НАУЧНЫЕ СООБЩЕНИЯ

УДК 681.518.54

# АЛГОРИТМИЗАЦИЯ ПРОЦЕССА ПОИСКА НЕИСПРАВНЫХ КОМПОНЕНТОВ СЛОЖНОЙ ДИНАМИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ

Ю. М. ГУСЕВ, В. Г. КРЫМСКИЙ, Р. А. КУДАЯРОВ

Факультет авиационного приборостроения УГАТУ
Тел: (3472) 23 78 36 E-mail: pel@admin.ugatu.ac.ru

Рассматривается проблема поиска неисправных компонентов сложных динамических систем (ДС), осуществляемого с целью последующей структурной реконфигурации системы и обеспечения ее работоспособного состояния. Предлагается алгоритм, реализация которого позволяет фиксировать неисправные подсистемы ДС по располагаемой информации о значениях коэффициентов ее результирующего характеристического полинома

*Динамическая система; неисправность; характеристический полином*

## ВВЕДЕНИЕ

Обеспечение функционирования систем управления сложными техническими объектами (в частности, авиационными газотурбинными двигателями) должно предусматривать наличие в управляющей части специальных средств, обуславливающих сохранение системой работоспособности при возможных отказах ее компонентов. Подробный анализ перспективных подходов к решению этой проблемы, выполненный в [1], позволил указать на два класса методов построения динамических систем (ДС), обладающих отмеченными свойствами:

а) разработка ДС с «жесткой» структурой, в которую введены элементы функционально-информационной избыточности;

б) разработка ДС со структурой, изменяемой (реконфигурируемой) при отказах.

Реализация методов второй группы с необходимостью требует создания специальных процедур поиска неисправного компонента.

Вопрос о поиске неисправной подсистемы, входящей в состав сложной ДС, может решаться с привлечением методов, относящихся к области технической диагностики [2]. На сегодняшний день указанная область является достаточно развитой и способна предложить разработчику широкий выбор подходов, ориентированных на пассивную и активную идентификацию (т. е. без пробных сигналов или с их применением). Тем не менее непрерывный контроль входных и выходных характеристик всех без исключения подсистем, входящих в многокомпонентную ДС, как правило, неосуществим из-за недопустимого усложнения и (как следствие) снижения надежности контролирующих устройств, чрезмерных временных и стоимостных потерь, а также по конкретным техническим ограничениям. Исходя из сказанного, представляется актуальной задача определения (локализации) места неисправности по информации, полученной в процессе идентификации результирующей модели всей системы. Ниже предлагается алгоритм решения поставленной задачи, основанный на анализе уравнений, которые связывают параметры подсистем с параметрами оператора ДС в целом. Алгоритм имеет ряд общих исходных предпосылок с подходом [3, 4], но выгодно отличается от него:

1) своей ориентацией на ДС произвольной размерности;

2) формализацией процедуры получения анализируемых уравнений при произвольной структурной конфигурации системы.

## ОПИСАНИЕ АЛГОРИТМА

Будем далее считать, что в результате декомпозиции ДС произвольной размерности выделено $N$ взаимосвязанных подсистем, каждая из которых характеризуется одним входом и одним выходом. Передаточные функции подсистем обозначим $G_i(s), i \in \{\overline{1,N}\}$. Соединение подсистем в систему описывается с помощью структурных матриц $K$, $\Lambda$ и $\Phi$, введенных в рассмотрение в монографии [1]. Элементы указанных матриц принадлежат множеству $\Delta = \{-1; 0; +1\}$. Тогда передаточная матрица ДС $\Phi(s)$ может быть найдена как

$$\Phi(s) = \left[G^{-1}(s) + F\right]^{-1} \cdot K, \qquad (1)$$

где $G(s) = \operatorname{diag}\|G_i(s)\|, i \in \{\overline{1,N}\}$.

Характеристический полином $B(s)$ замкнутой системы при условии ее управляемости и наблюдаемости представляет собой числитель выражения

$$\Psi(s) = \det\left[G^{-1}(s) + F\right]. \qquad (2)$$

Обозначим также

$$F^0(s) = G^{-1}(s) + F =$$

$$= \left\| \begin{matrix} F_{11} + g_1(s) & F_{12} & \dots & F_{1k} & \dots & F_{1N} \\ F_{21} & F_{22} + g_2(s) & \dots & F_{2k} & \dots & F_{2N} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ F_{k1} & F_{k2} & \dots & F_{kk} + g_k(s) & \dots & F_{kN} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ F_{N1} & F_{N2} & \dots & F_{Nk} & \dots & F_{NN} + g_N(s) \end{matrix} \right\|$$

Здесь $g_i(s) = G_i^{-1}(s),\ i \in \{\overline{1, N}\}$.

