

УДК 539.3

## К РАСЧЕТУ ТРУБЫ ИЗ НЕОДНОРОДНОГО УПРУГОГО МАТЕРИАЛА

А. Г. ХАКИМОВ<sup>1</sup>, А. Б. БЕЛЯЕВ<sup>2</sup>, М. М. ШАКИРЬЯНОВ<sup>3</sup>, В. Р. МУХАМАДЕЕВ<sup>4</sup>

<sup>1</sup> hakimov@anrb.ru, <sup>2,3</sup> okmim@ugatu.ac.ru, <sup>4</sup> vener\_muhamadeev@mail.ru

<sup>1</sup> Институт механики им. Р. Р. Мавлютова УФИЦ РАН

<sup>2-4</sup> ФГБОУ ВО «Уфимский государственный авиационный технический университет» (УГАТУ)

Поступила в редакцию 10.10.2019

**Аннотация.** Рассматривается напряженно-деформированное состояние трубы, оболочки и пленки из неоднородного упругого материала под действием внутреннего давления. Решение задачи представлено гипергеометрическими рядами. Приводятся результаты вычислений для толстостенной неоднородной трубы, неоднородной оболочки и очень тонкой неоднородной оболочки. Аналитическое решение эффективно при анализе напряженно-деформированного состояния цилиндра с тонким неоднородным слоем. Показано, что в неоднородном цилиндре радиальные напряжения и перемещения меньше, чем в однородном. Установлено, что тангенциальные напряжения в неоднородной оболочке по радиусу уменьшаются в большей степени.

**Ключевые слова:** труба; неоднородный упругий материал; оболочка; напряжения; перемещения; модуль упругости; цилиндр; радиальная координата; коэффициент Пуассона; механические свойства.

### ВВЕДЕНИЕ

Неоднородные материалы достаточно широко распространены в инженерной практике [1]. Многие конструкционные, строительные и другие виды материалов являются неоднородными вследствие условий их изготовления. Неоднородность бетонов, пластмасс и металлов или сплавов объясняется неравномерностью их созревания, полимеризации или остывания соответственно [2, 3]. Зависимость механических свойств многих материалов от координат может возникать и в процессе эксплуатации какого-либо изделия или конструкции в агрессивной среде или при наличии радиации, тепла, влажности [1–6]. Механические свойства деформируемого материала при неоднородном напряженно-деформированном состоянии могут существенно зависеть от координат [1, 7, 8].

Учет свойств деформируемых неоднородных материалов связан с проблемой идентификации их механических свойств. С практической точки зрения эта проблема

особенно важна для обеспечения безопасности химических производств и атомных энергетических установок. В качестве объекта исследования используется толстостенная труба, оболочка и пленка из неоднородного упругого материала. Такой выбор можно считать обоснованным в силу того, что этот элемент конструкции используется очень широко и в последнее время получен ряд новых результатов, связанных с исследованием напряженно-деформированного состояния в толстостенных трубах из неоднородного упругого материала [9, 10].

### ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассматривается задача, связанная с деформированием толстостенной цилиндрической трубы с внутренним радиусом  $r_1$  и внешним радиусом  $r_2$ , неоднородность материала которой зависит от условий его синтеза или действия различных причин: агрессивной среды, радиации и т. п. Пусть на внутреннюю поверхность трубы действует равномерное давление  $P_0$ . Для опре-

деленности будем считать, что модуль упругости материала трубы внутри больше, чем модуль упругости вне трубы, или вне трубы находится агрессивная среда, проникновение которой в тело трубы приводит к неоднородному изменению упругих характеристик материала. В силу осевой симметрии характеристики материала трубы зависят лишь от радиальной координаты; при этом радиальное перемещение  $u = u(y)$  является функцией радиальной координаты  $y$ . Окружные перемещения будем считать равными нулю, осевые напряжения  $\sigma_z$  – также равными нулю. Толстостенная цилиндрическая труба из неоднородного материала имеет бесконечную длину. Для исследования напряженно-деформированного состояния осесимметрично нагруженных тел имеем уравнение равновесия элемента трубы из неоднородного материала

