

УДК 621.454

## НЕСУЩАЯ СПОСОБНОСТЬ ДНИЩ СМЕСИТЕЛЬНЫХ ГОЛОВОК КАМЕР ЖРД

А. В. Авдеев<sup>1</sup>, А. М. Хомяков<sup>2</sup>

<sup>1</sup>khimkirkt@yandex.ru, <sup>2</sup>himkikaf209b@yandex.ru

ФГБОУ ВО «Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет)» (МАИ(НИУ))

*Поступила в редакцию 28.05.2018*

**Аннотация.** Предлагается метод расчета пакета днищ смесительной головки (СГ) камер жидкостных ракетных двигателей (ЖРД) на несущую способность при ее упруго-пластическом деформировании. Метод основан на классической теории круглых пластин и феноменологическом подходе к процессу деформирования. Последний заключается в представлении процесса упруго-пластического деформирования в координатах «нагрузка – перемещение» в виде некоторой элементарной кривой, сопрягающей две прямые, соответствующие упругой и предельной деформации пакета днищ. При этом в зависимости от рабочей нагрузки определяются максимальные линейные и угловые перемещения днищ смесительной головки в интервале деформирования – от упругого до предельного.

**Ключевые слова:** смесительная головка; днища; линейная теория пластин; модель материала; несущая способность; феноменологический подход.

### ВВЕДЕНИЕ

Смесительная головка является источником механических колебаний и пульсаций в потоках жидкости и газа. Поэтому требование минимальной деформативности или максимальной жесткости силовой схемы смесительной головки необходимо для создания работоспособной конструкции камеры двигателя.

Основой силовой схемы СГ являются днища как силовые элементы в виде круглых пластин, необходимых для разделения полостей компонентов и удержания в потоках газа и жидкости форсунок, обеспечивающих распыление и смешение компонентов.

Главное противоречие в конструкции традиционной СГ заключается в том, что днища с форсунками располагаются попеременно газогового и жидкостного потоков. Под действием поперечной нагрузки (перепад давлений) в днищах возникают неравномерные, что характерно для изгиба пластин, деформации, проявляющиеся в переменных

по радиусу линейных и угловых перемещениях. Изгибные деформации днищ изменяют положение форсунок в пространстве камеры сгорания и нарушают (особенно в связи с поворотом форсунок) расчетное смещение компонентов. Прогибы днищ являются также источниками изгибных колебаний деталей СГ.

Методические вопросы прочностной работоспособности узлов камер ЖРД отражены в работах [1–8]. Технологический аспект проблем освещен в [9–11].

Расчеты смесительной головки проводятся методами, основанными на теориях, которые применимы для произвольных режимов нагружения, что характерно для деталей узлов ЖРД. Такими теориями являются теория упругости [12] и теория идеальной пластичности [13]. Последняя используется в терминах теории предельного равновесия [14–17].

Практика расчетов свидетельствует: точность расчета по названным теориям за-

висит от геометрического параметра пластин, определяемого как отношение толщины пластины к радиусу внешнего контура  $\frac{h}{R_0}$ . Расчет упругих деформаций тем точнее,

чем тоньше пластина, ( $\frac{h}{R_0} \ll 1$ ). Расчет

предельной нагрузки (предельного перепада давлений  $\Delta p_\phi$ ) точнее для пластин более толстых, у которых  $\frac{h}{R} < 1$ . Пакет днищ в реальных СГ, рассматриваемых как пластины, соответствует промежуточному значению геометрического параметра  $\frac{1}{20} < \frac{H}{R_0} < \frac{1}{10}$ .

Такая «компромиссная геометрия» днищ СГ позволяет применять обе теории для оценки ее прочностной работоспособности.

Решение задачи невозможно без оценки особенностей деформаций днищ и форсунок реальных СГ. Эти особенности проявляются в неопределенности значения изгибной жесткости днищ с форсунками как многодетальной и разномодульной (по материалам и деформациям) структуры, а также в неопределенности граничных условий днищ в сечении сопряжения их с корпусной оболочкой и в связи с этим в неопределенности степени влияния неравномерных тепловых деформаций на общую деформацию днищ. Оценка названных неопределенностей неизбежно ведет к упрощению расчетной схемы.

Упрощения сводятся к тому, что для днищ с форсунками применяется справедливый основной постулат классической теории пластин – постулат о нормальном элементе. В днищах роль нормального элемента выполняют форсунки, которые по требованию постулата должны обладать абсолютной жесткостью: не растягиваться и не изгибаться, оставаясь нормальными к срединной плоскости днищ.