Разлагая далее определитель (2) по элементам $k$-й строки, получаем

$$\Psi(s) = \sum_{j=1}^{N} (-1)^{k+j} F_{kj} \det\left[F^0(s) \setminus (k, j)\right] + \\ + g_k \det\left[F^0(s) \setminus (k, k)\right], \qquad (3)$$

где $\left[F^0(s) \setminus (k, j)\right]$ представляет собой подматрицу матрицы $F^0(s)$, полученную вычеркиванием из последней $k$-й строки и $j$-го столбца.

В общем виде можно записать

$$g_j(s) = \frac{\beta^j_{n[j]} s^{n[j]} + \beta^j_{n[j]-1} s^{n[j]-1} + \dots + 1}{\alpha^j_{m[j]} s^{m[j]} + \alpha^j_{m[j]-1} s^{m[j]-1} + \dots + \alpha^j_0}, \\ j \in \{\overline{1, N}\}.$$

Здесь $\alpha^j_0, \alpha^j_{m[j]}, \beta^j_1, \beta^j_{n[j]}$ — коэффициенты полиномов $P_j(s)$ числителя и $Q_j(s)$ знаменателя передаточной функции $G_j(s) = 1/g_j(s)$; $m[j], n[j]$ — порядки указанных полиномов, причем

$$n[j] \geqslant m[j].$$

С учетом сказанного при любом фиксированном $s = s_i,\ i = 1, 2, \dots, m[B] + 1$, где $m[B]$ — степень характеристического полинома $B(s)$ всей ДС, находим:

$$B(s_i) = \sum_{r=0}^{m[B]} b_r s_i^r = P_k(s_i) \prod_{\substack{l=1 \\ l \neq k}}^{N} P_l(s_i) \times \\ \times \left\{ \sum_{j=1}^{N} (-1)^{k+j} F_{kj} \det\left[F^{o*}(s_i) \setminus (k, j)\right] \right\} + \\ + Q_k(s_i) \prod_{\substack{l=1 \\ l \neq k}}^{N} P_l(s_i) \det\left[F^{o*}(s_i) \setminus (k, k)\right], \qquad (4)$$

где $F^{o*}(s)$ полиномиальная матрица, полученная из $F^o(s)$ после приведения всех ее элементов к общему знаменателю $\omega(s) = \prod_{l=1}^{N} P_l(s)$ и последующего умножения на $\omega(s)$; $b_r, r = 0, 1, \dots, m[B]$ — коэффициенты полинома $B(s)$.

Обозначим

$$C_k(s_i) = \prod_{\substack{l=1 \\ l \neq k}}^{N} P_l(s_i) \times \\ \times \sum_{j=1}^{N} (-1)^{k+j} F_{kj} \det\left[F^{o*}(s_i) \setminus (k, j)\right],$$

$$D_k(s_i) = \prod_{\substack{l=1 \\ l \neq k}}^{N} P_l(s_i) \det\left[F^{o*}(s_i) \setminus (k, k)\right].$$

Сформируем также матрицы

$$\Gamma = \left\| \begin{matrix} 1 & s_1 & s_1^2 & \dots & s_1^{m[B]+1} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & s_{m[B]+1} & s^2_{m[B]+1} & \dots & s^{m[B]+1}_{m[B]+1} \end{matrix} \right\|;$$

$$\Lambda_k = \left\| \begin{matrix} C_k(s_1) & s_1 C_k(s_1) & \dots & s_1^{m[k]} C_k(s_1) & s_1 D_k(s_1) & \dots & s_1^{n[k]} D_k(s_1) \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ C_k(s_{m[B]+1}) & s_{m[B]+1} C_k(s_{m[B]+1}) & \dots & s^{m[k]}_{m[B]+1} C_k(s_{m[B]+1}) & s_{m[B]+1} D_k(s_{m[k]}) & \dots & s^{n[k]}_{m[B]+1} D_k(s_{m[B]+1}) \end{matrix} \right\|$$

Тогда

$$\Lambda_k \mu = \Gamma \eta, \qquad (5)$$

где

$$\mu = \left\| \alpha^k_0 \quad \alpha^k_1 \quad \dots \quad \alpha^k_{m[k]} \quad \beta^k_1 \quad \dots \quad \beta^k_{n[k]} \right\|,$$

$$\eta = \left\| b_0 \quad b_1 \quad b_2 \quad \dots \quad b_{m[B]} \right\|^T.$$

