

УДК 330.4

ЛОГИКО-МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ В ПРОИЗВОДСТВЕННЫХ СИСТЕМАХ

Д. А. ГАЙНАНОВ

Факультет экономики, менеджмента и финансов УГАТУ
Тел: (3472) 23 78 88 E-mail: gaidam@ugatu.ac.ru

Рассматривается методология моделирования процессов в производственных системах на основе исследования логических, причинно-следственных связей между факторами и показателями, характеризующими систему. Описывается технология моделирования и приводится пример логико-математической модели, связывающей динамику изменения экономических показателей производственной системы, объем инвестиций и меру их эффективности

Логико-математическая модель; причина; следствие; логическая цепь

ВВЕДЕНИЕ

Производственная система как экономический субъект является открытой системой, имеет внутреннюю среду и активно взаимодействует с внешней средой. Это взаимодействие проявляется в непрерывном обмене с внешней средой потоками и ресурсами. С позиций управления внешние факторы меняются объективно и в большей части независимо от системы. Путем осознанного изменения внутренних факторов система приспосабливается к внешней среде. На рис. 1 представлена укрупненная схема взаимодействия внутренних и внешних факторов, влияющих на производственную систему.

Для достижения желаемого результата функционирования и развития производственной системы необходимо целенаправленное воздействие на систему в целом и на ее отдельные составляющие. Определение путей такого воздействия, выбор наиболее чувствительных к воздействию показателей с учетом затрат временных, материальных, трудовых и финансовых ресурсов требуют представления взаимосвязей и взаимозависимостей составляющих ее показателей на основе построения качественных и количественных моделей функционирования и развития производственных систем. Моделирование является необходимым этапом управления, поскольку эксперименты над производственными системами невозможны в ре-

альном масштабе времени. Одной из методологий, основанной на сочетании количественных и качественных принципов описания закономерностей функционирования и развития производственных систем как на макро-, так и на микроэкономическом уровнях, является логико-математическое моделирование [1-3].

1. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ ЛОГИКО-МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

Взаимосвязь и взаимодействие факторов и показателей и их изменения обусловлены логической последовательностью и образуют логическую (причинную) цепь. Методология построения логических цепей может быть описана следующей последовательностью:

а) основные понятия (логическая цепь, структура, состояние и др.);

б) логические процессы и явления, возникающие в цепи: законы, которым подчиняются эти процессы и явления, и их математическая запись;

в) моделирование процессов и явлений в логической цепи на основе законов цепи;

г) методы анализа, синтеза, оптимизации, идентификации логических цепей, критерии оценки цепей.

Элементами логической цепи являются причины, следствия, условия наступления и сохранения следствий. Причиной называется

