Уфа: УГАТУ, 2002 Вестник УГАТУ Т. 3, № 1. С. 18–25

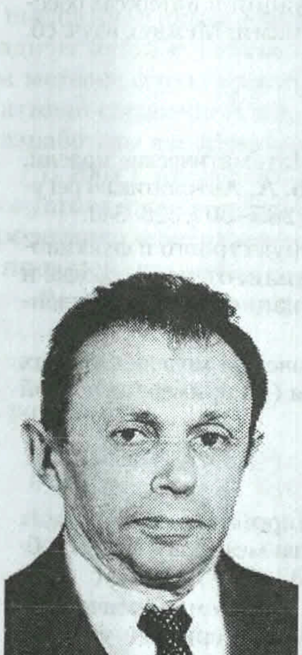
ПРОБЛЕМЫ И КОНЦЕПЦИИ

УДК 576. 3. 32

С. Ю. РУДЕРМАН

СООБЩЕНИЯ В БИОПОЛИМЕРАХ: МОДЕЛИ ПОСТРОЕНИЯ И ПОИСКА

Приводится обзор моделей построения и поиска сообщений, в рамках которых четверичный и двадцатеричный алфавиты (характерные для сообщений в биополимерах) оказываются в некотором смысле оптимальными, а при соответствующей интерпретации — и неизбежными. Выводы, полученные при анализе достаточно естественных процедур, можно расценить как признак перспективности рассмотрения последних в качестве моделей реальных процессов. Допущения, которые приходится сделать при построении моделей, заставляют определенным образом представить некоторые существенные детали механизмов синтеза внутриклеточных сообщений.
Нуклеиновые кислоты; белки; символ; алфавит; сообщение; ресурс; разнообразие; поиск



Рудерман Семен Юрьевич

профессор кафедры вычислительной математики и кибернетики УГАТУ. Дипл. физик-исследователь по радиоэлектронике (Саратовский госуниверситет, 1959). Д-р техн. наук по проектированию и эксплуатации нефтегазопроводов, нефтебаз и газонефтехранилищ (Моск. ин-т нефтехимич. и газовой промышленности им. Губкина, 1973). Исследования в области теории надежности, выбора оптимальных трасс трубопроводов, математических проблем оптимизации, моделирования процессов построения и поиска сообщений в биополимерах.

ВВЕДЕНИЕ

Две основные субстанции живой клетки — нуклеиновые кислоты и белки — содержат в себе «сообщения» [1], записанные символами соответственно четверичного и двадцатеричного алфавитов. Установление этого факта и выявление соответствия между двумя видами сообщений является фундаментальным достижением науки 20-го века. Выяснение природы констант 4 и 20 (объемов алфавитов генетических и белковых сообщений) составляет актуальную научную проблему. В работах [1–6] предложены модели построения и поиска сообщений, в рамках которых указанные объемы алфавитов оказываются в некотором смысле оптимальными, а при соответствующей интерпретации — и неизбежными.

Ниже приводится обзор основных идей и результатов этих работ.

[1] В описанных далее моделях под сообщением понимается последовательность символов. Материальным носителем символа в нуклеиновых кислотах является азотистое основание, а в белках — аминокислота.

1. О ФОРМИРОВАНИИ СООБЩЕНИЙ В НУКЛЕИНОВЫХ КИСЛОТАХ

Число символов в алфавите (объем алфавита) обозначим через n. Остановимся подробнее на простейшей ситуации, когда все сообщения имеют одну и ту же длину, которую обозначим через L. (Общий случай, когда длины сообщений могут быть разными, рассмотрен в [4, 6]). Число (разнообразие) всевозможных сообщений длины L равно

$$K = n^L. \tag{1.1}$$

Величина L выражается из (1.1) как $\ln K/\ln n$, что объясняет интуитивно хорошо ощущаемое представление: при малом объеме алфавита n длины сообщений, обеспечивающих заданное их разнообразие, оказываются большими. При возрастании n длины сообщений L уменьшаются, а если $n = K$, то $L = 1$ (каждое сообщение представляется своим символом).

