейной задачи на линейные подзадачи; 3) построить декомпозицию в поисковых процедурах с учетом некорректности класса обратных задач при оптимизации функции пространственной формы ПИЭ $\psi[x, t]$. Таким образом, принцип ВММ дает методологию постановки задачи и, главное, выбора эффективного математического инструментария их решения.

В соответствии с разработанным на основе принципа ВММ и аппроксимативного метода итерационной линеаризации (АМИЛ) [1] декомпозиционным итерационным алгоритмом осуществляется декомпозиция исходной задачи оптимального управления на подзадачу $C_{u(t)}$ оптимизации функции интенсивности ПИЭ $v_j(t)$ и подзадачу $C_{\psi[x]}$ оптимизации функции пространственной формы распределения ПИЭ $\Psi[x, t]$ в нагреваемом теле Ω . Принцип декомпозиции задач управления (схема) по виду функции (1) не только удобен, но и имеет содержательную физическую и вычислительную основу.

Физический аспект принципа декомпозиции состоит в характере влияния функций $u(t)$ и $\psi[x, t]$ на условия управляемости СРП:

$$\varepsilon_{\min}^{(N)} = \inf_{U_j(t)} \left[\max_{x \in \Omega} |Q(x, t) - Q^*(x)| \right] = \inf_{U_j(t)} \varepsilon. \quad (4)$$

Здесь \inf означает точную нижнюю границу значений погрешности (неравномерности) нагрева ε на множестве значений $u_j(t)$ в классе N -интервальных управлений.

Можно показать, что при увеличении числа интервалов управления N уменьшается предельная погрешность достижения заданного конечного состояния $Q^*(x)$. Отсюда вытекает и состоятельность задачи быстрогодействия, т. е. оптимизации $u_j(t)$ -управления: при заданной погрешности ε в (4) и увеличении числа интервалов управления N обеспечивается все большая управляемость СРП. С другой стороны, оптимизация функции формы ПИЭ $\psi[x - s(t), (t), \xi_j(\omega)]$ также улучшает управляемость СРП. Таким образом, организация итераций по определению оптимальных значений функции интенсивности $[u_j(t)]_{\text{опт}}, j = \overline{1, N}$, и функции формы

$\psi_{\text{ФХШ}} [x - s(t), \vec{p}(t), \xi_j(\omega)]$ позволяет в итоге реализовать экстремальные свойства СРП по $u\psi$ -управлениям в выбранном классе технически реализуемых управлений.

Алгоритм итерационного процесса многоуровневой декомпозиции решения нелинейной задачи управления распределенными системами с ПИЭ (ψu -управления) будет иметь вид:

1. Выбор из априорных физических соображений технической реализуемого класса управляющих параметров для функции формы $\psi[\cdot]$ и начальных значений этих параметров:

$$U_{\xi}^{(0)} = \left(\vec{s}^{(0)}(t), \vec{p}^{(0)}(t), \xi_j^{(0)}(\omega) \right) \in U_{\psi \text{ доп}}. \quad (5)$$

2. Решение уравнений электромагнитного поля для парамагнитного или ферромагнитного тела, определение удельной объемной джоулевой мощности, аппроксимация последней гладкой аналитической функцией координат и времени. После этих операций становится известным начальное значение функции формы $\psi_{S_j}^{(0)} [x, t]$ в (1).

3. Выбор простейшего класса $u_j(t)$ -управлений в подзадаче $C_{u(t)}$: одноинтервального ограниченного управления, решения задачи быстрогодействия для краевой задачи теплопроводности при заданных ограничениях на качество нагрева и координаты системы:

$$\Phi_1(U) = t^*(U_u) \rightarrow \min_{U_u} t^*(U_u) = t_{\min}^{*(0)}. \quad (6)$$

В итоге решения этой подзадачи $C_{u(t)}$ становится известным функционал быстрогодействия в классе управлений $(u^{(0)}, \psi^{(0)})$.