$$\frac{d\sigma_y}{dy} + \frac{\sigma_y - \sigma_\theta}{y} = 0, \quad (1)$$

где

$$\begin{aligned} \sigma_y &= \frac{E}{1-\nu^2}(\varepsilon_y + \nu\varepsilon_\theta), \\ \sigma_\theta &= \frac{E}{1-\nu^2}(\varepsilon_\theta + \nu\varepsilon_y), \\ \varepsilon_y &= \frac{du}{dy}; \varepsilon_\theta = \frac{u}{y} \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь  $\sigma_y$ ,  $\sigma_\theta$  – радиальные и окружные напряжения;  $\varepsilon_y$ ,  $\varepsilon_\theta$  – напряжения и деформации в радиальном и тангенциальном;  $u$  – радиальные перемещения;  $y$  – радиальная координата;  $E$ ,  $\nu$  – модуль упругости и коэффициент Пуассона. Уравнение совместности деформаций

$$y \frac{d\varepsilon_\theta}{dy} + \varepsilon_\theta - \varepsilon_y = 0$$

выполняется тождественно.

Модуль упругости для трубы из неоднородного материала является функцией вида

$$\begin{aligned} E(y) &= a - by^m, \\ (r_1 \leq y \leq r_2), \end{aligned} \quad (3)$$

где  $m$  – положительное число,  $r_1$ ,  $r_2$  – радиусы внутренней и внешней поверхности цилиндра. Коэффициенты  $a$  и  $b$  определяются из условий

$$E(r_1) = E_1, E(r_2) = E_2, \quad (4)$$

где  $E_1$ ,  $E_2$  – модули упругости материала неоднородного цилиндра для  $y = r_1$  и  $y = r_2$  соответственно.

Из условий (4) и уравнения (3) следует

$$\begin{aligned} a &= \frac{E_1 r_2^m - E_2 r_1^m}{r_2^m - r_1^m}, \\ b &= \frac{E_1 - E_2}{r_2^m - r_1^m}. \end{aligned} \quad (5)$$

Для  $E_1 > E_2$   $E^{-1}(y)$  возрастающая функция  $y \in [r_1, r_2]$ .

Подстановка (3) в (2) и далее в (1) дает гипергеометрическое дифференциальное уравнение для радиального перемещения  $u(y)$  произвольной точки неоднородного цилиндра

$$\begin{aligned} &y^2 \left(1 - \frac{b}{a} y^m\right) \frac{d^2 u}{dy^2} + \\ &+ y \left(1 - \nu - (m+1-\nu) \frac{b}{a} y^m\right) \cdot \\ &\cdot \frac{du}{dy} - \left(1 + (m\nu-1) \frac{b}{a} y^m\right) u = 0. \end{aligned} \quad (6)$$

## РЕШЕНИЕ

Линейно независимые решения уравнения (6) представляются через гипергеометрические функции  $F(\alpha, \beta, \gamma, z)$  [11]:

$$\begin{aligned} u(y) &= C_1 y^{\frac{1}{2}\nu - \frac{1}{2}\sqrt{\nu^2+4}} F\left(\alpha_1, \beta_1, \gamma_1, \frac{b}{a} y^m\right) + \\ &+ C_2 y^{\frac{1}{2}\nu + \frac{1}{2}\sqrt{\nu^2+4}} F\left(\alpha_2, \beta_2, \gamma_2, \frac{b}{a} y^m\right), \end{aligned} \quad (7)$$

где  $C_1$ ,  $C_2$  – произвольные постоянные,

$$\begin{aligned} \alpha_{1,2} &= \frac{1}{2} + \left[ \frac{1}{2m} \left( \sqrt{m^2 - 6m\nu + \nu^2 + 4} \mp \sqrt{\nu^2 + 4} \right) \right], \\ \beta_{1,2} &= \frac{1}{2} + \left[ \frac{1}{2m} \left( -\sqrt{m^2 - 6m\nu + \nu^2 + 4} \mp \sqrt{\nu^2 + 4} \right) \right], \\ \gamma_{1,2} &= 1 \mp \frac{\sqrt{\nu^2 + 4}}{m}. \end{aligned}$$

Следует отметить, что при всех  $m > 0$  ( $0 < \nu < 0.5$ ) параметры  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  являются вещественными числами.

