



**Горбаненко Владимир Михайлович**, доцент той же кафедры. Дипл. инженер (УАИ, 1971), канд. техн. наук по авиационным двигателям (МАИ, 1979). Исследования в области трубопроводных систем авиационных двигателей, динамики сложных механических систем.



**Медведев Альберт Павлович**, доцент той же кафедры. Дипл. инженер по металлорежущим станкам и инструментам (УАИ, 1960). Канд. физ.-мат. наук по теоретической механике (КазГУ, 1969). Исследования в области динамики сложных механических систем.

УДК 621.7.054

## АНАЛИЗ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ПРОЦЕССОВ В ДЕМПФЕРЕ ПРИ КРУТИЛЬНЫХ КОЛЕБАНИЯХ РОТОРА

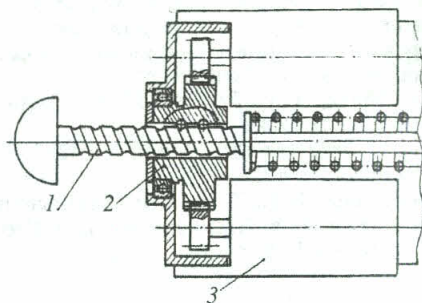
**Ф. Р. ИСМАГИЛОВ, И. Х. ХАЙРУЛЛИН, В. А. ПАПЕРНЮК**

Факультет авиационного приборостроения УГАТУ  
Тел: (3472) 23 77 87

Рассматривается теория электромагнитного демпфера с постоянными магнитами при крутильных колебаниях полого ротора, получены выражения для напряженности вторичного магнитного поля, плотности токов и электромагнитного момента

Амортизатор; демпфер; колебания; электромагнитный момент; плотность тока; напряженность магнитного поля

Амортизатор с электромагнитным демпфером (рис. 1), применяемый в стыковочных механизмах, может быть использован для гашения энергии возвратно-поступательных движений, например в железнодорожном транспорте. Возвратно-поступательное движение с частотой  $\omega_2$  преобразуется во вращательное движение (крутильные колебания), например, при помощи червячной или шарико-винтовой передачи.



**Рис. 1.** Схема амортизационной системы: 1 — шток; 2 — преобразователь возвратно-поступательного движения; 3 — электромагнитный демпфер

Исследования демпферов проводились и ранее [1, 2], но в них рассматривались электромагнитные явления в линейном демпфере. В данной работе исследуются явления при крутильных колебаниях, т. е. в режиме изменения частоты вращения.

Электромагнитные процессы в демпфере описываются системой уравнений Максвелла для медленно движущихся сред. Точное определение

электромагнитного поля с учетом нелинейности, конструктивных особенностей, высших гармонических составляющих поля и др. не представляется возможным. Поэтому при решении задачи принимаются допущения, мало искажающие картины явлений и не вносящие существенных погрешностей в результаты. Такими допущениями являются:

- 1) магнитная проницаемость стали индуктора  $\mu_c = \infty$  и электрическая проводимость  $\sigma_c = 0$ ;
- 2) первичное магнитное поле в рабочем зазоре задано основной гармоникой индукции;
- 3) первичное магнитное поле вне индуктора отсутствует;
- 4) магнитная проницаемость материала ротора равна  $\mu_0$ ;
- 5) радиус кривизны ротора значительно больше величины зазора, что позволяет перейти к плоской задаче.

Так как принято, что сталь не насыщена, при решении задачи применяется метод наложения.

При принятых допущениях результирующее магнитное поле можно представить в виде суммы первичного и вторичного полей [3]

$$\vec{H} = \vec{H}_1 + \vec{H}_2; \quad \vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2,$$

и уравнения в системе координат, неподвижной относительно индуктора, для электромагнитного поля представляются в виде:

$$\begin{aligned} \operatorname{rot} \vec{H}_2 &= \vec{\delta}; \\ \operatorname{rot} \vec{E} &= -\frac{\partial \vec{B}_1}{\partial t} - \frac{\partial \vec{B}_2}{\partial t}; \\ \vec{\delta} &= \sigma (\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}_1 + \vec{v} \times \vec{B}_2); \\ \vec{B} &= \mu_0 \vec{H}; \end{aligned} \quad (1)$$



где  $H_1, B_1$  — напряженность и индукция первичного магнитного поля;  $H_2, B_2$  — напряженность и индукция вторичного магнитного поля;  $E$  — напряженность электрического поля;  $\bar{v} = \frac{\omega_2 k p}{\alpha} \cos \omega_2 t = \frac{\omega_1}{\alpha} \cos \omega_2 t = \bar{v}_m \cos \omega_2 t$  — линейная скорость движения ротора;  $p$  — число пар полюсов;  $k$  — передаточное соотношение;  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$  — магнитная проницаемость вакуума;  $\sigma$  — удельная электрическая проводимость материала ротора.