4. Переход к следующему шагу декомпозирующих итераций ($k = 1$), на котором фиксируется уже найденная интенсивность $[u_j(t)]^{(0)}$ и решается параметрическая нелинейная подзадача $C_{\psi[x, t]}^{(1)}$ по оптимизации формы $\psi^{(1)} [x, t]$.

Эта подзадача является наиболее сложной и интересной, ибо достаточно подробно изучены только ее простейшие варианты в линейной одномерной постановке. После решения данной подзадачи оптимизации формы ψ становится известным вектор $[U_{\psi}^{(1)}]_{\text{опт}}$.

5. Возврат к пункту 3 и оптимизация интенсивности $[u_j(t)]^{(1)}$ для выбранного класса N -интервальных управлений, т. е. нахождение вектора $U_u^{(2)}$, затем повторение пункта 4 и т. д.

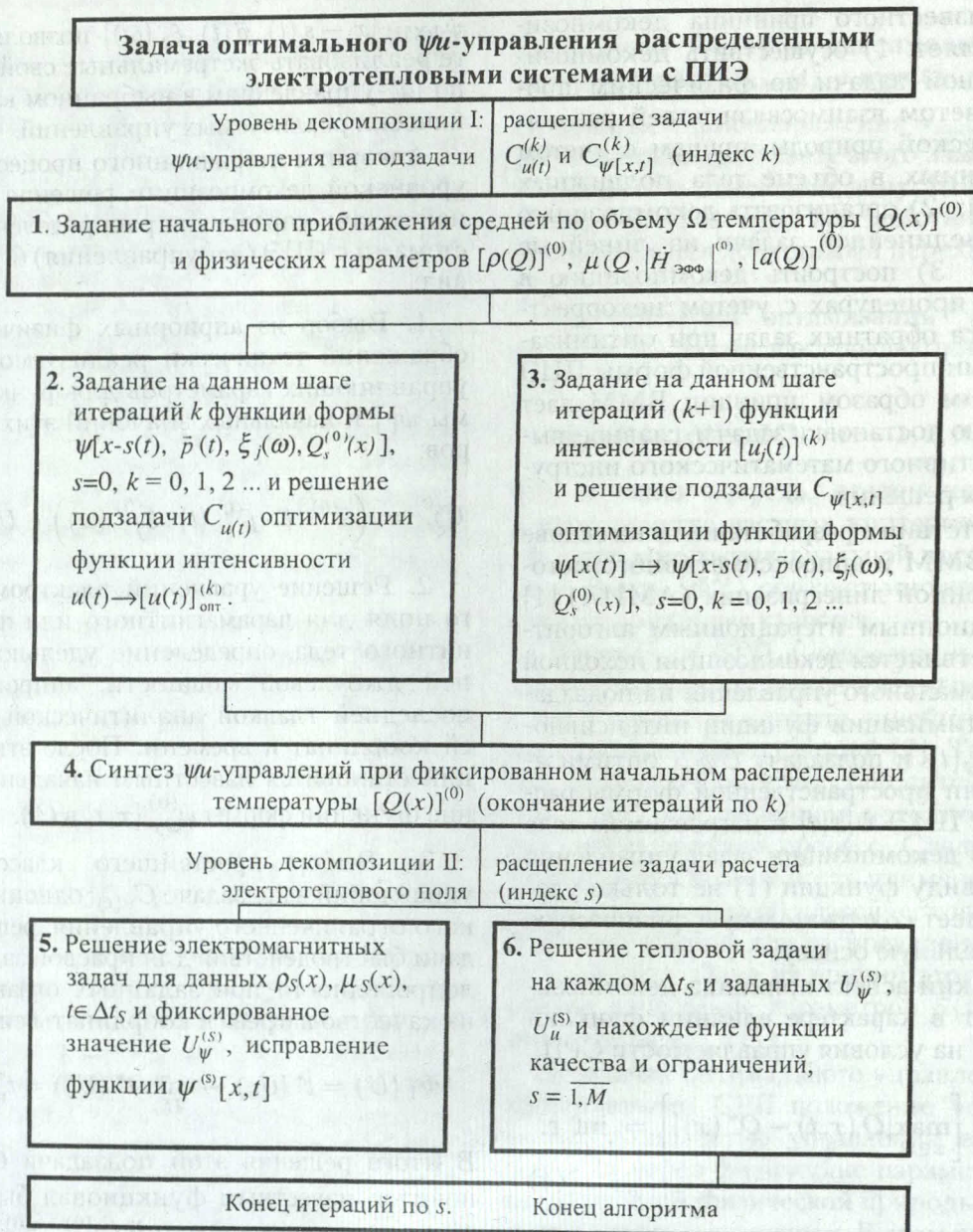


Схема многоуровневой итерационной декомпозиции

6. Критерием остановки декомпозирующих итераций служит условие стабилизации времени быстрого действия с назначенной точностью δ_1 :

$$J = \left| \frac{[t^*(U_u, U_\psi)]^{(k)} - [t^*(U_u, U_\psi)]^{(k-1)}}{[t^*(U_u, U_\psi)]^{(k)}} \right| \leq \delta_1, \quad \delta_1 > 0, \quad k = 0, 1, 2, \dots \quad (7)$$

Условие (7) может наступить либо вследствие того, что уже достигнута нижняя граница по $\varepsilon_{inf}^{(N)}$ в (4) в выбранном классе N -интервальных управлений, либо вследствие

того, что функционалы $t^*(U_u)$ и $\Phi_2(U_\psi)$ теряют чувствительность по аргументам при выбранных шагах дискретизации U_u, U_ψ в поисковых численных процедурах. В обоих случаях квазиоптимальное подвижное ψ -управление можно считать полученным.

7. После достижения условия стабилизации декомпозирующих итераций (7) фиксируют найденные оптимальные управления $[U_u^{(k)}]_{опт}$, $[U_\psi^{(l)}]_{опт}$, δ_1 и совершают блочные итерации второго уровня (см. схему). Схема этих итераций известна. Оригинальность предлагаемого алгоритма определения электротеплового поля заключается в сов-

мещении блочных итераций (нижний индекс s) с декомпозирующими итерациями ψ -управления (верхний индекс k). Блочные итерации заканчивают при соблюдении условия стабилизации для оптимального процесса по конечному состоянию