Итак, в попытке «сэкономить» на числе используемых для сообщения символов нам придется обратиться к большому объему алфавита.

Учтем теперь, что природные символы материальны. Если объем алфавита n велик, то обостряется «энергетическая» проблема отыскания символа среди собратьев. Чем больше n, тем больше «усилий» придется затратить на поиск нужного символа перед установкой его на заданное место в сообщении.

Таким образом, должно существовать наиболее «выгодное» значение n, обеспечивающее в каком-то смысле минимальность затрат на построение сообщения.

Простейшее уточнение приведенных соображений, позволяющее провести расчет, состоит в следующем.

Пусть каждый из n символов алфавита изображен на отдельной карточке и эти n карточек (рассматриваемых нами как физический алфавит символов) помещены в «мешок». Условимся дальше, говоря о «символе», иметь в виду карточку с написанным на ней символом. Имеются $L = \ln K/\ln n$ мест, на каждое из которых должен быть помещен свой определенный символ алфавита (в итоге образуется сообщение длины L). Поиск нужного символа будем представлять себе как случайный выбор символа за символом из мешка до извлечения того символа, который должен быть установлен на очередном месте сообщения. Выбор символа из мешка приводит к расходованию некоторого, принимаемого за единицу, количества «ресурса». Общее количество расходуемого ресурса будет тогда совпадать с числом извлечений.

Математическое ожидание расходов на построение сообщения длины L равно [1–6]

$$\frac{n+1}{2} \cdot \frac{\ln K}{\ln n}. \tag{1.2}$$

Сформулируем две оптимизационные задачи относительно n, которые, как окажется, имеют одно и то же решение:

1) при заданном разнообразии сообщений K найти такой объем алфавита n, при котором минимален средний расход ресурса (1.2);

2) при заданном среднем расходе на построение сообщения найти такой объем алфавита n, при котором разнообразие возможных сообщений K максимально.

Решение каждой из этих задач, как легко заметить, сводится к минимизации по n величины

$$\frac{n+1}{\ln n}. \tag{1.3}$$

Минимум (1.3) достигается при $n = 4$ [1].

Более общая схема построения цепи предполагает, что каждый символ в мешке представлен в r экземплярах.

Среднее число извлечений, которое придется провести при построении последовательности длины $L = \ln K/\ln n$, оказывается равным [2, 6]

$$(rn+1)\ln K/((r+1)\ln n). \tag{1.4}$$

Обращаясь теперь к двум сформулированным выше оптимизационным задачам относительно n, приходим к выводу, что решение каждой из них сводится к минимизации по n величины

$$(rn+1)/\ln n. \tag{1.5}$$

При $r = 1$ (1.5) превращается в (1.3), минимум которого достигается при $n = 4$.

При $r \geq 2$ минимум (1.5) достигается при $n = 3$ [2, 6].

Как видим, при одинаковой представленности в «мешке» каждого из символов алфавита четверичный алфавит оказывается оптимальным в том единственном случае, когда выбор осуществляется из алфавита ($r = 1$).

Об уникальности процедуры поиска символа в мешке, содержащем только алфавит символов (а не более богатую совокупность), мы узнали в результате вычислений. Но Природа, как думается, не «вычисляет», а «выбирает». Каким образом могло быть получено наилучшее решение на основе «слепого выбора», а не «разумных вычислений»?

Рассмотрим ту из формулировок задачи, когда при заданных средних расходах на построение сообщения требуется максимизировать разнообразие возможных сообщений K. В этом случае n, L и величина r, которую будем называть кратностью мешка, удовлетворяют условию

$$(rn + 1)L/(r + 1) = B, \tag{1.6}$$

где B – заданная константа.

Тогда

$$K = n^L = n^{\frac{r+1}{rn+1}B}. \tag{1.7}$$

Величина (1.7) максимальна при $r = 1$, $n = 4$.

Показательная зависимость K от B приводит к тому, что сообщения при $r = 1$, $n = 4$ и большом B составляют подавляющую часть во всей массе возможных сообщений [4, 6].