В системе координат, расположенной на индукторе,  $\frac{\partial B_1}{\partial t} = 0$ , так как первичное поле не меняется во времени. Частота ЭДС и токов, наводимых в роторе, равна  $\omega_1 = k p \omega_2$ .

В реальных конструкциях для эффективного гашения энергии необходимо выполнение  $k p \gg 1$ . Поэтому, очевидно,  $\omega_1 \gg \omega_2$ . Это позволяет принять в первом приближении  $\frac{\partial B_2}{\partial t} = 0$ , тогда система уравнений (1) можно переписать в виде

$$\begin{aligned} \text{rot } \dot{H}_2 &= \sigma \bar{v} \times \bar{B}_1 + \sigma \bar{v} \times \bar{B}_2 + \sigma \bar{E}; \\ \text{rot } \bar{E} &= 0. \end{aligned} \quad (2)$$

Решением системы уравнений (2) в декартовых координатах относительно  $H_2$  получается дифференциальное уравнение для напряженности магнитного поля в пластине:

$$\Delta H_2 - \sigma \bar{v} \frac{\partial B_2}{\partial x} = \sigma \bar{v} \frac{\partial B_1}{\partial x}. \quad (3)$$

Первичное магнитное поле индуктора в зазоре можно представить в виде

$$B_1 = \text{Re} \dot{B}_{1m} e^{j\alpha x},$$

где  $B_{1m}$  — амплитуда индукции первичного поля;  $\alpha = \frac{\pi}{\tau}$ ;  $\tau = \frac{\pi D}{2p}$  — полюсное деление индуктора;  $D$  — средний диаметр ротора.

Вторичное магнитное поле также можно представить в виде

$$B_2 = \text{Re} \dot{B}_{2m} e^{j\alpha x}.$$

С учетом вышесказанного (3) представляется в виде

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \dot{H}_{2m}}{\partial y^2} - \alpha^2 (1 + j\epsilon_0 \cos \omega_2 t) H_{2m} &= \\ &= j\alpha^2 \epsilon_0 \cos \omega_2 t H_{1m}, \end{aligned} \quad (4)$$

где  $\epsilon_0 = \frac{\sigma \omega_1 \mu_0}{\alpha^2} = \frac{\sigma \omega_2 k p \mu_0}{\alpha^2}$ .

В реальных демпферах применяют постоянные магниты или электромагниты, характеристики которых далеки от линейных, это учитывается введением коэффициента  $k_{ad}$  [4]. Тогда  $\epsilon = \epsilon_0 k_{ad}$ .

В области вылетов первичное поле отсутствует, поэтому

$$\frac{\partial^2 \dot{H}_2}{\partial y^2} - \lambda_b^2 \dot{H}_2 = 0.$$

Решение уравнения (4) представляется в следующем виде:

$$\dot{H}_2 = C_1 \text{sh } \lambda y + C_2 \text{ch } \lambda y - \frac{j\epsilon \cos \omega_2 t}{1 + j\epsilon \cos \omega_2 t} H_{1m}, \quad (5)$$

где  $\lambda = \alpha \sqrt{1 + j\epsilon}$ .