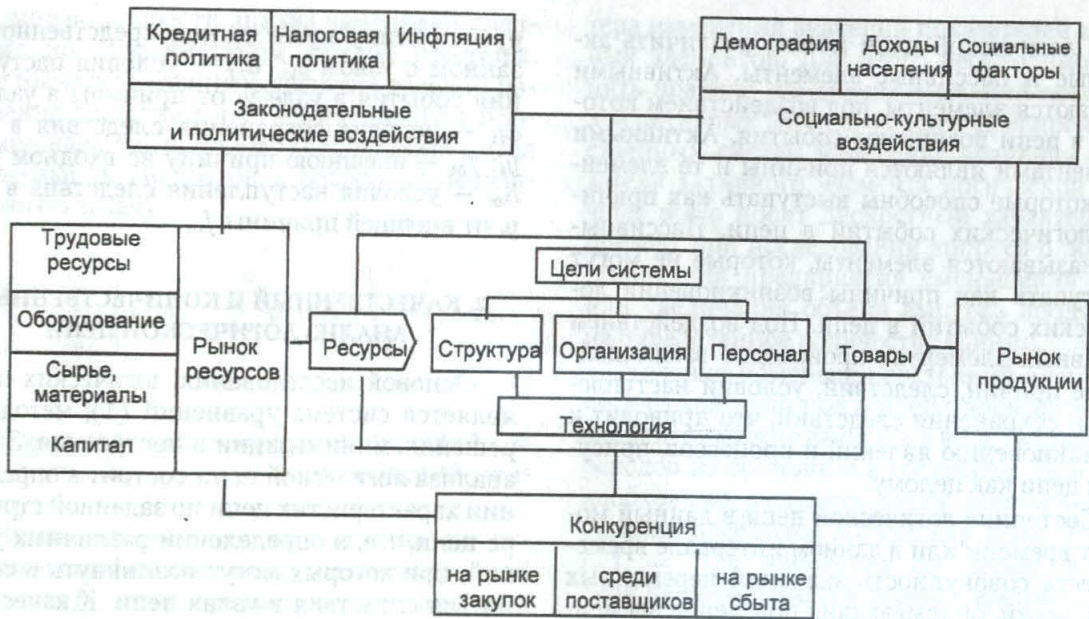


Рис. 1

событие, вызывающее возникновение другого события. Следствием называется событие, которое порождается действием определенной причины. Условием наступления следствия называется событие, которое необходимо для наступления следствия, но само по себе его не вызывает. Условием сохранения следствия называется событие, которое необходимо для сохранения следствия, но само по себе его не вызывает.

Таким образом, причина порождает следствие при соблюдении условий наступления следствия и сама является следствием другой причины; следствие сохраняется независимо от причины при соблюдении условий сохранения следствия. Между причиной, следствием, условиями наступления и сохранения следствия существует внутренняя закономерная связь.

Логическая цепь характеризуется структурой и состоянием. Под структурой логической цепи понимается состав элементов, т.е. причин, следствий и способов их связи между собой. Структура логической цепи может быть отображена графом, узлам которого ставятся в соответствие причины и следствия, ветвям — условия наступления следствий и петлям — условия сохранения следствий. Если в логической цепи условия наступления событий зависят от направления, то ее структура отображается ориентированным графом.

Общий случай открытой логической цепи представлен графом рис. 2. В графе обозначены:

- 1) входные узлы, отвечающие внешним причинам f_{oi} ;
- 2) выходные узлы, отвечающие следствиям, передаваемым во внешнюю среду q_i ;
- 3) задающие и принимающие узлы, имеющие непосредственные связи с входными и выходными узлами y_{oi} ;
- 4) промежуточные узлы, не имеющие непосредственной связи с внешней средой y_i .

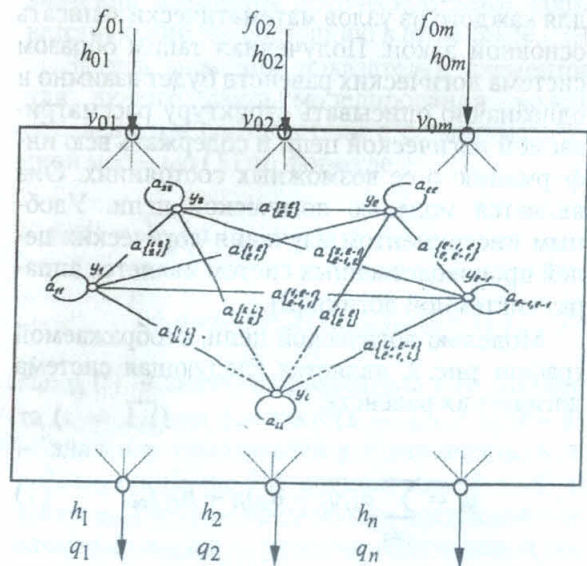


Рис. 2

В логической цепи можно различить активные и пассивные элементы. Активными считаются элементы, под воздействием которых в цепи возникают события. Активными элементами являются причины и те элементы, которые способны выступать как причины логических событий в цепи. Пассивными называются элементы, которые не могут выступать как причины возникновения логических событий в цепи. Под воздействием активных элементов происходит взаимодействие причин, следствий, условий наступления и сохранения следствий, что приводит к возникновению явлений и процессов, присутствующих в цепи как целому.

