

Допущение: в начальный момент времени приобретение товаров не осуществляется и все денежные средства находятся на руках.

В математических терминах это допущение означает, что вероятность того, что товары приобретаются, равна нулю, а вероятность того, что денежные средства находятся на руках, равна единице. Таким образом, при начальном условии имеем:

$$p_0(0) = 1; \quad p_{11}(0) = 0; \quad p_{12}(0) = 0;$$

$$p_{21}(0) = 0; \quad p_{31}(0) = 0.$$

Наличие сформулированного начального условия позволяет решить ранее выделенную систему уравнений. Ее решение запишется в виде:

$$p_0 = e^{-t}; \quad p_{11} = 0.6(1 - e^{-t}); \quad p_{12} = 0.2(1 - e^{-t});$$

$$p_{21} = 0.1(1 - e^{-t}); \quad p_{31} = 0.1(1 - e^{-t}).$$

Полученные таким образом значения p характеризуют степень вероятности приобретения семьями с низким уровнем платежеспособности товаров различного назначения. Так, вероятность приобретения ТКН семьей с уровнем платежеспособности H равна 0,6; ТАС – 0,2 из классификационной совокупности товаров группы N1. Степень вероятности приобретения ТКН из группы N2 равна 0,1, и значение этого же показателя для группы N3 также равно 0,1.

По аналогии, данный метод может быть применен для оценки степени вероятности приобретения товаров семьями с другими уровнями платежеспособности.

Данные, полученные от практического применения изложенного метода, позволяют не только количественно оценить спрос, но и управлять им, своевременно предоставляя соответствующую информацию производителям и товародержателям.

УДК 621.431/432.01:531.3

ИССЛЕДОВАНИЕ ДИНАМИКИ ОППОЗИТНОГО АКСИАЛЬНО-ПОРШНЕВОГО ДВС С КРИВОШИПНО-КАРДАННЫМИ МЕХАНИЗМАМИ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ДВИЖЕНИЙ

В. П. ИЛЬЧАНИНОВ, В. М. ГОРБАНЕНКО, А. П. МЕДВЕДЕВ

Факультет авиационных двигателей УГАТУ
Тел: (45-62) 23 07 27 E-mail: root@teormech.ugatu.ac.ru

Рассмотрены перспективные конструкции аксиально-поршневых двигателей внутреннего сгорания с кривошипно-карданными механизмами преобразования движения. Описаны методики геометрического, кинематического и динамического расчетов таких двигателей, на основе которых разработаны алгоритмы определения динамических усилий, действующих на подвижные детали и на весь двигатель в целом. Рассмотрена оптимальная схема оппозитного двигателя с точки зрения полной статической и динамической уравновешенности конструкции

Двигатель внутреннего сгорания; кривошипно-карданный механизм; динамика; уравновешенность

Применение кривошипно-карданных узлов в ДВС в качестве механизмов преобразования по-

- ### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ
1. Алешина И. В. Поведение потребителей: Учеб. пособие для вузов. М.: ФИАР ПРЕСС, 1999. 394 с.
 2. Аристархова М. К. Маркетинговые исследования товарных рынков. Уфа: УГАТУ, 1997. С. 10.
 3. Арнольд В. Ф. Теория потребительского поведения и спроса. СПб.: Экономическая школа, 1992. 48 с.
 4. Мотыкина М. С. Системная концепция маркетинговых исследований. СПб.: Гос. ун-т эконом. и финансов, 1999. 162 с.
 5. Энджел Д. Ф., Блекуэлл Р. Д., Миннирд П. У. Поведение потребителей. СПб: Питер-Ком, 1999. 768 с.

ОБ АВТОРАХ

Аристархова Маргарита Константиновна, профессор кафедры экономики и управления производством УГАТУ. Дипл. инж.-экономист (УАИ, 1975). Д-р экон. наук (защ. в УрГЭУ, 1999). Исследования в области экономических механизмов управления коммерческой деятельностью, методологии маркетинга, ценообразования товарных рынков.



Крахмалева Анна Владимировна, аспирантка той же кафедры. Дипл. менеджер гос. и муницип. управления (УГАТУ, 1999). Работает над диссертацией об анализе поведения потребителей математическими методами.