$$J_2 = \max_{x \in \Omega} \left| \frac{Q_{(M+1)}(t^*, x) - Q_{(M)}(t^*, x)}{Q_{(M+1)}(t^*, x)} \right| \leq \delta_2. \quad (8)$$

8. После достижения условия (8) следует проверить сохранение условия (7), так как оно могло измениться за счет влияния аргумента $Q_S(x)$ на функцию формы ПИЭ.

На этом процесс оптимизации ПИЭ можно считать законченным.

Алгоритм решения подзадачи $C_{u(t)}$ предполагает реализацию задачи быстрого действия при ограничениях на термонапряжения ($\sigma_{\max}(t) \leq \sigma_{\text{доп}}(Q)$) и температуру ($Q_{\max}(t) \leq Q_{\text{доп}}$) на основе метода параметризации, разработанного Э. Я. Рапопортом [5] для разрешения условий оптимальности применительно к линейной задаче теплопроводности. Здесь метод применен для нелинейной электротепловой задачи, что стало возможным благодаря использованию АМИЛ. В результате решения задачи параметризации управлений определяется класс оптимальных управлений с точностью до набора компонент вектора управления $\vec{U}_{u(t)}$ в подзадаче $C_{u(t)}$. Количественные значения параметров вектора управления определяются методом ЛПТ-поиска [6].

Подзадача оптимизации $C_{\psi[x,t]}$ ставится как параметрическая и формулируется следующим образом: для модели, оператор которой задается уравнением теплопроводности, а подвижные источники $F(x, t)$ находятся из решения уравнений Максвелла, найти такое значение вектора $\vec{U}_{\psi \text{ опт}}$, которое доставляет минимум энергетическому функционалу $\Phi(U_{\psi}^{(k)}, U_u^{(k)}) = (\eta_U \cdot \cos \varphi_{\text{и}})^{-1}$ при выполнении ограничений на погрешность достижения заданного конечного состояния, на максимальные температуру, термонапряжения и управления:

$$\begin{aligned} U_{\psi} \in U_{\psi \text{ доп}}; \quad t^* < t^{**}; \\ \Phi(U_{\psi}, U_u) \rightarrow \min_{U_{\psi}} \Phi(U_{\psi}, U_u) \leq \Phi^{**}. \end{aligned} \quad (9)$$

Компонентами вектора управляющих параметров $\vec{U}_{\psi \text{ опт}}$ в общем случае служат параметры формы, входящие в формулу ПИЭ (1).