Состояние логической цепи в данный момент времени или в данном интервале времени есть совокупность значений переменных и функций, описывающих поведение элементов цепи.

Основной закон логической цепи формулируется следующим образом: следствие в узле порождается причинами в инцидентных узлах и наступает при выполнении условий наступления следствий; оно сохраняется независимо от них, если выполняются условия сохранения следствий. Основным законом логической цепи идентичен как для случая, когда непрерывно меняющиеся причины приводят к непрерывно меняющимся следствиям, так и для случаев, когда прерывно меняющиеся причины приводят к прерывно меняющимся следствиям. Это позволяет строить модели цепей сколь угодно сложной структуры. Для построения такой модели применительно к конкретной логической цепи необходимо определить число узлов в цепи и для каждого из узлов математически записать основной закон. Полученная таким образом система логических равенств будет взаимно и однозначно описывать структуру рассматриваемой логической цепи и содержать всю информацию о ее возможных состояниях. Она является моделью логической цепи. Удобным инструментом изучения логических цепей производственных систем является аппарат системной логики [3].

Моделью логической цепи, отображаемой графом рис. 2, является следующая система логических равенств:

$$y_i = \sum_{j \neq i} a_{ij} y_j + a_{ii} y_i + h_{oi} f_{oi}, \quad (1)$$

где все переменные — двоичные функции, описывающие: y_i — события в узле y_i ;

y_j — причину в узле y_j , непосредственно связанном с узлом y_i ; a_{ij} — условия наступления события в узле y_i от причины в узле y_j ; a_{ii} — условия сохранения следствия в узле y_i ; f_{oi} — внешнюю причину во входном узле; h_{oi} — условия наступления следствия в узле y_i от внешней причины f_{oi} .

2. КАЧЕСТВЕННЫЙ И КОЛИЧЕСТВЕННЫЙ АНАЛИЗ ЛОГИЧЕСКОЙ ЦЕПИ

Основой исследования логических цепей является система уравнений (1), методы их решения, минимизации и построения. Задача анализа логической цепи состоит в определении характеристик цепи по заданной структуре цепи, т. е. в определении различных условий, при которых могут возникнуть и сохраняться следствия в узлах цепи. К качественным характеристикам логической цепи относятся: пути, контуры, деревья, факторы и др. Они могут быть определены на основании решения системы уравнений булевой алгебры (1) методом определителей или способом подстановки с учетом преобразования переменных в соответствии с законами булевой алгебры. Такой подход позволяет разработать достаточно простой инженерный метод анализа логических цепей.

Динамика изменения причин порождает изменения в динамике следствия и определяется характером условий изменения следствий от причин. Для определения количественных характеристик логических цепей и количественного выражения зависимости следствий от причин необходимо определить вид и значение количественных характеристик условий изменения следствий.

Изменение значения следствия в k -м узле y_k происходит одновременно под воздействием нескольких причин y_j , $j = \overline{1, m}$, $j \neq k$, поэтому задача определения вида и значения условий изменения следствий a_{jk} , $j \neq k$, а также определения на его основе количественных характеристик логической цепи представляет собой сложную проблему. На практике изменения значения следствия часто происходят в пропорции от изменений значений причин, т. е. причинно-следственные связи выражаются пропорциональными зависимостями [5]. В этом случае количественные значения условий наступления следствия являются коэффициентами пропорциональности между причиной и следствием.