ступательного движения поршней во вращательное движение вала раскрывает большие возмож-

ности по созданию перспективных с точки зрения улучшения массогабаритных показателей конструкций двигателей [1–5]. Отсутствие методов расчета двигателей этих схем препятствует конструкторским разработкам и дальнейшему их внедрению в производство. Авторами проведены исследования и предложены методы геометрического, кинематического и динамического расчета аксиально-поршневых двигателей с кривошипно-карданным механизмом. Рассмотрена оптимальная с точки зрения полной уравновешенности схема оппозитного аксиально-поршневого ДВС с кривошипно-карданными механизмами преобразования движений.

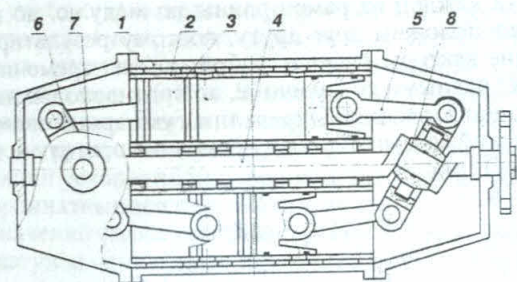


Рис. 1

Конструктивная схема двигателя приведена на рис. 1. Двигатель имеет вертикальную плоскость симметрии. Он состоит из сборного корпуса 1, в котором установлены два цилиндра 2. В каждом из цилиндров — по два поршня 3 со встречным ходом. Поступательное движение поршней преобразуется во вращательное движение вала 4 с помощью двух симметрично расположенных карданных узлов. Шатуны 5 заставляют совершать колебательное движение наружную рамку 6, установленную в корпусе двигателя с помощью шарнирных опор 7. Наружная рамка 6 в свою очередь приводит в движение установленную в ней шарнирно внутреннюю рамку 8, которая через коленообразный кривошип на валу заставляет вращаться сам вал 4. Несмотря на то, что карданный преобразователь движений, содержит большее количество подшипников, чем традиционный кривошипно-шатунный механизм, компактное их расположение и собранность цилиндров вокруг вала двигателя уменьшают общие массогабаритные характеристики всего двигателя. Кроме того, оппозитная схема расположения поршней и наличие двух симметрично расположенных карданных узлов, как будет показано выше, делает двигатель практически полностью уравновешенным.

Кинематическая схема карданного узла преобразования показана на рис. 2. На рисунке из двух поршней, связанных с данным карданным узлом, показан только один поршень со своим шатуном АВ, шатун второго поршня соединяется с наружной рамкой с помощью шарнира А₁.

Данный механизм имеет одну степень свободы, и каждому значению угла поворота вала двигателя φ будут соответствовать определенные углы: θ — угол поворота наружной рамки относительно корпуса двигателя в опорах К, К₁; α

— угол поворота внутренней рамки относительно наружной. Коленообразный кривошип с углом наклона β вращается вместе с валом с постоянной угловой скоростью ω так, что φ = ωt. На рис. 2 в виде векторов показаны соответствующие угловые скорости φ̇ = ω, θ̇ и α̇.

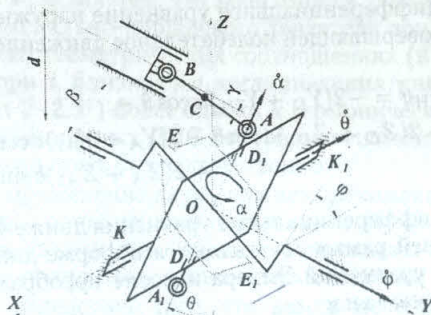


Рис. 2

Анализ геометрии карданного преобразователя движения позволил установить следующие соотношения между углами φ, θ и α:

$$\operatorname{tg} \theta = \operatorname{tg} \beta \sin \varphi; \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \cos \alpha = \sin^2 \beta \cos \varphi + \cos^2 \beta \cos \theta + \\ + \cos \beta \sin \beta \sin \varphi \sin \theta. \end{aligned} \quad (2)$$

Для угла наклона шатуна имеем зависимость

$$\gamma = \arcsin((d - a \cos \theta)/(l_1 + l_2)), \quad (3)$$

где a = OA — радиус качания опоры шатуна на наружной рамке (половина высоты наружной рамки); d — дезаксиальность поршня (для рассматриваемой конструкции величина d близка к a и может быть ей равной); l₁ = AC; l₂ = CB; точка C — центр тяжести шатуна (см. рис. 2).