Деформирующиеся совместно благодаря стержням – форсункам днища можно рассматривать как единое механическое тело – пакет днищ. Корпуса реальных форсунок обладают некоторой податливостью, но их продольная и поперечная жесткости, как

правило, значительны, поэтому теоретическая модель пластины обладает жесткостью, близкой жесткости реального аналога.

Граничные условия (ГУ) принимаются в виде шарнирного опирания в сечении сопряжения пакета днищ с корпусной оболочкой. При таких ГУ податливость расчетной схемы пакета днищ как пластины становится больше, что косвенно учитывает роль тепловых деформаций в днищах при отсутствии в них температурных напряжений.

Принятие постулата о нормальном элементе дает возможность получить аналитические выражения для изгибной жесткости наката днищ  $D$ . При этом принимается дополнительное условие: корпуса форсунок, жестко соединяющие днища (среднее и внутреннее), сохраняют механические свойства днищ как сплошных пластин, но сами в определении жесткости пакета днищ не учитываются.

Полная картина деформации днищ под действием перепада давлений ( $\Delta p_\phi$ ) включает в себя три состояния: упругое, упруго-пластическое и предельное.

В качестве физической модели материалов в задаче об упруго-пластических деформациях принимается модель Прандтля. В задаче о предельном состоянии принимается модель Мизеса. В обеих моделях условный предел текучести равен полусумме предела временного сопротивления и предела упругости материалов днища  $\sigma_m = \frac{1}{2}(\sigma_b + \sigma_{0.2})$ . При этом значения  $\sigma_m$  принимаются одинаковыми как при растяжении, так и сжатии материалов (рис. 1).

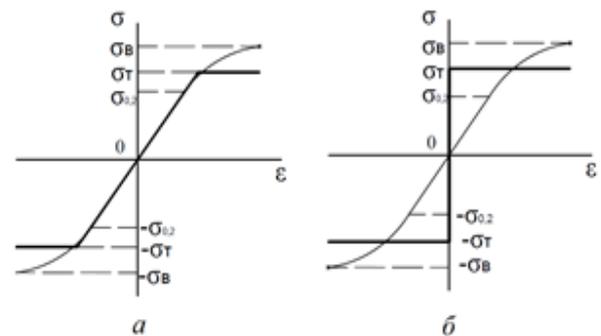


Рис. 1. Модели пластического материала: а – модель Прандтля; б – модель Мизеса; тонкие линии – реальные диаграммы материалов

## ОБОЗНАЧЕНИЯ И ИНДЕКСЫ

**Обозначения**

$x, \theta, R$  – координаты цилиндрической системы, м, рад, м;  
 $d$  – диаметр, м;  
 $H, h$  – толщина, м;  
 $l$  – длина, м;  
 $t$  – шаг, м;  
 $R, r$  – радиус, м;  
 $F$  – площадь, м<sup>2</sup>;  
 $w$  – линейное перемещение, м;  
 $\varphi$  – угловое перемещение;  
 $I$  – единичный геометрический момент инерции поперечного сечения днища, м<sup>3</sup>;  
 $E$  – модуль упругости первого рода, Па;  
 $\mu$  – коэффициент Пуассона;  
 $p$  – внутреннее давление, Па;  
 $\Delta p$  – перепад давлений, Па;  
 $M$  – распределенный изгибающий момент, Н;  
 $N$  – распределенное продольное усилие, Н/м;  
 $\sigma$  – нормальное напряжение, Па;  
 $\sigma_{0,2}$  – предел упругости материала, Па;  
 $\sigma_b$  – предел временного сопротивления материала, Па;  
 $D$  – изгибная жесткость пластины, Н·м;  
 $T$  – температура, °С.

**Индексы**

$x$  – осевой (продольный);  
 $\theta$  – окружной;  
 $R$  – радиальный;  
 $1$  – внутреннее днище;  
 $2$  – среднее днище;  
 $T$  – условный предел текучести или предельный параметр;  
 $г$  – газ;  
 $ж$  – жидкость;  
 $нс$  – несущая способность;  
 $пр$  – предельный;  
 $р$  – рабочий режим;  
 $ср$  – средний;  
 $пр/у$  – предельно-упругий;  
 $ф$  – форсунка;  
 $m$  – максимальное значение.