Для решения параметрической задачи большой размерности с учетом длительного времени расчета краевой электротепловой задачи для одного варианта используется модифицированный на основе принципа ВММ метод ЛПТ-поиска. Идея модификации состоит в том, что весь процесс поиска вектора $\vec{U}_{\psi \text{ опт}}$ разбивается на 2 этапа: дальний и ближний поиск. На первом этапе используется приближенная субмодель, а на втором, завершающем — исходная точная модель СРП. Субмодель получается методом планирования цифровых экспериментов [7] для точной модели на небольшом числе узлов аппроксимации и имеет вид степенных полиномов, связывающих величины $\Phi, \sigma_{\max}, T_{\max}, t^*$ с компонентами вектора \vec{U}_{ψ} . Дальний поиск условного экстремума функции многих переменных производится с помощью зондирования пространства поиска точками равномерно распределенных ЛПТ-последовательностей. В ближнем поиске, после локализации экстремума, используется также ЛПТ-поиск либо один из градиентных методов.

Таким образом, алгоритм решения подзадачи $C_{\psi[x,t]}$ оптимизации функции пространственной формы источников энергии будет следующим.

1. Нормировка управляющих параметров $\alpha_i: \alpha_i \rightarrow x_i = (\alpha_i - \alpha_{i \text{ мин}}) / (\alpha_{i \text{ макс}} - \alpha_{i \text{ мин}}) \in K = \{0 \leq x_i \leq 1\}$.

2. В допустимой области поиска $\vec{U} \in D'$ выбирается множество узлов аппроксимации $\{x_{iu}\}$ или план цифрового эксперимента D_x , где i — номер фактора (параметра), u — номер уровня, который он принимает в iu -м цифровом эксперименте. В каждой iu -й точке плана решается прямая краевая электротепловая задача, например, с использованием АМИЛ [1].

По результатам решения прямой задачи в каждой iu -й точке плана D_x вычисляются все интересующие исследователя выходные величины модели: критерии $\Phi_{\nu}(\vec{U}_{iu})$, ($\nu = 1, 2, \dots, k$); функциональные ограничения $f_l(\vec{U}_{iu})$, ($\lambda = 1, 2, \dots, L$), ($i = 1, 2, \dots, N$), функции состояния $Q_j(\vec{U}_{iu})$, которые заносятся в матрицу планирования. Обработывая матрицу планирования по методу наименьших квадратов (МНК), находят оценки коэф-

фициентов в уравнениях

$$\hat{y}_m = f_m(x_1, x_2, \dots, x_n) = \sum_{i=1}^N b_{m,i} \varphi_i(\vec{U});$$

$$\{y_m\} = \Phi_\nu(\vec{Q}(\vec{U})), f_l(\vec{Q}(\vec{U})),$$

$$\nu = 1, 2, \dots, k; \quad l = 1, 2, \dots, L, \quad (10)$$

где $\{\varphi_i(\vec{U})\}$ — система априорно выбираемых в соответствии с характером задачи координатных функций, в частности степенных.

Уравнения (10) — это аналитическая модель объекта оптимизации («уравнения проектирования»). Эти достаточно гладкие зависимости обеспечивают устойчивость по входным данным, естественно, ценой введения погрешности за счет аппроксимации ($\hat{y}_m \in C^2(D')$, где C^2 — класс непрерывных функций вместе со своими первыми и вторыми производными внутри области D').

3. Проверка адекватности модели (10) по абсолютному либо среднеквадратическому отклонению. Если модель адекватна, то процесс построения уравнений проектирования как базы для дальнейшего поиска считается законченным. В противном случае следует улучшить адекватность известными приемами.