Координаты центра тяжести шатуна

$$\begin{aligned} y_C = a \sin \theta - l_1 \cos \gamma, \\ z_C = d - l_2 \sin \gamma. \end{aligned} \quad (4)$$

Дифференцированием выражений (1)–(4) по углу поворота вала φ или по времени определяют угловые скорости и угловые ускорения поворота карданных рамок и шатуна, а также проекции на оси двигателя линейных скоростей и ускорений движения поршня и центра тяжести шатуна в виде функций угла поворота вала φ или времени. Ввиду их громоздкости окончательные выражения для скоростей и ускорений здесь не приводятся.

Целью динамического расчета является определение динамических усилий во всех внутренних подшипниках, а также во внешних опорах всего двигателя. В результате такого расчета становится известна нагрузка на все подвижные детали.

При поступательном движении поршня

$$m_{\text{п}} \ddot{y}_в + F_{\text{тр}} - Y_A = 0. \quad (5)$$

При плоскопараллельном движении шатуна

$$\begin{aligned} m_{\text{ш}} \ddot{z}_C + Z_B - Z_A &= 0; \\ m_{\text{ш}} \ddot{y}_C + Y_A - Y_B &= 0; \\ J_{\text{ш}} \dot{\gamma} - Y_B l_2 \sin \gamma + Z_B l_2 \cos \gamma - \\ - Y_A l_1 \sin \gamma + Z_A l_1 \cos \gamma &= 0. \end{aligned} \quad (6)$$

Дифференциальное уравнение наружной рамки, совершающей колебательное движение:

$$\begin{aligned} J_{YH} \ddot{\theta} &= -2(Y_D + Y_{D1})a \cos \theta - \\ - 2(Z_D + Z_{D1})a \sin \theta + 2(Y_A + Y_{A1})b \cos \theta + \\ + 2(Z_A + Z_{A1})b \sin \theta. \end{aligned} \quad (7)$$

Дифференциальные уравнения движения внутренней рамки составляются в форме динамических уравнений Эйлера и после преобразований [5] имеют вид:

$$J_{ZB} \ddot{\alpha} = \frac{1}{2} (J_{XB} - J_{YB}) \dot{\theta}^2 \sin 2\alpha = 2Y_E h; \quad (8)$$

$$\begin{aligned} J_{XB} \ddot{\theta} \cos \alpha + (J_{YB} - J_{ZB}) \dot{\theta} \dot{\alpha} \sin \alpha = \\ = 2Y_D b \cos \alpha + 2X_E h; \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} J_{YB} \ddot{\theta} \sin \alpha + (J_{ZB} - J_{XB}) \dot{\theta} \dot{\alpha} \cos \alpha = \\ = -2Z_D b \cos \alpha + 2X_D b \sin \alpha. \end{aligned} \quad (10)$$

Во всех вышеприведенных формулах (5)–(10) X, Y, Z с соответствующими индексами — силы взаимодействия в опорах (см. рис. 2); b, h — половины расстояний между внешними и внутренними опорами внутренней рамки соответственно; m — массы; J — с соответствующими индексами осевые моменты инерции (вторые индексы В, Н, П и Ш относятся к внутренней рамке, наружной рамке, поршню и шатуону соответственно).

Дифференциальные уравнения (5)–(10) совместно с продифференцированными выражениями (1)–(4) позволяют определять усилия во всех подвижных шарнирных соединениях двигателя.

Усилия в опорах K и K_1 наружной рамки определяются с помощью принципа Даламбера с использованием (7).