## УПРУГАЯ ДЕФОРМАЦИЯ

Пакет днищ рассматривается в качестве круглой двухслойной пластины толщиной  $H$ , ограниченной цилиндрическим поясом радиуса  $R_0$ . Пластина включает в себя два слоя (внутреннее и среднее днища) толщинами  $h_1$  и  $h_2$ , отстоящими друг от друга на расстоянии  $h$  (рис. 2). Толщины днищ-слоев и расстояние между ними постоянны. Давления жидкости и газа ( $p_ж, p_г, p_к$ ) в полостях, окружающих днища, и температуры днищ распределены равномерно.

Пакет днищ с форсунками, благодаря множеству форсунок, жестко соединенных с днищами, и их равномерному распределению по площади днищ, рассматривается как сплошная пластина. Форсунки, обладающие достаточной изгибной жесткостью, выполняют роль нормального элемента, который, согласно упомянутому постулату, остается нормальным к срединной плоскости пластины до и после ее деформации, не изгибается и не изменяет своей длины. Двухслойная пластина помещена в цилиндрическую систему координат ( $x, \theta, R$ ). Начало координат совпадает с центром круга, соответствующего внешней поверхности внутреннего днища, а ось  $x$  совпадает с осью симметрии СГ (рис. 2).

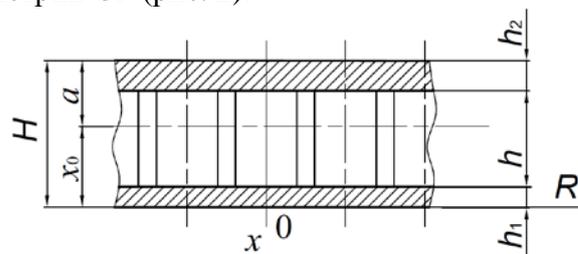


Рис. 2. К расчету двухслойной пластины

Пластина свободно опирается по контуру  $R=R_0$ . Она нагружена равномерно распределенным по наружной поверхности среднего днища перепадом давлений газового потока, представляющим разность давлений в газовой ( $p_г$ ) и в камере сгорания ( $p_к$ ). Под действием поперечной нагрузки ( $\Delta p_{г/к} = p_г - p_к$ ) в пластине возникает напряженное состояние, которое определяется следующими свойствами:

1. В каждой **точке** слов-днищ возникает двухосное напряженное состояние, определяемое двумя координатными напряжениями  $\sigma_R$  и  $\sigma_\theta$  (для тонких пластин принимается условие:  $\sigma_x = 0$ ). В связи с тем, что равномерная нагрузка вызывает осесимметричную деформацию пластины, координатные напряжения являются главными.

2. В каждом координатном **сечении** слов-днищ напряжениями  $\sigma_R$  и  $\sigma_\theta$  формируется смешанное напряженное состояние: в сечениях днищ действуют нормальные усилия –  $(N_R)_{1,2}$  и  $(N_\theta)_{1,2}$  – вместе с изгибающими моментами –  $(M_R)_{1,2}$  и  $(M_\theta)_{1,2}$ .

3. В каждом координатном **сечении пакета днищ** (пластины целиком) напряжениями  $\sigma_R$  и  $\sigma_\theta$  формируется моментное напряженное состояние: в сечениях пластины действуют только моменты  $M_R^\Sigma$  и  $M_\theta^\Sigma$ .

При моментном напряженном состоянии в координатных сечениях пластины возникают относительные деформации ( $\varepsilon_R$  и  $\varepsilon_\theta$ ), изменяющиеся согласно постулату о нормальном элементе по линейному закону (рис. 3). При этом слой пластины, соответствующий среднему днищу, находится в сжатом ( $\varepsilon < 0$ ), а слой, соответствующий внутреннему днищу, – в растянутом ( $\varepsilon > 0$ ) состояниях. Нижние индексы (1, 2) в обозначениях относительных деформаций (радиальных и окружных) определяют принадлежность соответственно к внутреннему и среднему днищу. Верхние штрихи соответствуют поверхностям днищ. Положение нейтральной плоскости в поперечном сечении пластины, в которой  $\varepsilon_R = \varepsilon_\theta = 0$ , определяется координатой  $x_0$ .

