

УДК 621.9.047

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ОЦЕНКИ ТОЧНОСТИ ФОРМООБРАЗОВАНИЯ ПРИ ЭЛЕКТРОХИМИЧЕСКОЙ ОБРАБОТКЕ

В. В. АТРОЩЕНКО

Факультет авиационно-технологических систем УГАТУ
Тел: (3472) 23 08 66

Измерение точности электрохимического формообразования в реальном времени резко повышает конкурентоспособность машин для электрохимической обработки. Для решения этой задачи необходимо построение математической модели оценки точности формообразования. В основу математической модели положена идея оценки точности формообразования путем сравнения текущих величин интегрального и минимального локального межэлектродных зазоров. Равенство этих величин наступает тогда, когда форма обрабатываемой поверхности электрода-заготовки полностью соответствует обратной форме рабочей поверхности электрода-инструмента

Точность; формообразование; электрохимия; математическая модель

Измерение точности электрохимического формообразования сложнопрофильных деталей в реальном масштабе времени существенно расширяет возможности и, как следствие, конкурентоспособность оборудования для электрохимической обработки.

Решение данной задачи требует построения математической модели оценки точности формообразования.

В настоящей работе точность электрохимического формообразования рассматривается как степень соответствия формы обрабатываемой поверхности электрода-заготовки обратной форме рабочей поверхности электрода-инструмента (точность копирования).

На практике точность копирования определяют измерением геометрических размеров готовой детали в различных сечениях и в качестве погрешности формообразования принимают наибольшую погрешность какого-либо размера [1, 2]. Этот способ не позволяет производить текущую оценку точности формообразования в реальном масштабе времени.

Оценка степени соответствия в любой момент времени может быть определена с помощью разработанного способа, основанного на сравнении текущих величин интегрального $S_{\text{и}}$ и минимального локального $S_{\text{м.л.}}$ межэлек-

тродных зазоров. Равенство величин наступает при полном соответствии формы обрабатываемой поверхности электрода-заготовки обратной форме рабочей поверхности электрода-инструмента (рис. 1).

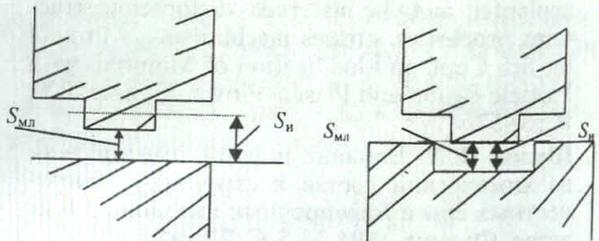


Рис. 1. Соотношение величин $S_{\text{и}}$ и $S_{\text{м.л.}}$ при различном соотношении конфигурации формируемой детали и электрода-инструмента

В основу меры степени соответствия положен параметр F^* — разность между интегральным и минимальным расстояниями между этими поверхностями.

Пусть текущая форма обрабатываемой поверхности электрода-заготовки задается функцией $Z_1 = f_{\text{эз}}(x, y)$, форма рабочей поверхности электрода-инструмента — функцией $Z_2 = f_{\text{э}}(x, y)$ и, наконец, форма эталонной поверхности готовой детали — функцией

$f_3 = f_3(x, y)$. При этом точка (x, y) принадлежит множеству S^* , являющемуся пересечением проекций указанных поверхностей на плоскость xOy (рис. 2).