Для выяснения степени уравновешенности двигателя воспользуемся принципом Даламбера и определим величины главного вектора и главного момента сил инерций для всей механической системы, которой является двигатель. Главный вектор и главный момент сил инерций для всей системы будут определяться в виде геометрических сумм главных векторов и главных моментов сил инерций всех подвижных частей системы. Отметим, что большинство из этих величин в силу симметричности конструкции вычислять нет необходимости. Так, силы инерции, прикладываемые к поршням, движущимся поступательно, сводятся только к главным векторам, которые взаимно уравновешиваются для каждой пары оппозитных поршней. Коленчатый вал двигателя сам по себе является уравновешенным, так как его конструкция имеет поперечную плоскость симметрии и, следовательно, его ось вращения является главной центральной осью инерции. Главные векторы

сил инерций наружной и внутренней рамок равны нулю, так как их центры масс являются неподвижными точками. Главные моменты сил инерций качающихся вокруг неподвижных осей наружных рамок в силу того, что рамки симметричны относительно этих осей, направлены вдоль осей, но в противоположные стороны и поэтому в результате уравновешивают друг друга.

Внутренние рамки совершают сферические движения. Мгновенная угловая скорость каждой рамки складывается геометрически из угловой скорости $\dot{\alpha}$ в относительном вращении в опорах наружной рамки и угловой скорости $\dot{\theta}$ вместе с наружной рамкой. Векторы этих составляющих для каждой из рамок равны по модулю, но противоположны друг другу, поэтому результирующие векторы также в любой момент времени будут равными по величине, но противоположными по направлению. Определим суммарный кинетический момент K_o обеих рамок относительно точки O (рис. 3).

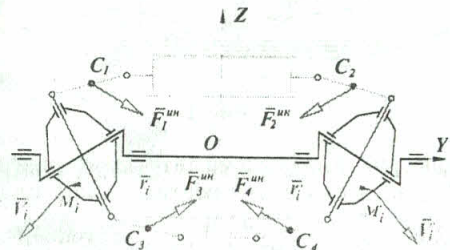


Рис. 3

Обе рамки можно рассматривать как совокупность пар симметричных относительно плоскости Oxz материальных точек (на рисунке показаны две из них — M_i и M'_i) с одинаковыми массами (m_i и m'_i) и равными по модулю линейными скоростями (V_i и V'_i). Так как угловые скорости рамок противоположны, то линейные скорости рассматриваемых точек будут симметричными относительно плоскости Oxz . Кинетические моменты этих двух точек относительно центра O в результате оказываются равными по модулю, но противоположными по направлению векторами, т. е.

$$\vec{r}_i \times m_i \vec{V}_i + \vec{r}'_i \times m'_i \vec{V}'_i = 0. \quad (11)$$

Суммируя по всем точкам, получаем

$$\vec{K}_o = \sum \vec{r}_i \times m_i \vec{V}_i + \sum \vec{r}'_i \times m'_i \vec{V}'_i = 0. \quad (12)$$

Таким образом, главный момент сил инерций обеих внутренних рамок

$$\vec{M}_O^{\text{ин}} = \frac{d\vec{K}_o}{dt} = 0. \quad (13)$$

Далее рассматриваем плоскопараллельное движение шатунов. Главные моменты сил инерций каждой пары шатунов, связанных с оппозитными поршнями, взаимно уравновешиваются, так

как эти шатуны вращаются в противоположных направлениях. Для определения главных векторов сил инерций (см. рис. 3) необходимо найти ускорения центров масс шатунов. Используем уравнения (11) движения центра масс, например, правого верхнего шатуна — точки C_2 . Проекции ускорения на координатные оси были получены как вторые производные по времени соответствующих координат в выражениях (12) с учетом формул (1) и (3). Дифференцирование было выполнено в символьном виде на ПЭВМ с помощью математического пакета MAPLE 6. Ввиду громоздкости полученных выражений, они в данной статье не приводятся. Аналогичным образом с учетом симметрии конструкции были получены проекции ускорений центров масс и для остальных шатунов, а затем соответствующие проекции были сложены. Расчеты, выполненные для различных сочетаний геометрических параметров конструкции двигателя, показали, что суммы проекций ускорений центров масс шатунов на обе координатные оси с точностью до $(10^{-8} - 10^{-10})\%$ от значений самих ускорений равны 0. Так как массы шатунов одинаковы, то это означает, что главные векторы сил инерций шатунов друг друга уравновешивают. Таким образом, доказано, что оппозитный аксиально-поршневой ДВС с кривошипно-карданными механизмами преобразования движений практически идеально уравновешен.