Система линейных уравнений (5) относительно параметров $k$-й подсистемы при условии

$$m[k] + n[k] \leqslant m[B], \qquad (6)$$

которое обычно выполняется при достаточно «детализированной» декомпозиции, будет переопределенной и несовместной, за исключением ситуации, когда коэффициенты $\alpha^k_0, \alpha^k_1, \dots, \alpha^k_{m[k]}, \beta^k_1, \dots, \beta^k_{n[k]}$ в точности соответствуют имеющим место корням характеристического полинома $B(s)$. При этом

$$\mu = (\Lambda_k^T \Lambda_k)^{-1} \Lambda_k^T \Gamma \eta. \qquad (7)$$

По аналогии с [4] выполним далее следующие операции:

1) подставим (7) в (5);

2) сформируем вектор невязок

$$\varepsilon_k = \left[ I - \Lambda_k \left( \Lambda_k^T \Lambda_k \right)^{-1} \Lambda_k^T \right] \Gamma\eta. \quad (8)$$

Очевидно, что компоненты вектора $\varepsilon_k$ при произвольном $k \in \{\overline{1, N}\}$ будут нулевыми, если все подсистемы исправны.

Предположим, что возникло нарушение функционирования $k$-й подсистемы, в то время как остальные $N$ минус одна подсистемы исправны. Тогда $\varepsilon_k \equiv 0$ (в силу того, что возмущение параметров именно данной подсистемы вызвали отклонения значений коэффициентов полинома $B(s)$ от номинальных); компоненты $\varepsilon_l$ отличны от нуля при всех $l \in \{\overline{1, N}\}, l \neq k$.

Таким образом, возникает возможность на основании информации о коэффициентах характеристического полинома $B(s)$ ДС (вектор $\eta$), взаимосвязях подсистем и величинах их параметров в исправном состоянии, используя (8), выделить неисправную подсистему. При этом <критерием», позволяющим сделать вывод о неисправности $k$-й подсистемы, может служить приближение к нулю величины

$$J_k = \sum_{i=1}^{m[k]+n[k]+1} \left( \varepsilon_k^{(i)} \right)^2,$$

где $\varepsilon_k^{(i)}, i \in \left\{\overline{1, m[k] + n[k] + 1}\right\}$ – компоненты вектора $\varepsilon_k$.

В случаях, когда в системе возникают отказы двух и более подсистем, равенство нулю оценки $J_k$ (даже при условии, что $k$-я подсистема входит в число отказавших) не соблюдается. Однако при этом, используя априорные вероятности $P_0(t), P_1(t), P_2(t), \ldots$ возникновения состояний $z_0, z_1, z_2, \ldots$ ДС, где $z_0$ – исходное исправное состояние, можно построить стратегию поиска отказавшей подсистемы, на каждом шаге которой будет наилучшим образом уменьшаться неопределенность.

В рамках такого подхода ДС в целом рассматривается как многоуровневая, причем подсистемы вышестоящих уровней представляют собой композиции такого же рода подсистем нижестоящих уровней. Проектировщику необходимо для текущего состояния системы представить совокупность «композиций» как объединение непересекающихся подмножеств, причем в каждое из подмножеств должна входить только одна отказавшая подсистема.

Если считается, что в системе возможно $\rho$ состояний (т.е. $z_0, z_1, z_2, \ldots, z_{\rho-1}$), то исходная неопределенность состояния ДС будет характеризоваться энтропией

$$H = -\sum_{j=0}^{\rho-1} P_j(t) \ln P_j(t). \quad (9)$$

Проранжируем состояния по величинам соответствующих им вероятностей. Запишем последовательность $z(1), z(2), \ldots, z(\rho - 1)$, элементы которой представляют собой состояния, записанные в порядке убывания вероятностей их возникновения.

Тогда предлагаемый алгоритм будет состоять из ряда шагов.

**Шаг 1.** Контролируем коэффициенты характеристического полинома $B(s)$ ДС. Если они сохраняют требуемые значения, то имеет место состояние $z_0$ (чаще всего оно является наиболее вероятным, т. е. $z(1)$). В противном случае – принимаем гипотезу о наиболее вероятном из состояний с нарушениями. Допустим, это состояние $z(2)$.

**Шаг 2.** Как правило, за исправным состоянием по порядку величины вероятности следуют состояния, связанные с отказом какой-либо одной подсистемы. Для всех таких состояний, используя методику из данного раздела, можно найти величины $J_k, k = 1, 2, \ldots$, а затем при выполнении соотношения

$$J_k < J_k^*, \quad (10)$$

где $J_k^*$ – малое число («порог» принятия решения), сделать вывод о неисправности $k$-й подсистемы.

Если (10) не выполняется, надо перейти к оценке возможности состояния $z(3)$ и т. д.