Известно, что гипергеометрический ряд сходится для  $|z| < 1$ , следовательно, сходится для  $|y| < \left| \frac{a}{b} \right|^{\frac{1}{m}}$ .

Так как согласно (5)

$$\left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{1}{m}} = r_2 \left[ \frac{E_1 - \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^m E_2}{E_1 - E_2} \right]^{\frac{1}{m}},$$

$$\frac{E_1 - \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^m E_2}{E_1 - E_2} > 1, m > 0,$$

то ряд  $F(\alpha, \beta, \gamma, \frac{b}{a} y^m)$  сходится для  $0 < y \leq r_2$ , следовательно, сходится для  $r_1 \leq y \leq r_2$ .

Для определения постоянных интегрирования  $C_1, C_2$  используются граничные условия

$$\begin{aligned} \sigma_y &= -P_0, y = r_1, \\ \sigma_y &= 0, y = r_2, \end{aligned} \quad (8)$$

где  $P_0$  – давление на внутренней поверхности цилиндра.

Условия (8) в развернутом виде записываются

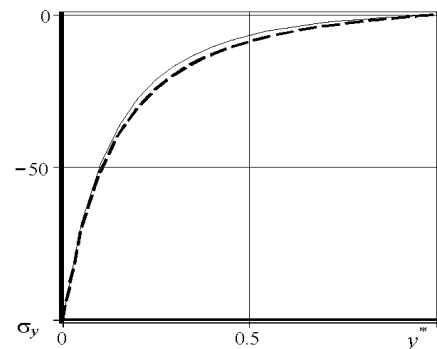
$$\begin{aligned} \left[ \frac{du_{11}}{dy}(r_1) + v \frac{u_{11}(r_1)}{r_1} \right] C_1 + \left[ \frac{du_{12}}{dy}(r_1) + v \frac{u_{12}(r_1)}{r_1} \right] C_2 &= -\frac{(1-v^2)P_0}{E_1}, \\ \left[ \frac{du_{11}}{dy}(r_2) + v \frac{u_{11}(r_2)}{r_2} \right] C_1 + \left[ \frac{du_{12}}{dy}(r_2) + v \frac{u_{12}(r_2)}{r_2} \right] C_2 &= 0. \end{aligned} \quad (9)$$

Решение системы уравнений (9) имеет вид

$$\begin{aligned} C_1 &= \frac{b_1 a_{22}}{a_{11} a_{22} - a_{12} a_{21}}, C_2 = -\frac{a_{21}}{a_{22}} C_1, \\ a_{11} &= \frac{du_{11}}{dy}(r_1) + v \frac{u_{11}(r_1)}{r_1}, \\ a_{12} &= \frac{du_{12}}{dy}(r_1) + v \frac{u_{12}(r_1)}{r_1}, \\ a_{21} &= \frac{du_{11}}{dy}(r_2) + v \frac{u_{11}(r_2)}{r_2}, \\ a_{22} &= \frac{du_{12}}{dy}(r_2) + v \frac{u_{12}(r_2)}{r_2}, \\ b_1 &= -\frac{(1-v^2)P_0}{E_1}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} u_{11} &= y^{\frac{1}{2}v - \frac{1}{2}\sqrt{v^2+4}} F\left(\alpha_1, \beta_1, \gamma_1, \frac{b}{a} y^m\right), \\ u_{12} &= y^{\frac{1}{2}v + \frac{1}{2}\sqrt{v^2+4}} F\left(\alpha_2, \beta_2, \gamma_2, \frac{b}{a} y^m\right), \\ \frac{du_{11}}{dy} &= \left(\frac{1}{2}v - \frac{1}{2}\sqrt{v^2+4}\right) y^{\left(\frac{1}{2}v - \frac{1}{2}\sqrt{v^2+4}\right)-1} \cdot F\left(\alpha_1, \beta_1, \gamma_1, \frac{b}{a} y^m\right) + \frac{mb\alpha_1\beta_1}{\alpha\gamma_1} y^{m+\left(\frac{1}{2}v - \frac{1}{2}\sqrt{v^2+4}\right)-1} \cdot F\left(\alpha_1+1, \beta_1+1, \gamma_1+1, \frac{b}{a} y^m\right), \\ \frac{du_{12}}{dy} &= \left(\frac{1}{2}v + \frac{1}{2}\sqrt{v^2+4}\right) y^{\left(\frac{1}{2}v + \frac{1}{2}\sqrt{v^2+4}\right)-1} \cdot F\left(\alpha_2, \beta_2, \gamma_2, \frac{b}{a} y^m\right) + \frac{mb\alpha_2\beta_2}{\alpha\gamma_2} y^{m+\left(\frac{1}{2}v + \frac{1}{2}\sqrt{v^2+4}\right)-1} \cdot F\left(\alpha_2+1, \beta_2+1, \gamma_2+1, \frac{b}{a} y^m\right). \end{aligned}$$