При наличии статистической информации, считая, что действия причин независи-

мы, можно провести анализ изменений следствия под воздействием каждой причины. Для расчета численных значений условий изменения следствий, т. е. коэффициентов пропорциональности, можно использовать метод наименьших квадратов и решить оптимизационную задачу

$$f_{a_j} = \sum_{l=1}^{n-1} \left(\Delta y_{kl} - \sum_{j=1}^m a_{jk} \Delta y_{jl} \right)^2 \rightarrow \min, \quad (2)$$

где Δy_{kl} — изменения значений следствий, $l = \overline{1, n-1}$; Δy_{jl} — изменения значений причин.

Приравняв частные производные по искомым коэффициентам a_{jk} минимизируемой функции f_{a_j} нулю и решая систему линейных уравнений, определяют их значения.

Если отсутствуют статистические данные, то зависимости между причинами и следствиями можно определить на качественном уровне, присваивая всем коэффициентам знаки +1 или -1 в зависимости от характера изменений. В исследованиях некоторых авторов такие зависимости определяют знаковыми орграфами [5].

В общем случае причинно-следственные отношения и причинные связи могут выражаться в виде конкретных функциональных зависимостей, статических или динамических, т. е. условие наступления следствия определяет вид функции, а причины являются аргументом функции. При зависимости следствия от одной причины значение функции определяет значение следствия. В случае зависимости следствия от нескольких причин возникает проблема определения значения следствия. Наиболее простой выход в этом случае — определение значения следствия в виде суммы или произведения значений воздействий причин, т. е. в аддитивной или мультипликативной форме значений функции. На практике можно использовать существующие экономические закономерности, дополненные логическими взаимосвязями показателей.

3. МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ В ЛОГИЧЕСКИХ ЦЕПЯХ

Составленная математическая модель логической цепи с количественными характеристиками позволяет провести моделирование изменения значений показателей элементов, включенных в логическую цепь, от харак-

тера изменения значений показателей активных элементов. Для этого необходимо принять правило изменения значений показателей активных элементов цепи. Для производственных систем изменение значения показателя активного элемента логической цепи чаще всего носит дискретный характер. Например, при исследовании вопроса о последствиях для предприятия уменьшения цены или увеличения объема выпуска продукции на определенное количество единиц.

Условия изменения состояний элементов логической цепи под воздействием активных элементов можно записать в виде таблицы переходов из состояния в состояние. При этом необходимо выделить такты изменения состояний элементов логической цепи. Тактом t , $t = \overline{1, n}$ изменения состояния логической цепи называется отрезок времени, в течение которого все элементы логической цепи находятся в определенном состоянии. Если не учитывается время реализации воздействия изменений показателей элементов логической цепи друг на друга, т. е. длительность времени реакции, а только факт изменения, то такты представляют собой шаги моделирования [2, 3, 5].

Изменение состояния хотя бы одного элемента логической цепи означает переход от предыдущего такта к последующему. Состояние элементов логической цепи в любом такте моделирования (следствие) определяется состояниями элементов в предыдущем такте, непосредственно связанных с ним (причин) и его собственным состоянием в предыдущем такте (условий сохранения следствий). Для каждого такта должны быть зафиксированы значения элементов логической цепи, соответствующие его состоянию в этом такте.

Запись значений показателей элементов для любого такта моделирования можно определить в соответствии с ее математической моделью (1) по формуле

$$y_i(t) = \sum_{j \neq i} (a_{ij} y_j(t-1) + a_{ii} y_i(t-1) + h_{oi} f_{oi}(t-1)), \quad (3)$$

где $y_i(t)$ — значение показателя i -го элемента ($i = \overline{1, l}$) на t -м такте ($t = \overline{1, n}$); $y_j(t-1)$ — значение показателей j -х элементов, воздействующих на i -й элемент на $(t-1)$ -м такте; $y_i(t-1)$ — предыдущее состояние i -го элемента; a_{ij}, a_{ii} — условия изменения и сохранения значения показателя в i -м элементе; $f_{oi}(t-1)$ — значение изменения показате-

ля внешней причины, воздействующей на i -й элемент на $(t - 1)$ -м такте; h_{oi} — условия изменения значения показателя в i -м элементе от внешней причины.