Для области верхнего вылета

$$\dot{H}_2 = C_3 \text{sh } \lambda_b y + C_4 \text{ch } \lambda_b y. \quad (6)$$

В области нижнего вылета

$$\dot{H}_2 = C_5 \text{sh } \lambda_b y + C_6 \text{ch } \lambda_b y. \quad (7)$$

При подстановке (5), (6), (7) в первое уравнение (1) получаются выражения для токов:

$$\begin{aligned} \delta_{x1} &= \lambda (C_1 \text{ch } \lambda y + C_2 \text{sh } \lambda y); \\ \delta_{xB1} &= \lambda_b (C_3 \text{ch } \lambda_b y + C_4 \text{sh } \lambda_b y); \\ \delta_{xB2} &= \lambda_b (C_5 \text{ch } \lambda_b y + C_6 \text{sh } \lambda_b y); \\ \delta_{y1} &= j\alpha \left[ C_1 \text{sh } \lambda y + C_2 \text{ch } \lambda y - \frac{j\epsilon \cos \omega_2 t}{1 + j\epsilon \cos \omega_2 t} H_{1m} \right]; \\ \delta_{yB1} &= j\alpha [C_3 \text{sh } \lambda_b y + C_4 \text{ch } \lambda_b y]; \\ \delta_{yB2} &= j\alpha [C_5 \text{sh } \lambda_b y + C_6 \text{ch } \lambda_b y]. \end{aligned}$$

Постоянные интегрирования определяются при учете граничных условий (рис. 2):

$$\begin{aligned} \delta_{yB1} &= 0 \text{ при } y = a + L_1; \\ \delta_y &= \delta_{yB1}, E_{xB1} = E_x \text{ при } y = a; \\ \delta_y &= \delta_{yB2}, E_{xB2} = E_x \text{ при } y = -a; \\ \delta_{yB2} &= 0 \text{ при } y = -a - L_2. \end{aligned}$$

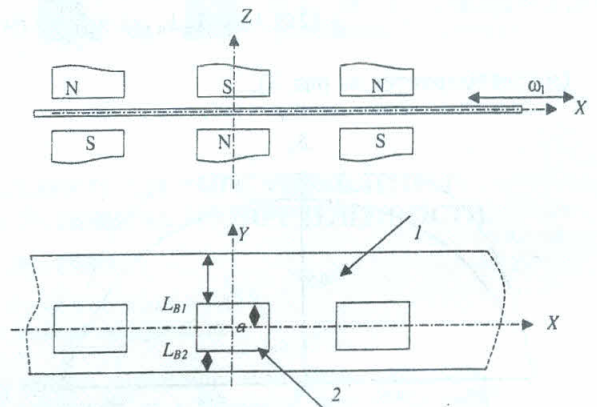


Рис. 2. Граничные условия: 1 — ротор; 2 — полюс индуктора

Постоянные интегрирования равны

$$C_1 = \dot{H}_{1m} \frac{j\epsilon \cos \omega_2 t}{1 + j\epsilon \cos \omega_2 t} \times k_b \text{th } \lambda a [\text{th } \lambda_B L_2 - \text{th } \lambda_B L_1] \xi;$$

$$C_2 = \dot{H}_{1m} \frac{j\epsilon \cos \omega_2 t}{1 + j\epsilon \cos \omega_2 t} \times [2 \text{th } \lambda a + k_b (\text{th } \lambda_B L_1 + \text{th } \lambda_B L_2)] \xi,$$



где

$$\xi_i = \left\{ \text{ch } \lambda a \left[ (\text{th } \lambda a + k_B \text{ th } \lambda_B L_1) \times \right. \right. \\ \left. \left. \times (1 + k_B \text{ th } \lambda a \text{ th } \lambda_B L_2) + \right. \right. \\ \left. \left. + (\text{th } \lambda a + k_B \text{ th } \lambda_B L_2)(1 + k_B \text{ th } \lambda a \text{ th } \lambda_B L_1) \right] \right\}^{-1};$$

$$k_B = \frac{\lambda \sigma_B}{\lambda_B \sigma}.$$

При равенстве длин вылетов  $L_1 = L_2$  получаем

$$C_1 = 0; \quad C_2 = \frac{j H_1 \varepsilon \alpha^2 \cos \omega_2 t}{\lambda^2 \text{ch } \lambda a (1 + \text{th } \lambda_B L_B \text{ th } \lambda a)},$$

что соответствует по структуре результатам, полученным в [3].