**Пример.** Неоднородный цилиндр имеет следующие параметры: модули упругости  $E_1 = 420$  ГПа,  $E_2 = 210$  ГПа, коэффициент Пуассона  $\nu = 0,3$ , коэффициент  $m = 1,5$ , радиусы  $r_1 = 10$  мм,  $r_2 = 50$  мм и нагружен внутренним давлением  $P_0 = 100$  МПа. Однородный цилиндр имеет следующие параметры:  $E_1 = E_2 = 210$  ГПа.

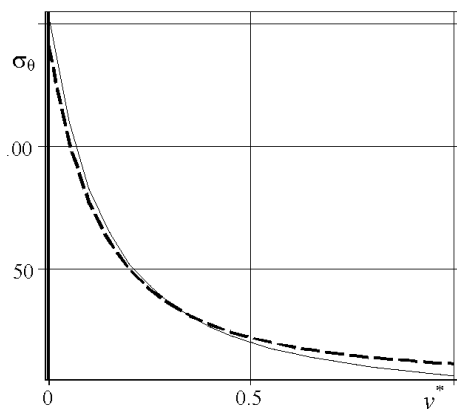


**Рис. 1.** Зависимость радиальных напряжений от безразмерной радиальной координаты: сплошная линия – неоднородный цилиндр; пунктирная линия – однородный цилиндр

На рис. 1 дается зависимость относительных радиальных напряжений  $\sigma_y$  от безразмерной радиальной координаты  $y^* = (y - r_1) / (r_2 - r_1)$  для неоднородного (сплошная линия) и однородного (пунктирная линия) цилиндров. Видно, что в неоднородном цилиндре радиальные напряже-

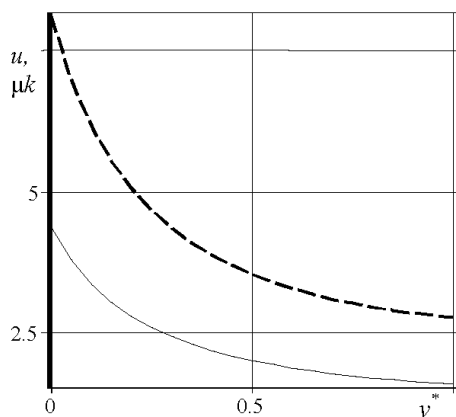
ния меньше, чем в однородном. На границах, т. е. при  $y = r_1$  и  $y = r_2$ , радиальные напряжения одинаковы.

На рис. 2 приводится зависимость окружных напряжений  $\sigma_\theta$  от безразмерной радиальной координаты. Из рис. 2 следует, что окружные напряжения больше в неоднородном цилиндре при  $y^* < 0.37$ , а при  $y^* > 0.37$  окружные напряжения больше в однородном цилиндре, чем в неоднородном.