Полученные в данной работе геометрические, кинематические и силовые соотношения положены в основу программы, реализованной на персональном компьютере фирмы IBM. Были выполнены расчеты применительно к экспериментальному двигателю П4, спроектированному на АО «КамАЗ» для следующих данных: $a = 107$ мм; $l_1 = 80$ мм; $l_2 = 20$ мм; $b = 75$ мм; $h = 40$ мм; $\theta = 18^\circ$; $n = 4000$ об/мин; $m_{ш} = 0,65$ кг; $J_{z_{ш}} = 0,0014$ кгм²; для наружной рамки $J_z = 0,02$ кгм²; для внутренней рамки $J_x = J_y = J_z = 0,01$ кгм²; $KK_1 = 200$ мм. На рис. 4 приведен в качестве примера график зависимости усилия в наружной опоре внутренней рамки от угла поворота вала.

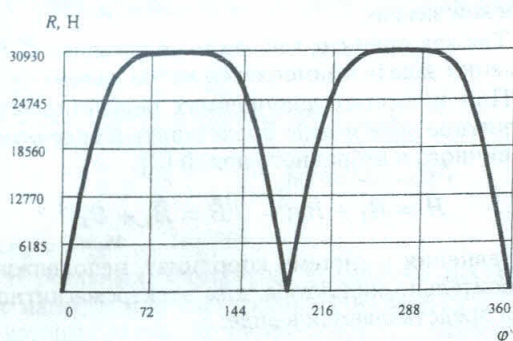


Рис. 4

Проведенные исследования и анализ результатов расчетов, полученных с помощью разработанной программы, позволяют выделить следующие

преимущества аксиально-поршневых двигателей с кривошипно-карданными механизмами:

- аксиально-поршневые двигатели имеют меньшие габариты, по крайней мере, в двух поперечных по отношению к оси коленвала направлениях по сравнению с традиционными ДВС;
- в связи с тем, что зависимости усилий в опорах аксиально-поршневого двигателя при определенных геометрических соотношениях (в частности при d , близких к a , когда значения γ не превышают $2-2,5^\circ$) более близки к гармоническим, чем в традиционных ДВС, их уравновешивание можно выполнять более качественно;
- применение двух-, или четырехцилиндровой схемы с оппозитными поршнями и двумя карданными узлами преобразования позволяет практически полностью уравновесить двигатель;
- вследствие того, что рамки не совершают полных оборотов вокруг своих осей, а качаются с небольшими углами отклонения от начальных положений, относительные скорости в шарнирных соединениях становятся меньшими, и поэтому износ трущихся поверхностей, а также потери на трение также уменьшаются;
- сила трения поршня о стенки цилиндра в несколько раз меньше, чем у обычного ДВС с кривошипно-шатунным преобразователем движения. В результате поршневая группа будет работать в значительно более благоприятных условиях, чем в обычном ДВС.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Двигатели внутреннего сгорания. Устройство и работа поршневых и комбинированных двигателей: Учебник / Под ред. А. С. Орлина, М. М. Круглова. 3-е изд. М.: Машиностроение, 1980. 288 с.
2. Чистяков В. К. Динамика поршневых и комбинированных двигателей внутреннего сгорания. М.: Машиностроение, 1989. 288 с.
3. А. с. 689624 (СССР). МКИ5 02В75/26. Оpubл. 30.09.79. Б. И. № 36.
4. А. с. 1375892 (СССР). МКИ5 16Н23/00. Оpubл. 23.02.88. Б. И. № 7.
5. Ильчанинов В. П. Динамика аксиально-поршневых двигателей внутреннего сгорания: Учеб. пособие. Уфа: УАИ, 1992. 83 с.

ОБ АВТОРАХ



Ильчанинов Виктор Петрович, профессор, зав. кафедрой теоретической механики УГАТУ. Дипл. инженер по авиационным двигателям (УАИ, 1961). Д-р техн. наук по гироскопии (ЛПИ, 1987). Исследования в области динамики сложных механических систем, гироскопии, динамики ДВС.