Комплексная амплитуда напряженности вторичного магнитного поля  $H_2$  равна

$$\dot{H}_2 = \dot{H}_{1m} \frac{j \varepsilon \cos \omega_2 t}{(j \varepsilon + 1) \cos \omega_2 t} \left\{ \xi \left[ k_m k_B \text{ th } \lambda a \text{ sh } \lambda y + \right. \right. \\ \left. \left. + (2 \text{ th } \lambda a + k_n k_B) \text{ ch } \lambda y \right] - 1 \right\}, \quad (8)$$

где  $k_m = \text{th } \lambda_B L_1 - \text{th } \lambda_B L_2$ ;  $k_n = \text{th } \lambda_B L_1 + \text{th } \lambda_B L_2$ .

Комплексную амплитуду составляющей плотности тока  $\delta_y$  можно теперь записать в виде

$$\dot{\delta}_y = \dot{H}_{1m} \frac{\varepsilon \alpha \cos \omega_2 t}{1 + j \varepsilon \cos \omega_2 t} \left\{ 1 - \xi \left[ k_m k_B \text{ th } \lambda a \text{ sh } \lambda y + \right. \right. \\ \left. \left. + (2 \text{ th } \lambda a + k_n k_B) \text{ ch } \lambda y \right] \right\} \quad (9)$$

(иллюстрируется на рис. 3).

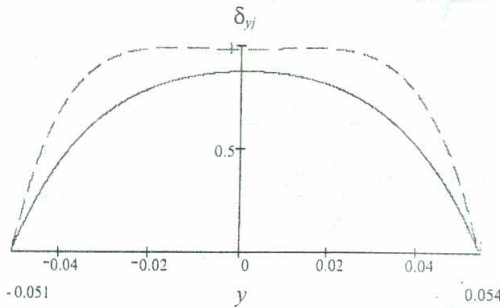


Рис. 3. Распределение относительной плотности тока по ширине пластины шириной  $a = 0,05$  м с вылетами 0,001 м и 0,004 м при значениях  $\varepsilon = 1$  и  $\varepsilon = 4$

Комплексная амплитуда составляющей плотности тока  $\delta_x$  определяется из уравнения

$$\dot{\delta}_x = \dot{H}_{1m} \frac{j \varepsilon \lambda \cos \omega_2 t}{1 + j \varepsilon \cos \omega_2 t} \left\{ k_m k_B \text{ th } \lambda a \text{ ch } \lambda y + \right. \\ \left. + (2 \text{ th } \lambda a + k_n k_B) \text{ sh } \lambda y \right\}. \quad (10)$$

На рис. 4 представлены результаты расчетов по формуле (10) при различных значениях отношения  $a\alpha$ . Пунктиром обозначена кривая, при которой  $a\alpha \gg 1$ .

Действительно, при  $a$ , стремящемся к бесконечности, выражение (10) стремится к нулю. Физический смысл данного явления прост: чем больше длина ротора по сравнению с величиной  $\tau$ , тем меньшее влияние оказывает краевой эффект и тем меньше значение плотности тока  $\delta_x$ . В идеале если  $a = \infty$ , то  $\delta_x = 0$ .

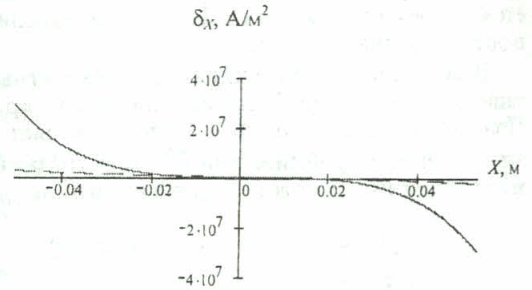


Рис. 4. Зависимость плотности токов  $\delta_x$  от  $y$  при разных отношениях  $a\alpha$

Электромагнитный момент определяется индукцией первичного магнитного поля в зазоре машины и величиной аксиальной составляющей плотности тока

$$M = \frac{1}{4} \pi D^2 \Delta \text{Re} \int_{-a}^a \dot{\delta}_y i B_{1m} dy, \quad (11)$$

где  $\Delta$  — толщина ротора.