**Рис. 2.** Зависимость окружных напряжений от безразмерной радиальной координаты: сплошная линия – неоднородный цилиндр; пунктирная линия – однородный цилиндр

На рис. 3 приводится зависимость радиальных перемещений от безразмерной радиальной координаты  $y^*$ . Радиальные перемещения в неоднородном цилиндре в 2 раза меньше, чем в однородном.



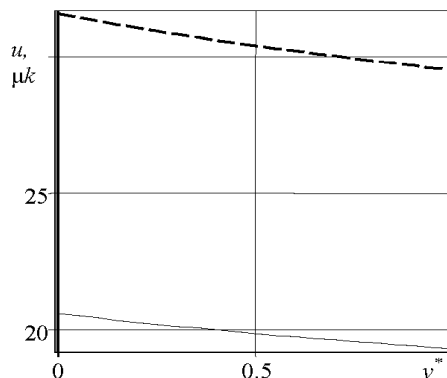
**Рис. 3.** Зависимость радиальных перемещений от безразмерной радиальной координаты: сплошная линия – неоднородный цилиндр; пунктирная линия – однородный цилиндр

### НЕОДНОРОДНАЯ ОБОЛОЧКА

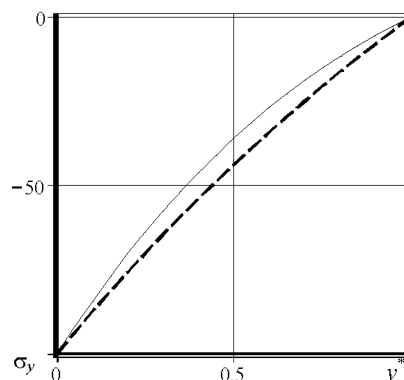
Рассмотрим напряженно-деформированное состояние неоднородной и однородной оболочек. Неоднородная оболочка имеет

следующие параметры: модули упругости  $E_1 = 420$  ГПа,  $E_2 = 210$  ГПа, коэффициент Пуассона  $\nu = 0,3$ , коэффициент  $m = 1,5$ , радиусы  $r_1 = 10$  мм,  $r_2 = 12$  мм – и нагружена внутренним давлением  $P_0 = 100$  МПа. Однородная оболочка имеет следующие параметры:  $E_1 = E_2 = 210$  ГПа.

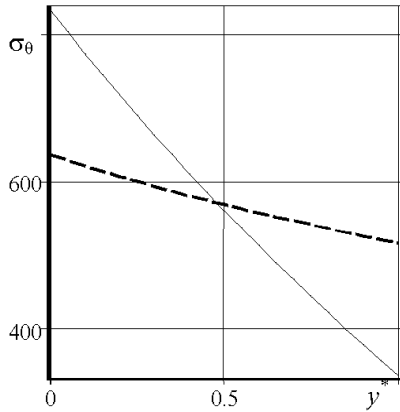
На рис. 4–6 приводятся зависимости перемещений, радиальных и тангенциальных напряжений от радиальной координаты для неоднородной и однородной оболочек. Из рис. 4 видно, что перемещения по толщине оболочки изменяются незначительно, а радиальные перемещения неоднородной оболочки меньше, чем однородной. Радиальные напряжения в неоднородной оболочке меньше, чем в однородной оболочке (рис. 5). Тангенциальные напряжения в неоднородной оболочке по радиусу уменьшаются в большей степени, чем в однородной оболочке (рис. 6).



**Рис. 4.** Зависимость радиальных перемещений от радиальной координаты: сплошная линия – неоднородная оболочка; пунктирная линия – однородная оболочка



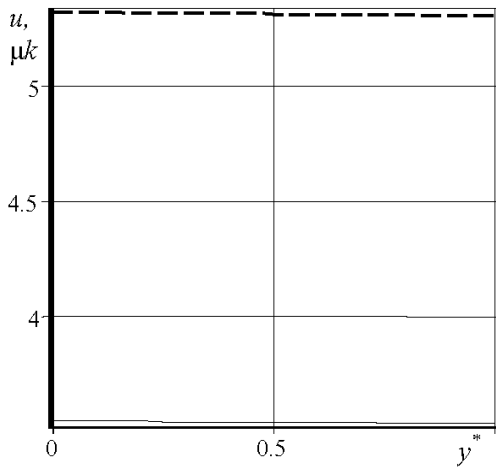
**Рис. 5.** Зависимость радиальных напряжений от радиальной координаты: сплошная линия – неоднородная оболочка; пунктирная линия – однородная оболочка