Горбаненко Владимир Михайлович, доцент той же кафедры. Дипл. инженер (УАИ, 1971), канд. техн. наук по авиационным двигателям (МАИ, 1979). Исследования в области трубопроводных систем авиационных двигателей, динамики сложных механических систем.



Медведев Альберт Павлович, доцент той же кафедры. Дипл. инженер по металлорежущим станкам и инструментам (УАИ, 1960). Канд. физ.-мат. наук по теоретической механике (КазГУ, 1969). Исследования в области динамики сложных механических систем.

УДК 621.7.054

АНАЛИЗ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ПРОЦЕССОВ В ДЕМПФЕРЕ ПРИ КРУТИЛЬНЫХ КОЛЕБАНИЯХ РОТОРА

Ф. Р. ИСМАГИЛОВ, И. Х. ХАЙРУЛЛИН, В. А. ПАПЕРНЮК

Факультет авиационного приборостроения УГАТУ

Тел: (3472) 23 77 87

Рассматривается теория электромагнитного демпфера с постоянными магнитами при крутильных колебаниях полого ротора, получены выражения для напряженности вторичного магнитного поля, плотности токов и электромагнитного момента

Амортизатор; демпфер; колебания; электромагнитный момент; плотность тока; напряженность магнитного поля

Амортизатор с электромагнитным демпфером (рис. 1), применяемый в стыковочных механизмах, может быть использован для гашения энергии возвратно-поступательных движений, например в железнодорожном транспорте. Возвратно-поступательное движение с частотой ω_2 преобразуется во вращательное движение (крутильные колебания), например, при помощи червячной или шарико-винтовой передачи.

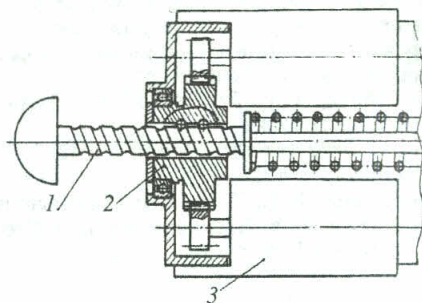


Рис. 1. Схема амортизационной системы: 1 — шток; 2 — преобразователь возвратно-поступательного движения; 3 — электромагнитный демпфер

Исследования демпферов проводились и ранее [1, 2], но в них рассматривались электромагнитные явления в линейном демпфере. В данной работе исследуются явления при крутильных колебаниях, т. е. в режиме изменения частоты вращения.

Электромагнитные процессы в демпфере описываются системой уравнений Максвелла для медленно движущихся сред. Точное определение

электромагнитного поля с учетом нелинейности, конструктивных особенностей, высших гармонических составляющих поля и др. не представляется возможным. Поэтому при решении задачи принимаются допущения, мало искажающие картины явлений и не вносящие существенных погрешностей в результаты. Такими допущениями являются:

- 1) магнитная проницаемость стали индуктора $\mu_c = \infty$ и электрическая проводимость $\sigma_c = 0$;
- 2) первичное магнитное поле в рабочем зазоре задано основной гармоникой индукции;
- 3) первичное магнитное поле вне индуктора отсутствует;
- 4) магнитная проницаемость материала ротора равна μ_0 ;
- 5) радиус кривизны ротора значительно больше величины зазора, что позволяет перейти к плоской задаче.

Так как принято, что сталь не насыщена, при решении задачи применяется метод наложения.

При принятых допущениях результирующее магнитное поле можно представить в виде суммы первичного и вторичного полей [3]

$$\vec{H} = \vec{H}_1 + \vec{H}_2; \quad \vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2,$$

и уравнения в системе координат, неподвижной относительно индуктора, для электромагнитного поля представляются в виде:

$$\begin{aligned} \text{rot } \vec{H}_2 &= \vec{\delta}; \\ \text{rot } \vec{E} &= -\frac{\partial \vec{B}_1}{\partial t} - \frac{\partial \vec{B}_2}{\partial t}; \\ \vec{\delta} &= \sigma (\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}_1 + \vec{v} \times \vec{B}_2); \\ \vec{B} &= \mu_0 \vec{H}; \end{aligned} \quad (1)$$