4. Далее на 1 этапе «дальнего» поиска по модели (10) составляются так называемые таблицы испытаний. По алгоритму генерирования ЛПТ-последовательностей выбираются точки в пространстве управлений $\vec{U} \in K$, равномерно расположенные в гиперкубе K . Проверяется ограничение $G_S^* \leq f_l(\vec{U}) \leq G_S^{**}$, т.е. попадание пробных точек P_u в $G \subset K$. В отобранных по этому ограничению точках компьютер составляет по каждому критерию $\Phi_\nu(\vec{U}_j)$, ($\nu = 1, 2, \dots, k$) таблицу испытаний в порядке возрастания Φ_ν . Каждый столбец таблицы — это вариационный ряд вида

$$\Phi_\nu(\vec{U}_{j1}) \leq \Phi_\nu(\vec{U}_{j2}) \leq \Phi_\nu(\vec{U}_{j3}) \leq \dots$$

$$\dots \leq \Phi_\nu(\vec{U}_{jN}). \quad (11)$$

Здесь первый индекс j — это номер точки в ЛПТ-последовательности, а второй индекс ($1, 2, 3, \dots, N$) — номер члена вариационного ряда, который образует столбец таблицы испытаний. Имеется строгое доказательство [6] того, что равномерный способ зондирования пространства поиска G обеспечивает условие:

при $N \rightarrow \infty$ наименьшее значение $\Phi_\nu(\vec{U}_{j1})$ стремится к $\min_{\vec{U}} \Phi_\nu(\vec{U})$, $\forall \vec{U} \in G$, а наибольшее $\Phi_\nu(\vec{U}_{jN})$ стремится к $\max_{\vec{U}} \Phi_\nu(\vec{U})$, $\forall \vec{U} \in G$.

Это очень важное свойство алгоритма, обеспечивающее далее нахождение глобального экстремума при весьма слабых ограничениях: требуется обеспечить только непрерывность функционалов $\Phi_\nu(\vec{U})$, что гарантируется моделью оптимизации (10) и свойством положительности объема G в пространстве управления.

5. На 2 этапе дальнего поиска производится назначение критериальных ограничений $\Phi_\nu(\vec{U}) \leq \Phi_\nu^{**}$, ($\nu = 1, 2, \dots, k$), то есть сужение области D' до D . Данный этап предполагает вмешательство специалиста. Просматривая поочередно каждую из таблиц для критерия $\Phi_\nu(\vec{U}_j)$, $\nu = \text{const}$, он должен назначить ограничение Φ_ν^{**} .

6. Третий этап дальнего поиска — проверка непустоты области поиска — выполняется автоматически на ЭВМ, которая просматривает все столбцы и строки таблицы и выдает точки, где выполняются все ограничения:

$$D = \{ \vec{U}_{js} : \Phi_\nu(\vec{Q}(\vec{U})) \leq \Phi_\nu^{**},$$

$$\forall \nu = \overline{1, K}; \quad s = 1, 2, \dots, N \},$$

где N — число пробных точек.

Если $D \neq 0$, то есть хотя бы одна точка $\vec{U}_{js} \in D$, то задача параметрического многокритериального синтеза разрешима при любом выборе обобщенного критерия $\Phi = \Phi[\Phi_\nu(\vec{Q}(\vec{U}))]$, $\nu = \overline{1, K}$.

В противном случае надо вернуться к 2 этапу дальнего поиска и потребовать от конструктора уступок при назначении Φ_ν^{**} . Если такие уступки невозможны, то надо вернуться к 1 этапу и увеличить число пробных точек в ЛПТ-последовательности либо вернуться к процедуре получения модели оптимизации (10) с целью ее уточнения.

На этом процедура «дальнего» поиска заканчивается. Она обеспечивает приближенное, но быстрое попадание в окрестность решений задач простого параметрического синтеза.