**Рис. 6.** Зависимость окружных напряжений от радиальной координаты: *сплошная линия – неоднородная оболочка; пунктирная линия – однородная оболочка*

**НЕОДНОРОДНАЯ ПЛЕНКА**

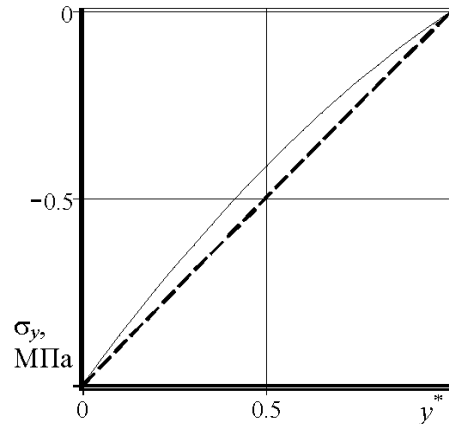
Если в условиях предыдущего примера принять радиус  $r_2 = 10.100$  мм, то получится очень тонкая пленка толщиной 100 мкм. Пленка нагружена внутренним давлением  $P_0 = 1$  МПа.



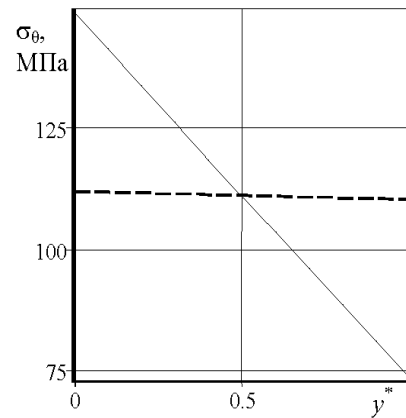
**Рис. 7.** Зависимость радиальных перемещений от относительной радиальной координаты: *сплошная линия – тонкая неоднородная оболочка; пунктирная линия – тонкая однородная оболочка*

На рис. 7 приводится зависимость радиальных перемещений от относительной радиальной координаты для неоднородной и однородной пленок. Видно, что радиальные перемещения неоднородной оболочки меньше, чем однородной. Перемещения по толщине оболочки меняются незначительно. Сильное отличие радиальных перемещений неоднородной и однородной оболочек можно использовать для определения модуля упругости  $E_1$  и коэффициента  $m$ . Толщина

неоднородной пленки уменьшается на 10.7 нм, а однородной – на 16 нм.



**Рис. 8.** Зависимость радиальных напряжений от радиальной координаты: *сплошная линия – тонкая неоднородная оболочка; пунктирная линия – тонкая однородная оболочка*



**Рис. 9.** Зависимость тангенциальных напряжений от радиальной координаты: *сплошная линия – тонкая неоднородная оболочка; пунктирная линия – тонкая однородная оболочка*

Зависимость радиальных напряжений от радиальной координаты дается на рис. 8. Радиальные напряжения в неоднородной пленке меньше, чем в однородной оболочке. Тангенциальные напряжения значительно изменяются в неоднородной пленке (рис. 9), а в однородной пленке эти напряжения практически не изменяются.

**ВЫВОДЫ**

1. В неоднородном цилиндре радиальные напряжения меньше, чем в однородном. Радиальные перемещения в неоднородном цилиндре меньше, чем в однородном.
2. Перемещения по толщине неоднородной оболочки изменяются незначительно,

а радиальные перемещения неоднородной оболочки меньше, чем однородной. Радиальные напряжения в неоднородной оболочке меньше, чем в однородной оболочке. Тангенциальные напряжения по радиусу в неоднородной оболочке уменьшаются в большей степени, чем в однородной оболочке.