Это означает, что при случайном выборе друг за другом «не очень большого числа сообщений» с вероятностью, близкой к 1 при большом B, будут извлекаться сообщения, построенные из символов четверичных алфавитов при кратности мешка $r = 1$. При такой интерпретации сообщения, построенные из символов алфавитов других объемов, возможны, но не наблюдаются по той простой причине, что их «мало».

Если какой-то из четверичных алфавитов обладает преимуществами по выживаемости, то жизнеспособными окажутся сообщения, построенные из символов этого алфавита. Интересно, что выбор наилучших объема алфавита и кратности мешка происходит при этом сразу, в отсутствие какого-либо эволюционного поиска. Последний может потребоваться лишь для отбора «наилучшего» из четверичных алфавитов.

2. О ФОРМИРОВАНИИ СООБЩЕНИЙ В БЕЛКАХ

Перейдем теперь к другой модели использования «ресурса», призванной объяснить наблюдаемый объем алфавита символов для сообщений в белках. Допущения, которые мы при этом сделаем с целью «получить желательный ответ», заставят нас определенным образом представить некоторые детали условий, в которых происходит процесс формирования белков.

По-прежнему будем обозначать через n, L, K соответственно объем алфавита символов, длину сообщения и разнообразие сообщений. Эти три величины в простейшем случае, который мы здесь и рассмотрим, связаны соотношением (1.1).

Будем теперь предполагать, что на построение сообщения (последнее иногда будем называть цепью) отводится ресурс величины B, делящийся перед началом построения цепи на L одинаковых частей $x = B/L$, так что для поиска и установки на свое место каждого символа сообщения отводится «своя часть». Удобно для дальнейшего изложения представить себе «объект, ответственный за поиск и установку i-го символа цепи». Назовем его i-м владельцем ресурса. В начальный момент i-й владелец обладает ресурсом величины x. Поиск символов сообщения и установка их на нужные места будут сопровождаться особым, описанным ниже, изменением ресурсов владельцев.

Помещение требуемого символа на i-е место цепи представляет собой случайное событие, которое обозначим A_i.

Построение всей цепи представляет собой цепочку событий $A_1A_2...A_L$.

Примем допущение, что в случае неустановки какого-либо из символов на свое место в цепи (ниже это событие будет уточнено) процесс обрывается, построенная часть уничтожается, длина цепи оказывается равной 0. Полная группа несовместимых событий состоит из цепочек

$\overline{A}_1$, $A_1\overline{A}_2$, $A_1A_2\overline{A}_3$, ..., $A_1A_2...A_{L-1}\overline{A}_L$, $A_1A_2...A_L$. Событие A_i может осуществиться или не осуществиться в итоге следующих двух процедур:

1) поиска нужного символа, модель которого представляет собой случайный выбор без возвращения из мешка, содержащего каждый из символов алфавита в r экземплярах, до извлечения нужного символа. Выбор символа из мешка сопровождается уменьшением ресурсов всех владельцев, на места которых символы еще не установлены, всегда на одну и ту же порцию, которую примем за единицу. После отыскания символа ресурс каждого из указанных владельцев окажется уменьшенным на случайную величину Y, обладающую математическим ожиданием

$$(rn+1)/(r+1);$$

2) игры с природой на разорение i-го владельца, выигрывающего в каждой партии с вероятностью 1/2 одну единицу ресурса (или проигрывающего ее с такой же вероятностью). Начальным капиталом владельца в этой игре является ресурс той величины, которая у него осталась после отыскания i-го символа сообщения, конечным – либо тот ресурс, которым он обладал в момент начала поиска i-го символа (что будет означать победу в игре — установку i-го символа в сообщение, после чего наличный ресурс i-го владельца выйдет из игры), либо 0 (что будет означать разорение владельца — разрушение цепи, длина которой окажется в итоге равной 0).