Влияние краевых явлений подробно исследовано в работах [3, 4], поэтому представляется целесообразным учесть их введением коэффициента уменьшения электрической проводимости  $k\sigma$  [4], тогда выражение (10) приводится к виду

$$M = M_{\max} m_j = \\ = p \frac{B_{1m}^2}{2\mu_0} \pi D \Delta L_\delta \frac{2\varepsilon_3 \cos \omega_2 t}{1 + \varepsilon_3^2 \cos^2 \omega_2 t}, \quad (12)$$

где

$$M_{\max} = p \frac{B_{1m}^2}{2\mu_0} \pi D \Delta L_\delta; \\ m_j = \frac{2\varepsilon_3 \cos \omega_2 t}{1 + \varepsilon_3^2 \cos^2 \omega_2 t}; \quad (13) \\ \varepsilon_3 = \varepsilon k \sigma;$$

$L_\delta = 2a$  — активная длина ротора.

Мощность энергии, выделяющейся в электромагнитном демпфере, численно, равна площади фигуры, представленной на рис. 5:

$$P = 4\omega_2 \int_0^{T/4} M dt. \quad (14)$$

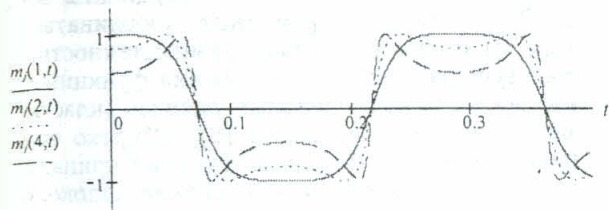


Рис. 5. Зависимость относительного момента от времени при различных  $\varepsilon$

Полученные результаты могут быть использованы при проектировании и расчетах демпферов, работающих в режиме крутильных колебаний.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Сыромятников В. С., Хайруллин И. Х. Магнитоэлектрическое демпфирование в амортизаторах стыковочных механизмов // Космические исследования. 1977. Т. 15, вып. 4. С. 554–558.
2. Захаров А. А. Линейные электродинамические демпфирующие элементы систем управления амортизатором: Автореф. дис. ... канд. техн. наук. Уфа: УАИ, 1987. 18 с.
3. Вольдек А. И. Индукционные магнитогиродинамические машины. Л.: Энергия, 1970. 271 с.
4. Хайруллин И. Х. Исследование электромагнитных демпфирующих элементов систем управления. Дис. ... д-ра техн. наук. Уфа: УАИ, 1979. С. 48–89.

УДК 621.396.019.3:681.5

## ИССЛЕДОВАНИЕ МЕТОДОВ ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ ЭКОНОМИЧЕСКИМИ СИСТЕМАМИ В УСЛОВИЯХ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ

В. Ю. АФАНАСЬЕВ

Факультет информатики и робототехники УГАТУ  
Тел: (3472) 23 77 77 E-mail: avitaly@mail.ru

Представлены исследования интеллектуальных методов, основанных на теории нечетких множеств, применяемых при поддержке принятия решений по управлению экономическими системами в условиях неопределенности. Анализируются зависимости между параметрами функций принадлежности входных переменных и характером изменений выходных переменных системы поддержки принятия решений. Анализируется понятие значимости ситуаций, складывающихся в экономических системах. Теоретические исследования подтверждены экспериментами, которые проводились с помощью информационной системы моделирования, основанной на методах теории нечетких множеств

Экономико-математическое моделирование; интеллектуальные системы; нечеткие множества

#### ВВЕДЕНИЕ

Задача управления экономическими системами (ЭС) характеризуется высокой степенью неопределенности, неполнотой и неточностью



**Исмагилов Флюр Рашитович**, профессор, зав. каф. электро-механики УГАТУ. Дипл. инж.-электромеханик (УАИ, 1973). Д-р техн. наук по элементам и устройствам управления (УГАТУ, 1998). Труды в области электромеханических преобразователей энергии.



**Хайруллин Ирек Ханифович**, профессор той же кафедры. Дипл. инж.-электромеханик (Ивановск. энергетич. ин-т, 1963). Д-р техн. наук в области элементов и устройств управления (УАИ, 1981). Труды по электромеханическим преобразователям энергии.



**Папернюк Владислав Александрович**, аспирант той же кафедры. Дипл. инж.-электромеханик (УГАТУ, 1998). Готовит диссертацию об электромеханических преобразователях энергии.

информации. Неопределенность (классификация видов неопределенности приведена в [1]) заложена не только в параметрах, измерении переменных, данных и ограничениях, но и в самом ал-