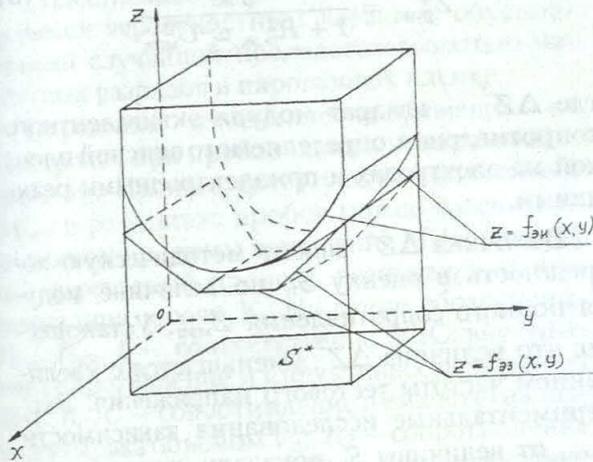


Рис. 2. К формированию оценок точности формообразования

Тогда

$$F = \frac{1}{S^*} \iint_{S^*} [f_{3н}(x, y) - f_{3з}(x, y)] dx dy - \min_{(x,y) \in S^*} \{f_{3н}(x, y) - f_{3з}(x, y)\}, \quad (1)$$

где площадь множества обозначена той же буквой S^* . Первое слагаемое в выражении (1)

$$S_{м.л.} = \frac{1}{S^*} \iint_{S^*} [f_{3н}(x, y) - f_{3з}(x, y)] dx dy \quad (2)$$

имеет смысл интегрального (среднего) расстояния между расположенными по оси Oz электродом-заготовкой и электродом-инструментом. Второе слагаемое

$$S_{м.л.} = \min \{f_{3н.}(x, y) - f_{3з.}(x, y)\} \quad (3)$$

есть расстояние между наиболее близкими точками электрода-заготовки и электрода-инструмента. Таким образом:

$$F^* = S_{и.п.} - S_{м.л.} \quad (4)$$

Рассмотрим свойства параметра F^* .

1. Параметр F^* не изменяется при перемещении электродов вдоль оси Oz .

2. Параметр F^* изменяется в процессе формообразования в диапазоне

$$F_{\max}^* = S_{и.п.} = \frac{1}{S^*} \iint_{S^*} f_{3н}(x, y) dx dy, \\ F_{\min}^* = S_{и.э.} = \frac{1}{S^*} \iint_{S^*} [f_{3н}(x, y) - f_3(x, y)] dx dy, \quad (5)$$

где $S_{и.п.}$ — интегральный зазор, измеренный для пары электрод-инструмент-плоскость, при $S_{м.л.} = 0$; $S_{и.э.}$ — интегральный зазор, измеренный для пары электрод-инструмент-деталь (эталонная), при $S_{м.л.} = 0$.

Верхний предел F_{\max}^* определяется для наихудшего случая формообразования, когда заготовка предварительно не обрабатывается, ее поверхность является плоскостью и описывается уравнением $f_{3з}(x, y) = 0, (x, y) \in S^*$.

Нижний предел F_{\min}^* в выражении (5) определяется из предположения, что заданная форма поверхности электрода-заготовки и форма рабочей поверхности электрода-инструмента $f_{3н}(x, y)$ отличаются по соотношениям корректировки электрода-инструмента.

3. Нормированные значения параметра F_n^* изменяются от 0 до 1, не зависят от формы конкретной детали и определяются выражением

$$F_n^* = \frac{(S_{и.п.} - S_{м.л.}) - S_{и.э.}}{S_{и.п.} - S_{и.э.}} \quad (6)$$

4. Увеличение значений F_n^* в процессе формообразования свидетельствует о снижении точности формообразования.

5. Уменьшение значений F_n^* характеризует приближение формы обрабатываемой детали к заданной. При $F_n^* = 0$ имеет место полное соответствие текущей формы обрабатываемой заготовки заданной.

6. Использование нормированных значений F_n^* в компьютерных системах автоматического управления предполагает определение перед обработкой значений $S_{и.п.}$ и $S_{и.э.}$. В процессе обработки необходимо измерение текущих значений зазоров $S_{и.п.}$ и $S_{м.л.}$.