На результат моделирования существенное влияние оказывают исходные значения показателей элементов логической цепи. Если в задаче моделирования предполагается установить отклонения от исходных значений, то за исходные значения показателей элементов логической цепи можно принять нулевой уровень. В этом случае для моделирования процесса изменения значения показателей элементов логической цепи за изменение значений показателя активного элемента можно принять величину, равную единице. Таким образом, можно исследовать тенденции в логической цепи в результате изменения (уменьшения или увеличения) значений показателя активного элемента на единицу. Примеры таких исследований приведены в [1, 3, 5].

4. МОДЕЛЬ УПРАВЛЕНИЯ РАЗВИТИЕМ ПРОИЗВОДСТВА

Важнейшими элементами управления функционированием и развитием производственных систем являются: обеспечение необходимого уровня прибыли, определение структуры инвестиционных ресурсов, правила распределения свободного остатка прибыли, методика подготовки и выбора вариантов развития производства и др. В процессе распределения прибыли необходимо определить оптимальное соотношение между фондом потребления и фондом развития. В качестве примера рассмотрим модель управления развитием производства, описывающую изменения состояния производства в результате управляющих воздействий.

Изменение результатов деятельности производственной системы определяется влиянием внешней экономической среды через рынок поставок сырья и рынок сбыта продукции, действиями системы управления, а также процессами деградации производства, которые происходят по причинам устаревания оборудования и технологий производства, утраты товарных свойств выпускаемой продукции, снижения квалификации специалистов.

Действия системы управления направлены на поддержание и развитие производства путем восстановления и обновления оборудования, внедрения новых технологий, совершенствования выпускаемой и освоения

новой продукции, переподготовки специалистов, укрепления связей с существующими рынками поставок сырья и сбыта продукции и поиска новых рынков.

Каждое направление и их варианты требуют разных объемов вложений, имеют свой инкубационный период и различную результативность.

В случае нехватки собственных средств предприятия прибегают к кредиту банков. Также в качестве источника финансирования могут быть использованы при соответствующих условиях средства внебюджетных фондов. Средства, получаемые за счет внебюджетных фондов, предоставляются, как правило, на условиях беспроцентного кредита.

Если источником кредитных средств является банковский кредит, то задачу управления развитием предприятия необходимо рассматривать в системе банк-предприятие. Элементами этой системы являются предприятие, банк и финансовые потоки между ними. Для описания взаимодействия в этой системе необходимо ввести переменные, характеризующие состояние ее элементов, и переменные, воздействующие на их состояния (управляющие воздействия). Интегральными показателями, характеризующими состояние элементов, являются: для предприятия — объем выпуска продукции в единицу времени w_t , для банка — наличный капитал в рассматриваемый момент времени Q_t , для финансовых потоков — суммарные потоки кредита и выплат G_t . Управляющими воздействиями являются: объем инвестиций U_t , направляемый на реализацию конкретного варианта развития; поток кредита U^k ; поток выплат по кредиту h_t с учетом ставки ссудного процента η . Логическая взаимосвязь показателей системы представлена на рис. 3.

Такая модель описывает взаимную связь между управляющими и управляемыми переменными. Суть моделирования заключается в определении изменения динамики состояния элементов системы в результате действия управляющих переменных.