3. Под действием внутреннего давления толщина неоднородной пленки уменьшается меньше, чем однородной. Сильное отличие радиальных перемещений неоднородной и однородной оболочек можно использовать для определения параметров неоднородной оболочки.

Полученные результаты можно применять для исследования неоднородных труб, оболочек и тонких пленок.

*Работа поддержана средствами государственного бюджета по государственному заданию (№ 0246-2019-0088).*

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Roganova N. A., Sharafutdinov G. Z. Identification of mechanical properties of inhomogeneous materials // *Mechanics of Solids*. 2012. Vol. 47, no. 4. Pp. 448-453. [ N. A. Roganova and G. Z. Sharafutdinov, "Identification of mechanical properties of inhomogeneous materials", in *Mechanics of Solids*, vol. 47, no. 4, pp. 448-453, 2012. ]
2. Колчин Г. Б. Расчет элементов конструкций из упругих неоднородных материалов. Кишинев: Картя Молдовеныаскэ, 1971. 172 с. [ G. B. Kolchin, *Calculation of Structural Elements of Elastic Inhomogeneous Materials*, (in Russian). Kishinev: Kartya Moldovenyaske, 1971. ]
3. Ломакин В. А. Теория упругости неоднородных тел. М.: МГУ, 1976. 367 с. [ V. A. Lomakin, *Theory of Elasticity of Inhomogeneous Bodies*, (in Russian). Moscow: MGU, 1976. ]
4. Локощенко А. М. Ползучесть и длительная прочность металлов в агрессивных средах. М.: МГУ, 2000. 178 с. [ A. M. Lokoshchenko, *Creep and Long-Term Strength of Metals in Aggressive Media*, (in Russian). Moscow: MGU, 2000. ]
5. Ильюшин А. А., Ленский В. С. Сопrotивление материалов. М.: Физматлит, 1959. 371 с. [ A. A. Il'yushin, V. S. Lenskii, *Strength of Materials*, (in Russian). Moscow: Fizmatlit, 1959. ]
6. Ольшак В., Рыхлевский Я., Урбановский В. Теория пластичности неоднородных тел. М.: Мир, 1964. 156 с. [ V. Ol'shak, Ya. Rykhlevskii, V. Urbanovskii, *Theory of Plasticity of Inhomogeneous Bodies*, (in Russian). Moscow: Mir, 1964. ]
7. Ильюшин А. А. Пластичность. М.-Л.: Гостехиздат, 1948. 376 с. [ A. A. Il'yushin, *Plasticity*, (in Russian). Moscow-Leningrad: Gostechizdat, 1948. ]
8. Трелоар Л. Физика упругости каучука. М.: Иностр. лит., 1953. 240 с. [ L. R. G. Treloar, *The Physics of Rubber Elasticity*, (in Russian). Moscow: Inostr. lit., 1953. ]

9. Sharafutdinov G. Z. Some axisymmetric problems for an elastic inhomogeneous thick-walled tube // *Moscow University Mechanics Bulletin*. 2008. Vol. 63, no. 2. Pp. 29-34. [ G. Z. Sharafutdinov, "Some axisymmetric problems for an elastic inhomogeneous thick-walled tube", in *Moscow University Mechanics Bulletin*, vol. 63, no. 2, pp. 29-34, 2008. ]

10. Sharafutdinov G. Z. Axisymmetric strain of a thick-walled pipe made of a highly elastic material // *Mechanics of Solids*. 2009. Vol. 44, no. 2. Pp. 257-268. [ G. Z. Sharafutdinov, "Axisymmetric strain of a thick-walled pipe made of a highly elastic material", in *Mechanics of Solids*, vol. 44, no. 2, pp. 257-268, 2009. ]

11. Gradsteyn I. S., Ryzhik I. M. Table of integrals, series, and products. 8th edition. Rensselaer Polytechnic Institute, Troy, NY, USA, 2014. [ I. S. Gradsteyn, I. M. Ryzhik, *Table of integrals, series, and products. 8th edition*. Rensselaer Polytechnic Institute, Troy, NY, USA, 2014. ]

#### ОБ АВТОРАХ

**ХАКИМОВ Аким Гайфуллинович**, вед. науч. сотр. лаб. механики твердого тела Ин-та механики УНЦ РАН. Дипл. инж.-механика (УАИ, 1970). Канд. физ.-мат. наук по механике жидк., газа и плазмы (Казанск. гос. ун-т, 1977). Иссл. в обл. динамики взаимодействия упругих и упругопластических тел со средой.