**Шаг 3.** Если, наконец, по мере перечисления элементов последовательности $z(1), z(2), \ldots$ встретится состояние, обусловленное отказами двух подсистем, необходимо «разбить» множество всех компонентов ДС на две совокупности исходя из следующих соображений:

1) для каждой из таких совокупностей, рассматриваемой как самостоятельная композиция подсистем, должна быть осуществимой идентификация с точки зрения определения коэффициентов характеристического полинома (в частности, должны выполняться условия идентифицируемости [3]);

2) в каждую совокупность должна входить только одна из «подозреваемых» на неисправность подсистем.

Далее для обеих совокупностей реализуется методика настоящего раздела. В процессе проверки гипотеза о возникновении данного состояния либо находит себе подтверждение, либо опровергается, либо ситуация остается неопределенной.

Надо отметить, что при двух последних исходах выполненная проверка также может дать полезную информацию. Например, одна из выделенных совокупностей окажется состоящей только из исправных подсистем; тогда последующий поиск целесообразно проводить только в пределах второй совокупности.

**Шаг 4.** При необходимости рассмотрения состояний с большим, чем 2, числом отказавших подсистем разбиение всего подмножества компонентов ДС осуществляется на 3, 4, 5, и т. д. совокупностей, реализуя для каждой из них предложенный подход.

В процессе осуществления указанной процедуры на каждом шаге происходит уменьшение энтропии (9), так как возможные гипотезы последовательно отвергаются и вероятности конкретных состояний приближаются к нулю или единице.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В целом, предложенная методика обладает рядом достоинств:

1) Она удобна для обеспечения контроля в реальном времени, так как матрицы $\Gamma$ и $\Lambda_k$, $k \in \overline{\{1, N\}}$, могут быть сформированы заранее, а в процессе поиска (при появлении отклонений значений коэффициентов полинома $B(s)$ от номинальных) сразу же появляется возможность вычисления компонент вектора невязок и показателей $J_k$, $k \in \overline{\{1, N\}}$.

2) В связи с тем, что в качестве информативных параметров используются только коэффициенты характеристического полинома, нет необходимости идентифицировать передаточные функции всех каналов многомерной ДС; при условии ее управляемости и наблюдаемости знаменатель передаточной функции любого канала представляет собой характеристический полином.

Тем не менее, как и аналог [4, 5], предложенный алгоритм не позволяет распознать некоторые «неразличимые» отказы (когда параметры разных подсистем одинаковым образом входят в коэффициенты $B(s)$).

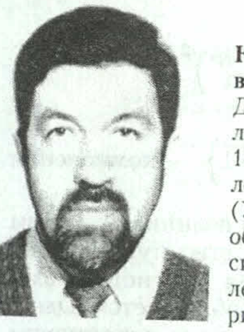
Наличие достоверной информации о состоянии ДС создает предпосылки для обеспечения компенсации неблагоприятного влияния неопределенностей, связанных с отказами.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Многомерное** управление динамическими объектами / В. И. Васильев, Ю. М. Гусев, В. Н. Ефанов, В. Г. Крымский, В. Ю. Рутковский, В. А. Семеран. М.: Наука, 1987. 309 с.
2. **Мозгалевский А. В., Гаскаров Д. В.** Техническая диагностика. М.: Высшая школа, 1975. 207 с.
3. **Оптимизация** многомерных систем управления газотурбинных двигателей летательных аппаратов / А. А. Шевяков, Т. С. Мартьянова, В. Ю. Рутковский, Б. Г. Ильясов, С. Ф. Бабак, Ю. С. Кабальнов, Г. Г. Куликов ; Под общей ред. А. А. Шевякова и Т. С. Мартьяновой. М.: Машиностроение. 1989. 256 с.
4. **Парамонова Г. Г.** Поиск неисправных компонент в линейных динамических системах // Автоматика и телемеханика. 1985. № 6. С. 143–148.
5. **Парамонова Г. Г.** Об одном подходе к определению неисправностей в линейных динамических системах // Автоматика и телемеханика. 1986. № 2. С. 157–162.

## ОБ АВТОРАХ

**Гусев Юрий Матвеевич,** профессор, зав. кафедрой промышленной электроники УГАТУ. Дипл. инженер (ЛПИ, 1960). Д-р техн. наук по управлению авиационными и космическими системами (защ. в ЦИАМ, 1980). Исследования в области управления, многокритериальной оптимизации, автоматизации проектирования электронных установок.



**Крымский Виктор Григорьевич,** профессор той же кафедры. Дипл. инженер по промышленной электронике (УАИ, 1973), д-р техн. наук по управлению в технических системах (УГАТУ, 1997). Исследования в области управления сложными системами в условиях неопределенности, анализа техногенного риска.

**Кудаяров Рустем Ахкамутдинович,** доцент той же кафедры. Дипл. инженер по промышленной электронике (УАИ, 1988). Канд. техн. наук по управлению динамическими системами (УГАТУ, 1996). Исследования в области надежности, анализа техногенного риска, аппаратного и программного обеспечения.