Состояние элементов системы (переменных, описывающих производство, поток кредита и выплат, средства в банке) определяется состоянием самих элементов на предыдущем шаге моделирования и предыдущим значением непосредственно воздействующих переменных (входящие стрелки на графе). Например, объем выпуска продукции в единицу времени w_{t+1} зависит от выпуска в предыдущий момент времени w_t , от степени деграда-

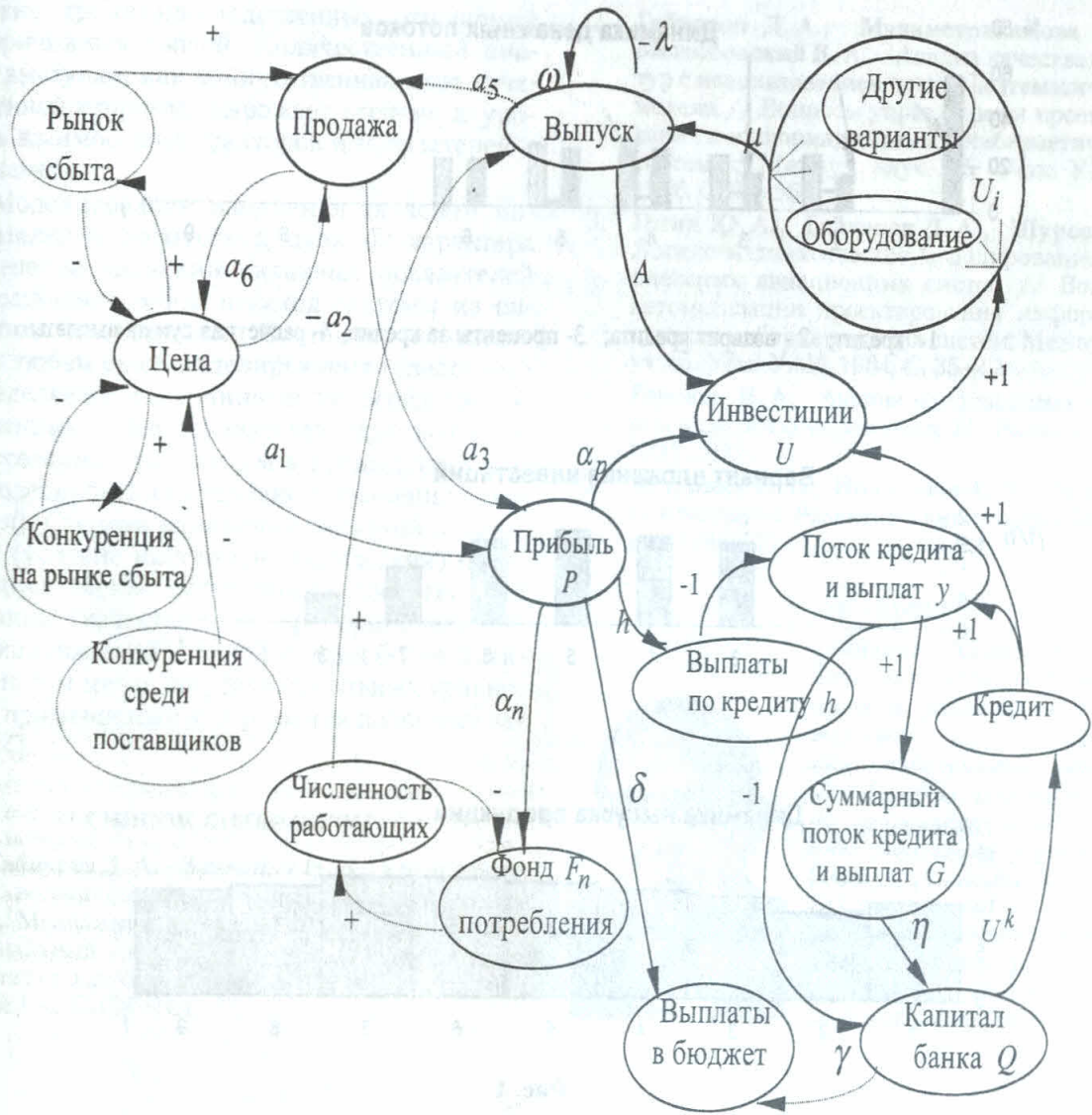


Рис. 3

ции производства λw_t (снижение выпуска из-за выбытия основных фондов, λ — коэффициент выбытия фондов), повышения выпуска в результате реализации инвестиционных мер μU_t (обновление основных фондов, μ — интенсивность использования инвестиций).