Рассмотрим этапы построения математических моделей формирования оценок $S_{и.п.}$ и $S_{м.л.}$, необходимых для решения задачи измерения точности формообразования при электрохимической обработке.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ФОРМИРОВАНИЯ ОЦЕНОК $S_{и}$

В работе [3] на основании анализа феноменологической модели взаимосвязи косвенных параметров оценки интегрального межэлектродного зазора $S_{и}$ установлено, что для измерения величины $S_{и}$ наиболее целесообразно использовать значения сопротивления рабочей жидкости $R_{р.ж.}$ в межэлектродном пространстве (МЭП) и емкости $C_{мэп}$ как наименее подверженных влиянию возмущающих воздействий.

Параметры $R_{р.ж.}$ и $C_{мэп}$ во всех случаях формообразования представляют собой активную и реактивную (емкостную) составляющие полного сопротивления столба рабочей жидкости в МЭП $Z_{р.ж.}$:

$$Z_{р.ж.} = \frac{R_{р.ж.}}{1 + j\omega R_{р.ж.} C_{мэп}}, \quad (7)$$

где

$$R_{р.ж.} = \rho_{э} \frac{S_{и}}{S_{м}} H; \quad C_{мэп} = \epsilon_{э} \epsilon_{м} \frac{S_{м}}{S_{и}} H^{-1}; \quad (8)$$

$\rho_{э}$ и $\epsilon_{э}$ — удельное сопротивление и диэлектрическая проницаемость столба электролита в межэлектродном пространстве; $\epsilon_{о}$ — диэлектрическая проницаемость вакуума; $S_{м}$ — площадь наименьшего электрода; H — фактор формы, характеризующий геометрический образ межэлектродного пространства (при плоскопараллельных электродах $H = 1$).

Измерения величины $Z_{р.ж.}$ в моменты действия силовых импульсов напряжения дают погрешность, вызванную изменением электропроводности $\chi_{э}$ и диэлектрической проницаемости $\epsilon_{э}$ электролита. По оценкам [2], эта погрешность достигает 50–80%. Измерение $Z_{р.ж.}$ с исключением данной погрешности имеет место в течение первых (20–100) $\cdot 10^{-6}$ секунд после начала действия силового импульса. При этом не учитывается погрешность, достигающая 20–30% и возникающая за счет изменения потенциала поляризации $\varphi_{п}$ электродов. С учетом данных факторов в процессе формообразования значения $Z_{р.ж.}$ предложено измерять во время подачи на электроды тестового напряжения малой амплитуды (30–50) $\cdot 10^{-3}$ В во время пауз между силовыми импульсами, когда напряжение на электродах равно $\varphi_{п}$.

Полное сопротивление межэлектродного пространства $Z_{мэп}$, кроме сопротивления столба электролита $Z_{р.ж.}$, содержит составляющие, обусловленные процессами, происходящими на границе металл-электролит. Для

квадрата модуля полного сопротивления $Z_{мэп}$ справедливо выражение

$$\hat{Z}_{мэп}^2 = \hat{Z}_{р.ж.}^2 + \Delta \hat{Z}^2, \quad (9)$$

$$\hat{Z}_{р.ж.}^2 = \frac{R_{р.ж.}^2}{1 + R_{р.ж.}^2 \omega^2 C_{мэп}^2},$$

где $\Delta \hat{Z}^2$ — квадрат модуля эквивалентного сопротивления, определяемого окисной пленкой на электродах и приэлектродными реакциями.

Величина $\Delta \hat{Z}^2$ вносит методическую погрешность в оценку $S_{и}$ по величине модуля полного сопротивления $\hat{Z}_{мэп}$. Установлено, что величина $\Delta \hat{Z}^2$ уменьшается с увеличением частоты тестового напряжения. Экспериментальные исследования зависимости $\hat{Z}_{мэп}$ от величины $S_{и}$ показали, что чувствительность изменения $\hat{Z}_{мэп}$ от величины $S_{и}$ наивысшая при частотах тестового генератора $f = 100 \div 200$ кГц, амплитуда напряжения которого порядка 10^{-2} В.