7. Выбирается обобщенный критерий оптимизации, вбирающий в себя все частные критерии $\Phi_\nu(\vec{U})$, ($\nu = 1, 2, \dots, k$). Ищется квазиглобальный минимум. Для этого из каж-

дой точки $(\vec{u}_{jS}) \in D$, выявленной в процедуре «дальнего» поиска, как из центра P_S , организуется локальный поиск. Поскольку в уравнениях проектирования все функционалы $\Phi_\nu(\vec{u}), f_l(\vec{u})$ непрерывно зависят от аргументов, включая первые и вторые производные, в принципе могут быть использованы аналитические градиентные методы.

8. Наилучшее значение $\hat{\Phi}$ при поиске из разных точек запоминается.

9. Наконец, чтобы «очистить» решение от погрешностей, привнесенных процедурой аппроксимации (пп. 1–3 данного алгоритма), вводится процедура поправки. Для этого из точки квазиглобального оптимума $\vec{u} \in G$ организуется «ближний» поиск по точной базовой модели электротепловой задачи (реализация принципа ВММ). В уточненной точке оптимума \vec{u}^* проверяются все ограничения, т.е. условия $\vec{u}^* \in D$. В прикладных задачах процедура поправки использовалась один раз. Но теоретически может быть реализован итерационный цикл (внешний по отношению к АМИЛ) процедуры поправки квазиглобального оптимума.

Апробация предложенных методов на ряде прикладных задач оптимального управления системами индукционного нагрева токопроводящих тел, постановка которых была вызвана необходимостью создания уникальных с точки зрения обеспечения требуемого качества нагрева устройств, показала их работоспособность в условиях сложных реальных задач и достаточно высокую вычислительную эффективность. Отбор задач был продиктован также стремлением апробации методов в различных условиях: для различных постановок задач оптимального управления распределенными системами с ПИЭ (задачи быстрогодействия и финитного управления), а также для различных электротепловых моделей по свойствам нагреваемых тел (пара- и ферромагнитные тела) и различным классам временной программы управления $C_{u(t)}$ и пространственного управления $C_{\psi[x,t]}$. Произведена оценка адекватности решений рассмотренных прикладных задач сравнением с экспериментом.

Полученные результаты использованы при проектировании управляемых индукци-

онных систем. В частности, синтезированные оптимальные управления для индукционных систем градиентного нагрева алюминиевых слитков сокращают время цикла с 130 до 111 с при обеспечении требуемого качества нагрева.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Бадамшин Р. А., Горбатков С. А., Клецов Е. А.** Оптимальное терминальное управление системами с распределенными параметрами при неполном измерении их состояния. Уфа: УГАТУ, 1997. 313 с.
2. **Чубаров Е. П.** Управление системами с подвижными источниками воздействия. М.: Энергоатомиздат, 1985. 288 с.
3. **Бадамшин Р. А., Горбатков С. А.** Итерационные методы решения нелинейных параболических и эллиптических уравнений и обратных задач проектирования, основанные на аппроксимации решения собственными функциями линейного оператора // Электродинамика и техника СВЧ и КВЧ. 1996. Т. 4, № 3. С. 121–129.
4. **Gorbatkov S., Morozkin N., Badamshin R.** Finite dimensional approximations and constructive methods of optimal control of non-linear heating processes with phase restrictions // Proc. of 2nd Asian Control Conf. (July 22–25, 1997, Seoul, Korea). 1997. V. II. P. 895–898.
5. **Рапопорт Э. Я.** Оптимизация процессов индукционного нагрева металла. М.: Metallurgia, 1993. 279 с.
6. **Соболь И. М., Статников Р. Б.** Выбор оптимальных параметров в задаче со многими критериями. М.: Наука, 1981. 110 с.
7. **Зарипов М. Ф., Горбатков С. А.** Элементы теории нелинейных электромагнитных систем с распределенными параметрами. М.: Наука, 1979. 225 с.

ОБ АВТОРЕ

Бадамшин Рустам Ахмарович, доцент, зам. проректора по научной работе УГАТУ. Дипл. инж.-электромеханик (УАИ, 1973). Д-р техн. наук по управлению в технических системах (УГАТУ, 2000). Исследования в области математического моделирования и оптимального управления электротепловыми системами с распределенными параметрами