Описанная процедура изменения ресурса владельца при поиске и установке символа в цепь, когда ресурс, подобно уровню замка от вертикальной застежки–молнии, сначала понижается на случайную величину (при «открытии застежки»), а затем, случайно колеблясь, повышается до исходного значения (для «закрытия застежки»), может показаться неестественной. Особо загадочным для наблюдателя нашего обычного «макроскопического» физического мира может показаться дискретное изменение ресурса на каждом шаге на плюс–минус единичную порцию (с вероятностями 1/2).

В квантовом мире подобное изменение не является «неестественным». В частности, электрон обладает спином 1/2, с которым связан магнитный момент — вектор, проекция которого на направление внешнего магнитного поля является случайной величиной с двумя одинаковыми по абсолютной величине, но обладающими противоположными знаками, значениями. Если спин экранирован от внешнего магнитного поля, то вероятности этих значений одинаковы и равны каждая 1/2.

Возможная интерпретация «ресурса» проекцией магнитного момента специальной системы спинов на выделенное направление была предложена в [2]. Ниже мы еще скажем о ней в связи с некоторыми итогами. Об исследованиях по молекулярному ферромагнетизму см. [7, 8].

Обратимся теперь к анализу модели.

Математическое ожидание разности между L и случайной длиной цепи, являющееся характеристикой ненадежности процесса построения сообщения, равно [2, 6]

$$\Delta L = \frac{L^3(rn+1)}{(r+1)B} = \frac{(rn+1)\ln^3 K}{(r+1)B\ln^3 n}. \tag{2.1}$$

Укажем три оптимизационные задачи относительно величины n, имеющие все одно и то же решение. Найти объем алфавита n, который:

1) при заданных B и K обращает в минимум ΔL;

2) при заданных B и ΔL обращает в максимум разнообразие сообщений K;

3) при заданных K и ΔL обращает в минимум B.

В каждой из этих трех задач искомое значение n обращает в минимум величину

$$\frac{rn+1}{(r+1)\ln^3 n}. \tag{2.2}$$

При $r \to \infty$ величина (2.2) стремится к

$$n/\ln^3 n. \tag{2.3}$$

Минимум (2.3) достигается при $n = 20$.

Расчет показывает, что такой алфавит оказывается оптимальным для всех r, начиная с 8. При $r < 8$ оптимальные значения n таковы: при $r = 1 - 23$, при $r = 2 - 22$, при $r = 3,4,5,6,7 - 21$. Как видим, для согласования модели с фактом двадцатеричности алфавита аминокислот достаточно предположить, что $r \geq 8$. Если же считать, что выбору, наряду с n, подлежит и r, то решением каждой из перечисленных трех задач является пара $r = 1$, $n = 23$.

Заметим теперь, что увеличение ресурса B, повышающее надежность процесса построения сообщения, способствует, однако, ухудшению параметров одного важного показателя процесса — времени синтеза сообщения. Действительно, увеличение B приводит к возрастанию шансов на длительное ведение игры на разорение, которая, согласно принятой модели, начинается после отыскания нужного символа и длится вплоть до восстановления ресурса владельца до значения, при котором начался поиск этого символа (либо до полного израсходования ресурса владельца).

Детальный анализ [2, 6] показывает, что при возрастании B практическое время синтеза цепи возрастает приблизительно как $B^{3/2}$.

Обратимся в связи с этим к интерпретации величины B как проекции внутреннего магнитного момента на выделенное направление.

Если справедлива гипотеза, что «ресурс» в принятой модели связан с магнитным моментом специальной системы спинов, то особый интерес должна представлять его зависимость от внешнего постоянного магнитного поля. Знание этой зависимости позволило бы целенаправленно влиять на указанную систему, магнитный момент которой, в свою очередь, влияет на эффективность синтеза белков.

Возможно, что в основе положительного действия соответствующего постоянного магнитного поля на рост и развитие организмов, а также в качестве терапевтического средства [9, 10] лежит процесс, о количественном описании которого рассказано выше. Механизм «болезни» и «лечения» (на клеточном уровне) выглядит при этом так. Наличие в клетке «загрязняющих» веществ, от которых ей в силу каких-то причин не удается избавиться, приводит к уменьшению внутреннего магнитного момента. Вследствие этого уменьшается вероятность синтеза белкового сообщения. Скомпенсировать недостающее значение магнитного момента можно, поместив клетку в соответствующее постоянное магнитное поле. Восстановление в нем магнитного момента до нужной величины, как следует из проведенного анализа, приведет к нормализации синтеза белков (восстановятся необходимые надежность и скорость этого процесса).