**БЕЛЯЕВ Андрей Борисович**, зам. нач. отдела БашНИИнефтемаш. Дипл. инж. механик-экономист (УГАТУ, 2001). Иссл. в обл. технической диагностики деталей и узлов машиностроения, статики и динамики нагнетательных установок.

**ШАКИРЬЯНОВ Марат Масгутьянович**, доцент кафедры теоретической механики. Дипл. инж.-механика (УАИ, 1969). Канд. физ.-мат. наук по механике твердого деформируемого тела (Казанск. гос. ун-т, 1978). Иссл. в обл. динамики взаимодействия упругих тел со средой.

**МУХАМАДЕЕВ Венер Рифкатович**, ст. преподаватель каф. ОКМиМ. Дипл. магистра техники и технологии (УГАТУ, 2007). Исследования в области взаимодействия наноструктурных покрытий с поверхностью нанесения.

#### METADATA

**Title:** On the calculation of pipes made of inhomogeneous elastic material.

**Authors:** A. G. Khakimov<sup>1</sup>, A. B. Belyaev<sup>2</sup>, M. M. Shakir'yanov<sup>3</sup>, V. R. Mukhamadeev<sup>4</sup>

**Affiliation:**

<sup>1</sup> Federal State Budget Scientific Institution R. R. Mavlyutov Institute of Mechanics, Ufa Research Centre, Russian Academy of Sciences (IMEch URC RAS), Russia.

<sup>2-4</sup> Ufa State Aviation Technical University (UGATU), Russia.

**Email:** <sup>1</sup>hakimov@anrb.ru, <sup>2, 3</sup>okmim@ugatu.ac.ru, <sup>4</sup>vener\_muhamadeev@mail.ru

**Language:** Russian.

**Source:** Vestnik UGATU (scientific journal of Ufa State Aviation Technical University), vol. 24, no. 1 (87), pp. 25-31, 2020. ISSN 2225-2789 (Online), ISSN 1992-6502 (Print).

**Abstract:** The stress-strain state of a pipe made of an inhomogeneous elastic material is considered. The solution of the problem is represented by hypergeometric series.

The results of calculations for inhomogeneous thick-walled tubes, non-uniform shell and very thin heterogeneous shell. The analytical solution is effective in analyzing the stress-strain state of a cylinder with a thin inhomogeneous layer. It is shown that radial stresses and displacements in a non-uniform cylinder are less than in a homogeneous one. It is found that the tangential stresses in the inhomogeneous shell along the radius decrease to a greater extent.

**Key words:** pipe; inhomogeneous elastic material; shell; stresses; displacements; modulus of elasticity; cylinder; radial coordinate; Poisson's ratio; mechanical properties.

**About authors:**

**KHAKIMOV, Akim Gayfullinovich**, leading researcher at the laboratory of solid state mechanics. Dipl. mechanical engineer (UGATU, 1970). Cand. Sci. (Phys.-Math) (Kazan State Univ., 1977).

**BELYAEV, Andrey Borisovich**, assistant department head Bashniineftemash. Dipl. in engineering economist-mechanic. Researches in the field of technical diagnostics of details and nodes of mechanical engineering, a statics and dynamics of delivery installations.

**SHAKIR'YANOV, Marat Masgut'yanovich**, associate Professor of theoretical mechanics. Dipl. mechanical engineer (UGATU, 1969). Cand. Sci. (Phys.-Math) (Kazan State Univ., 1978).

**MUHAMADEEV, Vener Rifkatovich**, senior lecturer of the department of bases of constructing of mechanisms and machines of USATU. Mag.-ing. (USATU, 2007).