Задача управления развитием рассматривается как многошаговый процесс перехода от одного состояния к другому с целью максимизации суммарного фонда потребления за несколько периодов длительностью θ согласно принципу «жить хорошо сегодня и заботиться об обеспеченном завтра» [1]:

$$F_{\Sigma}(m\theta) = \max \sum_{t=0}^m F_{nt}(\theta); \quad (4)$$

$$F_{nt}(\theta) = (1 - \alpha_p) P_{t-1}(\theta),$$

где $F_{nt}(\theta)$ — фонд потребления, используемый в t -м периоде; $P_{t-1}(\theta)$ — прибыль, образовавшаяся по результатам производственной деятельности в $(t - 1)$ -м периоде; α_p, α_n — нормативы, определяющие долю прибыли, направляемой соответственно на развитие и на потребление ($\alpha_p + \alpha_n = 1$).

Моделирование осуществляется путем изменения значений управляющих воздействий: потока инвестиций U_t ; потока кредита и выплат y_t в момент времени t ; годовой ставки ссудного процента η .

Уравнения связи состояний элементов системы представляют систему из трех взаимосвязанных уравнений, определяющих состояние производства (а), суммарного потока кре-

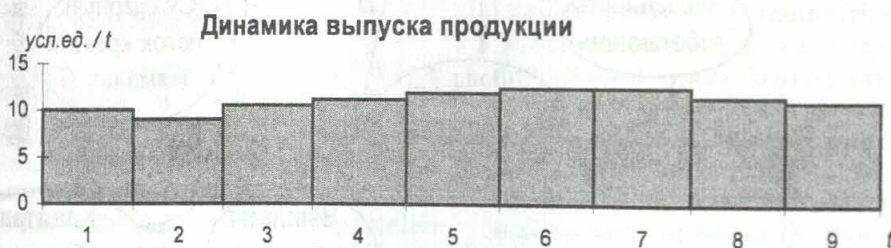
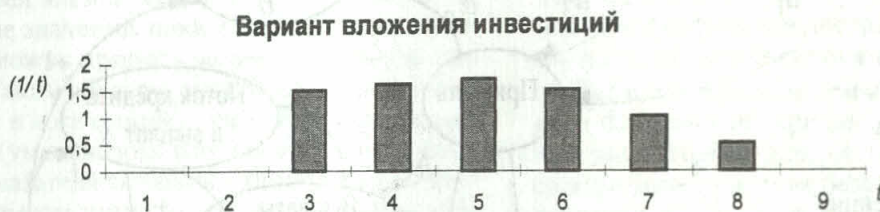
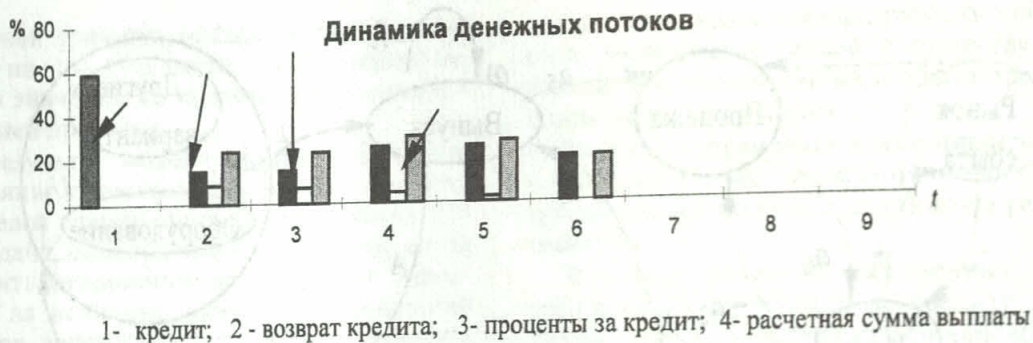