Величина внешнего магнитного поля, которая способна оказать целебное воздействие, определяется тем значением магнитного момента клеточной среды, которое нуждается в восстановлении.

При достаточно большой величине внешнего магнитного поля индуцированный момент может стать слишком большим, если, конечно, этому не препятствует эффект насыщения; это приведет к существенному замедлению белкового синтеза.

Этот вывод представляет интерес для онкологии: если воздействие на раковые клетки сильным магнитным полем индуцирует в них большой магнитный момент, то, как следует из рассмотренной модели, при справедливости предложенной ее интерпретации, затормозится синтез белков, а значит, и размножение этих клеток.

Нежелательность «слишком больших» значений B заставляет присмотреться к другим факторам, могущим оказывать влияние на объем алфавита белковых сообщений. Один такой новый фактор будет рассмотрен в следующем разделе.

3. ПРОБЛЕМА ОТЫСКАНИЯ СООБЩЕНИЯ В ГЕНЕТИЧЕСКОЙ СИСТЕМЕ. МОДЕЛЬ «СЛОВАРЬ–ПОИСК»

Синтез белков в клетке требует постоянного обращения к информации об их структуре, записанной в ДНК. Поиск этой информации является обязательным этапом всей процедуры синтеза.

По своему содержанию этот процесс подобен отысканию слова — заголовка статьи в словаре. Ясно, что такой поиск требует определенных затрат, зависящих как от устройства словаря, так и от поисковой процедуры, которые в связи с этим должны быть организованы в каком-то смысле наилучшим образом.

Ниже мы рассмотрим модель системы «словарь–поиск», в которой средние затраты на поиск слова зависят от объема словаря и числа символов (букв) в алфавите, используемом для записи слов [3, 6].

Оправданием модели, помимо ее логической естественности, может служить полученный в итоге ее анализа вывод об особой роли двадцатеричного алфавита, характерного для сообщений в белках.

Как и в предыдущем разделе, рассмотрим более подробно тот случай, когда объем алфавита n, длина сообщения (последнее будем называть также словом) L и разнообразие слов K связаны соотношением (1.1).

Символы материальны; каждый из них является неотъемлемой частью своего вещественного носителя, который назовем ячейкой этого символа.

Рассмотрим теперь словарь, содержащий K слов одинаковой длины L и устроенный следующим образом. Все слова разбиты на отделы, включающие слова, начинающиеся с одной и той же буквы и озаглавленные этой буквой (отделы и заголовки 1-го уровня). Совокупность заголовков 1-го уровня назовем первым уровнем словаря.

Каждый отдел 1-го уровня, в свою очередь, разбит на отделы, начинающиеся одинаковым двухбуквенным сочетанием и озаглавленные этим сочетанием (отделы и заголовки 2-го уровня). Совокупность заголовков 2-го уровня назовем 2-м уровнем словаря, и т. д.

Заголовки отделов i-го уровня ($i \geq 2$) каждого из отделов предыдущего уровня занумеруем числами $1, 2, ..., n$. Заголовки номеров 1 и n будем называть соответственно крайним слева и крайним справа или просто крайними.

Таким образом, мы имеем n однобуквенных заголовков 1-го уровня; каждый из них связан с n однобуквенными заголовками 2-го уровня (общее число которых n^2), каждый из которых связан с n трехбуквенными заголовками 3-го уровня (общее число которых n^3) и т. д.

На самом нижнем, L-м, уровне находятся $n^L = K$ L-буквенных заголовков, т. е. самих слов. Каждому символу заголовка присвоим номер так, чтобы любой заголовок i-го уровня представлял собой цепочку символов, занумерованных числами $1, 2, ..., i$ и расположенных в порядке возрастания номеров.