Таким образом, система уравнений, полученная на основании выражений (7)–(9) представляет математическую модель формирования оценок интегрального зазора $S_{и}$.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ФОРМИРОВАНИЯ ОЦЕНОК $S_{м.л.}$

Математическую модель формирования оценок минимального локального зазора $S_{м.л.}$ построим, основываясь на результатах исследования высокочастотных (ВЧ) выбросов напряжения на электродах [3]. Развитие ВЧ выбросов обусловлено процессами прохождения электрического тока через изолирующую парогазовую пленку, состоящую из газовых пузырьков, образующуюся при обработке на одном из электродов. В связи с тем, что сопротивление пленки много больше сопротивления столба рабочей жидкости в МЭП, к ней прикладывается преобладающая часть напряжения U силового источника питания. За счет малой толщины пленки $d_{п}$ (единицы микрон) на последней с уменьшением МЭП в локальных точках могут развиваться высокие градиенты напряженности электрического поля $E = U/d_{п}$, приводящие к пробое пленки и, как следствие, к ВЧ выбросам силового напряжения.

Исследования спектра ВЧ выбросов показали, что спектральные составляющие данного сигнала заполняют широкую частотную

область, включая радиочастотный и световой диапазоны. Однако из практических соображений рабочие частоты спектра ВЧ выбросов принято считать находящимися от 10 до 60 МГц [4, 5].

Существенной особенностью ВЧ выбросов является вероятностный характер, обусловленный случайной последовательностью частичных разрядов в парогазовой пленке.

Определим изменение напряжения на электродах при пробое одного пузырька объемом $V_{п}$. Процесс флуктуации напряжения $\Delta U_{вч}$ в результате пробоя можно рассчитать на основании схемы замещения МЭП (рис. 3) как переходный процесс, возникающий при замыкании ключа К. На схеме обозначены: $E_{инп}$, $R_{вн}$, L — соответственно ЭДС, внутреннее сопротивление и индуктивность силового ИП; R_1 , C — сопротивление и емкость газового пузырька объемом $V_{п}$; R_2 — сопротивление чистого электролита; R_q — сопротивление канала дугового разряда при пробое пузырька ($R_q < R_1$). Замыкание ключа К в схеме замещения имитирует пробой пузырька, а размыкание — восстановление пузырька.

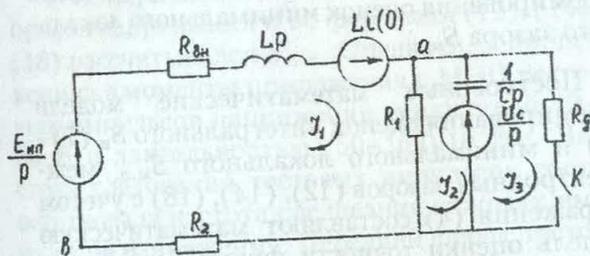


Рис. 3. Схема замещения МЭП

Расчет производим операторным методом контурных токов. При численных значениях параметров схемы замещения МЭП (выбраны из практических соображений [3]): $R_{вн} = 10^{-3}$ Ом; $R_1 = 0,33 \cdot 10^{-2}$ Ом; $R_2 = 0,63 \cdot 10^{-2}$ Ом; $R_q = 5 \cdot 10^{-3}$ Ом; $C = 2 \cdot 10^{-6}$ Ф; $L = 10^{-6}$ Гн, получаем аналитические выражения напряжения, прикладываемого к МЭП после пробоя пузырька

$$U_{ab}^{(1)}(t) = E_{сн} \left(0,9 + 0,12e^{-0,25 \cdot 10^8 t} - 0,11e^{-0,97 \cdot 10^4 t} \right), \quad (10)$$

и при его восстановлении

$$U_{ab}^{(2)}(t) = E_{сн} \left(0,91 - 0,14e^{-0,15 \cdot 10^8 t} + 0,13e^{-1,1 \cdot 10^4 t} \right). \quad (11)$$

Флуктуация напряжения в результате пробоя и восстановления одного пузырька описывается функцией $U(t)$, определяющей собой склейку функций $U_{ab}^{(1)}(t)$ и $U_{ab}^{(2)}(t)$.