Рис. 4

дита и выплат (b), средств в банке (c):

$$w_{t+1} = w_t - \lambda w_t + \mu U_t; \quad (5a)$$

$$G_{t+1} = G_t + y_t; \quad (5b)$$

$$Q_{t+1} = Q_t + \eta G_t - y_t. \quad (5c)$$

Моделируя возможности изменения ставки банковского процента, графиков возврата кредитов и выплаты процентов и других видов взаимодействия предприятия и банка, еще на ранней стадии получения кредита или обоснования такой возможности можно получить ориентировочную картину изменения прибыли предприятия и фонда потребления при том или ином варианте инвестиционного проекта. Процесс моделирования осуществляется с учетом ограничений на начальные и граничные значения переменных.

Результат пошагового моделирования одного из вариантов вложения инвестиций при-

веден на диаграммах рис. 4. Модель также может быть рассмотрена с учетом дополнительных внешних и внутренних факторов, воздействующих на производство: рынка сбыта, конкуренции на рынке сбыта и среди поставщиков, численности работающих и т. д. (пунктирные линии на графе рис. 3).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, влияние внешних факторов на показатели производственной системы, взаимосвязи между самими показателями, составляющими систему и их изменения, обусловлены логической последовательностью и образуют логическую цепь. Удобным инструментом изучения логических цепей является аппарат системной логики. Качественный анализ логической цепи выражается взаимозависимостями в системе на

уровне причинно-следственных отношений и причинных связей. Количественный анализ выступает как количественная мера качественной стороны, выражает степень и уровень взаимосвязей факторов и показателей в системе.

Моделирование изменения значений показателей в логической цепи от характера изменения значений активных показателей представляет собой переход системы из состояния в состояние. Состояние показателя в любом шаге моделирования (следствие) определяется состояниями непосредственно связанных с ним показателей (причин) и его собственным состоянием в предыдущем шаге моделирования (условие сохранения следствия). Степень изменения значений показателя (условие наступления следствия) определяется видом зависимости следствия от причины (качественной, пропорциональной, функциональной). Такой подход более практичен, чем метод дифференциальных уравнений, применяемый для решения подобных задач [4].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Гайнанов Д. А., Зайнашев Н. К.** Управление инвестиционной деятельностью предприятия // Менеджмент: теория и практика: Межрегиональный науч.-практ. журнал. Ижевск: Институт экономики и управления УдГУ, 1999. № 1–2. С.136–144.

2. **Гайнанов Д. А., Мухаметрахимова Р. Ф., Межибовский В. А.** Анализ качества структур с использованием логико-математической модели // Вопросы управления и проектирования в информационных и кибернетических системах: Межвуз. науч. сб. Уфа: УГАТУ, 1996. С. 50–55.
3. **Гогин Ю. А., Гайнанов Д. А., Шуров О. С.** Логико-математическое моделирование комплексных авиационных систем // Вопросы автоматизации проектирования информационных и кибернетических систем: Межвуз. науч. сб. Уфа: УАИ, 1984. С. 35–42.
4. **Горелик В. А.** Анализ конфликтных ситуаций в системах управления. М.: Радио и связь, 1991. 287 с.
5. **Чепурных Н. В., Новоселов А. Л.** Экономика и экология. Развитие и катастрофы. М.: Наука, 1996. 271 с.

ОБ АВТОРЕ

Гайнанов Дамир Ахнафович, зав. кафедрой экономики и управления производством УГАТУ. Дипл. инж. электронной техники (УАИ, 1978). Д-р экон. наук по экономике и управлению народным хозяйством (защ. в СПбГИЭА, 1999). Исследования в области экономико-математического моделирования, управления в социально-экономических системах, логистики.