Как было отмечено выше, каждый символ находится в своей ячейке; ячейки символов, образующих заголовок, имеют те же номера, что и хранящиеся в них символы, примыкают друг к другу в порядке возрастания номеров. Такую конструкцию, не вводя новых терминов, тоже будем называть заголовком.

Указанные n заголовков i-го уровня ($i = 1, 2, ..., L$) одного отдела предыдущего уровня примыкают друг к другу в порядке возрастания номеров. Такую конструкцию назовем лентой заголовков i-го уровня. На i-м уровне словаря имеются n^{i-1} лент.

Ясно, что на ленте заголовков i-го уровня между ближайшими ячейками с одинаковыми номерами располагаются $(i - 1)$ ячеек.

Пусть теперь в указанном словаре нужно найти произвольное слово длины L. Слово будем представлять себе в виде такой же материальной конструкции, как заголовок L-го уровня словаря.

Опишем процесс поиска слова в словаре. Он будет состоять из шагов, представляющих собой последовательно: отыскание на ленте заголовков 1-го уровня заголовка (в данном случае – буквы), совпадающего с 1-й буквой слова; отыскание на ленте заголовков 2-го уровня, соответствующей найденному заголовку 1-го уровня, заголовка (в данном случае – двухбуквенного), совпадающего с последовательностью первых двух букв слова; и т. д., вплоть до отыскания на L-м уровне того заголовка, в котором искомое слово записано полностью.

Конкретизируем теперь процесс поиска на i-м уровне ($i = 1, 2, ..., L$). Предстоит найти среди n заголовков тот, у которого все i символов совпадают с первыми i символами искомого слова.

«Просмотр» заголовков происходит следующим образом. Выбирается равновероятно (с вероятностью $1/2$) один из двух крайних заголовков. Слово устанавливается вдоль ленты заголовков так, чтобы его ячейки с номерами $1, 2, ..., i$ находились против ячеек с теми же номерами выбранного крайнего заголовка с целью проверки совпадения находящихся в них символов. Если совпадение символов заголовка и слова имеет место, то слово переходит к соответствующей этому заголовку ленте заголовков $(i+1)$-го уровня с целью отыскания заголовка, совпадающего со словом до $(i + 1)$-й буквы включительно. В противном случае слово сдвигается вдоль ленты заголовков i-го уровня на один заголовок (т. е. на i ячеек) так, чтобы его первые i букв установились против букв 2-го заголовка, если был выбран крайний слева заголовок, или против букв $(n-1)$-го заголовка, если был выбран крайний справа.

При совпадении последовательности первых i букв слова с буквами заголовка слово переходит на $(i+1)$-й уровень, в противном случае снова совершается сдвиг слова на один заголовок (переход к 3-му заголовку, если выбранным крайним был первый, или переход к $(n-2)$-му заголовку, если выбранным крайним был n-й).

Будем предполагать, что установка ячеек с i первыми символами слова против ячеек с теми же номерами крайнего заголовка требует определенных маневров. Последние сродни тем, которые наблюдаются при установке точки отсчета (например, длины) на измеряемом участке предмета против нулевой точки шкалы измерительного прибора (например, линейки). Естественно считать, что начальное расстояние между этими двумя точками является случайной величиной, подчиненной равномерному закону на интервале от нуля до единицы шкалы прибора.

«Энергетические затраты» на перемещение указанным способом одной ячейки слова вдоль ленты заголовков любого уровня на одну ячейку примем за единицу.

Общие энергетические затраты на перемещение всего слова при его движении вдоль лент заголовков всех уровней в среднем равны [3, 6]

$$\frac{n}{4}\cdot\frac{\ln^2 K}{\ln^2 n}\cdot\left(\frac{\ln K}{\ln n}+1\right). \tag{3.1}$$

Для заданного K величину n, при которой (3.1) минимально, назовем оптимальным объемом алфавита.

Анализ показывает [3, 6], что оптимальное значение объема алфавита возрастает с ростом $N = \ln K$, принимая значения $12, 13, \ldots, 20$. Однако уже при $N > 96{,}064$, т. е. $K > e^{96{,}064}$, оптимальным всегда является двадцатеричный алфавит. Длина слова при этом – 33 и более букв.