Функция $U(t)$ описывает изменения напряжения на электродах в результате пробоя одного пузырька. Для того чтобы определить дисперсию случайных флуктуаций напряжения, вызванных пробоями множества пузырьков, необходимо сделать несколько естественных предположений.

Количество пробившихся пузырьков будем считать дискретной случайной величиной, принимающей любые целые неотрицательные значения и распределенной по закону Пуассона. Тогда дисперсию ВЧ выбросов $D_{вч}$ можно определить по теореме Кемпбелла [6]

$$D_{вч} = \nu(t) \int_0^{\infty} F^2(t) dt, \quad (12)$$

где $F(t)$ описывает форму единичного импульса ВЧ выбросов, а функция $\nu(t)$ характеризует интенсивность пробоев (среднее число пробоев за единицу времени) и определяется средним объемом пробившихся пузырьков $V_{ср}(t)$:

$$\nu(t) = \nu_0 \cdot V_{ср}(t), \quad (13)$$

где ν_0 — коэффициент пропорциональности.

Предположим, что средний объем пробившихся пузырьков $V_{ср}(t)$ пропорционален общему объему пузырьков выделившегося газа $V_r(t)$ (в момент времени t):

$$V_{ср}(t) = k \cdot V_r(t),$$

где k — коэффициент пропорциональности.

Тогда из формулы (13) имеем

$$\nu(t) = \nu_0 \cdot k \cdot V_r(t), \quad (14)$$

где $V_r(t)$ определяется по формуле [7]

$$V_r(t) = \frac{10^3 \varepsilon \eta_r R_y (T + 273) S_3}{MP_3} \int_0^t i dt, \quad (15)$$

где ε — электрохимический эквивалент; R_y — универсальная газовая постоянная; P_3 — давление электролита; M — молекулярный вес газа; η_r — выход газа по току; S_3 — площадь электрода-заготовки.

Таким образом $V_r(t)$ выражается через функцию тока $i(t)$, которая удовлетворяет дифференциальному уравнению

$$L \frac{di(t)}{dt} + i(t) [R_{вн} + Z_3(t)] = E(t), \quad (16)$$

записанному для общей схемы замещения силовой электрической цепи электрохимической обработки.

В этом уравнении параметр $Z_3(t)$ — нелинейное комплексное сопротивление столба электролита в МЭП, которое найдено в виде

$$Z_3(t) = \frac{S_{м.л.}}{\chi_{оэ} S_3 \left[1 - 1,78 \frac{V_r(t)}{K_v V_{мэп}} + \left(\frac{V_r}{K_v V_{мэп}} \right)^2 \right]}, \quad (17)$$

где $\chi_{оэ}$ — удельная электропроводность незагазованного электролита; $V_{мэп}$ — объем межэлектродного пространства; K_v — коэффициент, учитывающий расход электролита.

Три искомые функции $i(t)$, $Z_3(t)$, $V_r(t)$ связаны системой уравнений (15)–(17), из которой они единственным образом определяются. Найти точное аналитическое решение системы (15)–(17) не представляется возможным. Впрочем, поскольку нас интересуют $i(t)$, $Z_3(t)$, $V_r(t)$ на малом отрезке времени $0-\tau$ (порядка 10^{-3} с), то можно эти функции приближенно представить в виде многочленов (отрезков ряда Маклорена), коэффициенты которых определяются из найденной системы уравнений.