Таким образом, минимум затрат (3.1) при фиксированном разнообразии (1.1) в случае $\ln K \geq 96{,}064$ достигается при $n = 20$.

В [6] показано, что при некоторых уточнениях такое же же решение имеет и задача максимизации K при заданном (3.1), а доля, которую составляют сообщения из символов двадцатеричных алфавитов во всей массе возможных сообщений из алфавитов любых допустимых объемов при фиксированном (большом) математическом ожидании ресурса, который может быть израсходован на поиск сообщения, близка к единице.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Итак, наблюдаемые объемы алфавитов сообщений в биополимерах являются константами, обеспечивающими в некотором смысле оптимальность рассмотренных выше процедур построения и поиска сообщений.

Подавляющее превалирование сообщений при наблюдаемых объемах алфавитов и большом ресурсе во всей массе сообщений при любых объемах алфавитов позволяет думать об этих константах (размерах алфавитов) как «выбираемых из любых возможных», что означает (в конечном счете) комбинаторно-вероятностную их природу.

Идея рассматривать наблюдаемое как выбираемое из ансамбля возможностей лежит в основе статистической физики. С другой стороны, акт выбора характерен для любой физической системы, находящейся в неустойчивом состоянии. В [11] показано, что подключение неустойчивых систем к объектам анализа науки позволяет ввести необратимость в описание физического мира.

Выбор, в частности, случайный, постулированный в моделях работ, которым посвящен настоящий обзор, является, с этой точки зрения, естественным спутником физико-математического исследования.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Рудерман С. Ю., Соломещ И. А.** Модели процедуры, сопровождающей процесс образования нуклеиновых кислот. Возможная причина четверичности алфавита генетических сообщений // Модели организации, управления и методы их исследования: Межвуз. сб. Уфа: БГУ, 1975. С. 136–143.
2. **Рудерман С. Ю.** О процедурах формирования «сообщений» в биополимерах // Башкирский химический журнал. 1994. Т. 1, № 2. С. 43–48.
3. **Рудерман С. Ю., Соломещ И. А.** Проблема отыскания сообщения в генетической системе. Модель «словарь–поиск» // Башкирский химический журнал. 1995. Т. 2, № 2. С. 49–52.
4. **Рудерман С. Ю., Соломещ И. А.** Задача выбора объема алфавита сообщений в биополимерах и статистическая термодинамика // Башкирский химический журнал. 1996. Т. 3, № 5–6. С. 37–44.
5. **Рудерман С. Ю.** Модели построения «сообщений» в биополимерах // Тр. Сибирской конф. по прикладной и индустриальной математике, посвященной памяти Л. В. Канторовича. Новосибирск: Институт математики СО РАН, 1997. С. 199–205.
6. **Рудерман С. Ю., Соломещ И. А.** Об оптимальных размерах алфавитов и возможной причине их наблюдаемости в природе // Обозрение прикладной и промышленной математики. М.: Науч. изд-во «ТВП», 1999. Т. 6, вып. 2. С. 337–366.
7. **Лен Ж. -М.** Супрамолекулярная химия. Концепции и перспективы // Новосибирск: Наука, 1998. 333 с.
8. **Jang S. -H., Bertsh R. A., Jackson J. E., Kahr B.** Interrupted σ–bonds in organic materials with colligative magnetic properties // Mol. Cryst. Liq. Cryst. 1992. Vol. 211. P. 289–303.
9. **Biological** Effects of Magnetic Fields / M. F. Barnothy Ed. N. Y.: Plenum Press, 1964. Vol. 1; 1969. Vol. 2.
10. **Лоренс Р., Рош П. Дж., Плоуден Д.** Магнитотерапия. Альтернативный метод облегчения боли. М.: КРОНПРЕСС, 1998. 234 с.
11. **Пригожин И., Стенгерс И.** Время, хаос, квант. М.: Прогресс, 1994. 266 с.