Имеем

$$i(t) = C_1 t + C_2 t^2 + O(t^2),$$

(в предположении, что $C_0 = i(0) = 0$);

$$\frac{di}{dt} = C_1 + 2C_2 t + O(t),$$

$$\begin{aligned} V_r(t) &= K_{ор} \int_0^t (C_1 t + C_2 t^2 + O(t^2)) dt = \\ &= K_{ор} \left[\frac{C_1}{2} t^2 + \frac{C_2}{3} t^3 \right] + O(t^3), \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned} K_{ор} &= \frac{10^3 \varepsilon \eta_r R_y (T + 273) S_3}{MP_3}, \\ Z_3(t) &= \frac{S_{м.л.}}{\chi_{мэ} S_3 \left[1 - 1,78 \frac{V_r}{K_v V_{мэп}} + \left(\frac{V_r}{K_v V_{мэп}} \right)^2 \right]} = \\ &= \frac{S_{м.л.}}{\chi_{мэ} S_3} \left[1 + \frac{1,78 V_r}{K_v V_{мэп}} \right] + O(t^3) = \\ &= \frac{S_{м.л.}}{\chi_{мэ} S_3} \left[1 + \frac{1,78}{K_v V_{мэп}} K_{ор} \left(\frac{C_1}{2} t^2 + \frac{C_2}{3} t^3 \right) \right] + O(t^3). \end{aligned}$$

Подставив выражение для $i(t)$ и $Z_3(t)$ в дифференциальное уравнение (17) и с учетом того, что $E(t) \equiv E_{инп}$, $t \in [0, \tau]$, находим коэффициенты C_1 , C_2 и функцию $V_r(t)$:

$$V_r(t) = \frac{K_{ор} E_{инп}}{2L} \left[t^2 - \frac{1}{3L} \left(R_{вн} + \frac{S_{м.л.}}{\chi_{оэ} S_3} \right) t^3 \right]. \quad (18)$$

Выражение (18) вместе с формулами (12) и (14) представляют математическую модель формирования оценок минимального локального зазора $S_{м.л.}$.

Построенные математические модели формирования оценок интегрального $S_{и}$ (7)–(9) и минимального локального $S_{м.л.}$ межэлектродных зазоров (12), (14), (18) с учетом выражения (4) составляют математическую модель оценки точности формообразования при электрохимической обработке.

Для проверки адекватности полученной модели осуществлялись следующие процедуры:

1. Измерялись значения модуля полного сопротивления МЭП на двух частотах

$$\hat{Z}_{мэп}^2(\omega_1) = \frac{R_{р.ж.}^2}{1 + \omega_2 R_{р.ж.}^2 C_{мэп}^2} + \Delta \hat{Z}^2(\omega_1),$$

$$\hat{Z}_{мэп}^2(\omega_2) = \frac{R_{р.ж.}^2}{1 + \omega_2 R_{р.ж.}^2 C_{мэп}^2} + \Delta \hat{Z}^2(\omega_2),$$

где $\omega = 2\pi f$.

Для уменьшения методической погрешности значения $\hat{Z}_{мэп}(\omega)$ определялись в паузах между импульсами силового напряжения при подаче на электроды синусоидального напряжения частотой 100–200 кГц и амплитудой порядка 10 мВ. Формирование на межэлектродном пространстве смеси из двух синусои-

дальных колебаний требует наличия двух генераторов. Поэтому в качестве генератора высокой частоты использовался генератор прямоугольных импульсов, из напряжения которого выделялись две гармоники (первая и вторая как наиболее мощные).

При таком способе измерения значения $\hat{Z}_{\text{МЭП}}(\omega)$ определяются согласно выражению

$$\hat{Z}_{\text{МЭП}}(\omega_i) = \frac{U_{\text{вч}}(\omega_i) \hat{Z}_{\text{вн}}(\omega_i)}{U_{\text{ген.хх}}(\omega_i) - U_{\text{вч}}(\omega_i)},$$

где $U_{\text{вч}}(\omega_i)$ — амплитудное значение i -й гармоники прямоугольных импульсов напряжения на электродах; $U_{\text{ген.хх}}(\omega_i)$ — амплитудное значение i -й гармоники напряжения холостого хода генератора; $\hat{Z}_{\text{вн}}(\omega_i)$ — модуль внутреннего сопротивления генератора на частоте ω_i . Значения $S_{\text{и}}$ вычислялись по выражению

$$S_{\text{и}} = \sqrt{\frac{\hat{Z}_{\text{МЭП}}^2 - K_1}{K_2}},$$

где K_1 и K_2 , коэффициенты, идентифицируемые в процессе обработки [8].

2. Измерялись значения дисперсии ВЧ выбросов напряжения и по формулам (12), (14), (18) рассчитывался $S_{\text{м.л.}}$. Оценка $S_{\text{м.л.}}$ происходила в моменты приложения к МЭП тестовых импульсов напряжения амплитудой 40–50 В и длительностью $(50-100) \cdot 10^{-6}$ с. Частота следования тестовых импульсов соответствовала частоте следования силовых импульсов напряжения. Передний фронт тестовых импульсов совпадал с задним фронтом силовых импульсов.

3. По формуле (6) рассчитывались нормированные значения параметра F^* , полученные в различные моменты времени электрохимической обработки детали. Сравнение нормированных значений с соответствующими истинными значениями точности формообразования показало их высокое совпадение (погрешность не более 10–12%). Это дало основание для оценки текущих значений точности формообразования при электрохимической обработке на базе полученной математической модели.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Оборудование** для размерной электрохимической обработки деталей машин / Под ред. В. Ф. Седыкина. М.: Машиностроение, 1980. 277 с.
2. **Петров Ю.Н., Корчагин Г.Н., Зайдман Г.И., Саушкин Б.П.**, Основы повышения точности электрохимического формообразования. Кишинев: Штиинца, 1977. 151 с.
3. **Атрощенко В.В., Бабаян Н.М., Ганцев Р.Х., Гуняков Р.А.** Теория формирования оценки точности формообразования в процессах электрохимической обработки // Электронная обработка материалов. 1990. 46 с. Деп. в ВИНТИ 21.02.90 № 1056-В90.
4. **Ван Уэ-минь, Ли Ин-чун, Хуан Цэ-нин, Ли Ши-бо.** Спектральный анализ радиочастотных сигналов при электроэрозионной обработке и их применении // Тр. междунар. симп. по электрическим методам обработки: ISEM-8. М.: CIRP, 1986. С. 63–70.
5. **Тэнэсеску Ф.Т. и др.** Влияние формы импульсов тока на параметры процесса электроэрозионной обработки // Тр. междунар. симп. по электрическим методам обработки: ISEM-8. М.: CIRP, 1986. С. 46–51.
6. **Феллер В.** Введение в теорию вероятностей и ее приложений. М.: Мир, 1967. Т. 2. 752 с.
7. **Машовец В.П.** Влияние непроводящих включений на электропроводность электролита // Ж. прикладной химии. Т. XXIV. 1951. № 4. С. 31–36.
8. **Атрощенко В.В., Ганцев Р.Х., Шаймарданов Ф.А.** Активная идентификация объекта измерений для компенсации погрешности оценки величины зазора в условиях электрохимической размерной обработки металлов // Методы теории идентификации в задачах измерительной техники: Тр. Всесоюз. симп. Новосибирск: АН СССР, 1985. С. 98–99.

ОБ АВТОРЕ

Атрощенко Валерий Владимирович, профессор, зав. кафедрой оборудования и технологии сварочного производства УГАТУ. Дипл. инж.-механик (УАИ, 1974). Д-р техн. наук по комплексной автоматизации процессов электрообработки (ЛЭТИ, 1991). Исследования в области автоматизации технологических процессов электрообработки металлов.