Очевидно, что при упругом деформировании пластины в качестве физического закона, определяющего свойства материалов днищ, следует принять модель Гука (модель идеально упругого тела как часть модели Прандтля). Тогда двухосному напряженному состоянию (в точке) соответствуют уравнения

$$\sigma_\theta = \frac{E}{(1-\mu^2)}(\varepsilon_R + \mu \varepsilon_\theta),$$

$$\sigma_R = \frac{E}{(1-\mu^2)}(\varepsilon_R + \mu \varepsilon_\theta).$$

Для свободно-опертой круглой пластины характерны соотношения координатных напряжений: в центре ( $R=0$ ) окружное и радиальное напряжения равны:  $\sigma_R = \sigma_\theta$ , и поэтому равны деформации:  $\varepsilon_R = \varepsilon_\theta$ , и тогда следуют равенства

$$\sigma_R = \sigma_\theta = \frac{E\varepsilon_R}{1-\mu}; \quad (1)$$

А в периферийных сечениях ( $R=R_0$ ) окружные деформации равны нулю ( $\varepsilon_\theta = 0$ ), поэтому

$$\sigma_\theta = \mu\sigma_R, \quad \sigma_R = \frac{E\varepsilon_R}{1-\mu^2}. \quad (2)$$

Наибольшие напряжения в круглой пластине возникают в ее центре, поэтому принимаем равенство (1), позволяющее пересчет напряжений в днищах по эпюре деформаций (рис. 3).

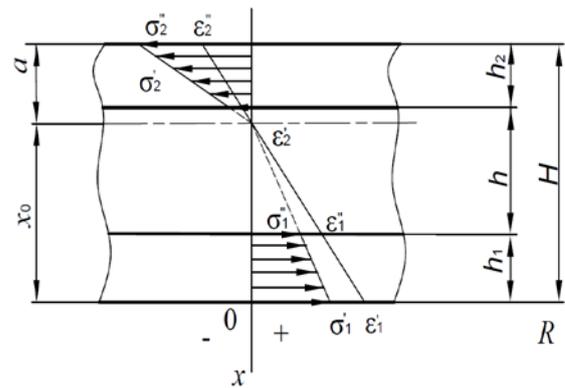


Рис. 3. Распределение относительных деформаций и напряжений в поперечном сечении пакета днищ

$$\varepsilon_1 = \frac{(1-\mu_1)\sigma_1}{E_1}; \quad \varepsilon_2 = \frac{(1-\mu_2)\sigma_2}{E_2}. \quad (3)$$

Из соотношения сторон в подобных треугольниках с учетом равенств (3) следует соотношение напряжений в днищах

$$\frac{\sigma_1''}{\sigma_2'} = -\frac{(x_0 - h_1)(1-\mu_2)E_1}{(a - h_2)(1-\mu_1)E_2};$$

$$\frac{\sigma_1'}{\sigma_2''} = -\frac{(1-\mu_2)E_1}{a(1-\mu_1)E_2};$$

$$\frac{\sigma_1''}{\sigma_1'} = -\frac{x_0 - h_1}{x_0};$$

$$\frac{\sigma_2''}{\sigma_2'} = \frac{a}{a - h_2}; \quad (4)$$

в которых  $a = H - x_0$ .

Напряжение в центре пластины могут создавать результирующее усилие ( $N_R, N_\theta$ ) и результирующий момент ( $M_R, M_\theta$ ). При моментном напряженном состоянии в сечениях пакета днищ выполняется равенство

$$N_R = N_\theta = 0. \quad (5)$$

Равенство (5), записанное в напряжениях

$$\frac{\sigma_1'' + \sigma_1'}{2} h_1 - \frac{\sigma_2'' + \sigma_2'}{2} h_2 = 0$$

с учетом соотношений (4), принимает вид уравнения относительно  $x_0$

$$\frac{\sigma_1'}{\sigma_1''} \frac{2x_0 - h_1}{x_0} h_1 = \frac{2a - h_2}{a} h_2,$$

из которого следует

$$x_0 = \frac{h_1^2 + \frac{E_2(1-\mu_1)}{E_1(1-\mu_2)} h_2(2H - h_2)}{2 \left[ h_1 + \frac{E_2(1-\mu_1)}{E_1(1-\mu_2)} h_2 \right]} - \text{коор-}$$

дината нейтральной плоскости пакета днищ (рис. 2).

Для большинства сталей и сплавов  $\mu_1 \approx \mu_2$ , тогда [18]

$$x_0 = \frac{E_1 h_1^2 + E_2 h_2(2H - h_2)}{2[E_1 h_1 + E_2 h_2]}.$$

Изгибающие моменты в координатных сечениях круглой пластины определяются равенствами [12]

$$M_R = \frac{\Delta p_\phi (3 + \mu)}{16} (R_0^2 - R^2),$$

$$M_\theta = \frac{\Delta p_\phi}{16} [R_0^2(3 + \mu) - R^2(1 + 3\mu)],$$

из которых следует, что моменты принимают максимальные и одинаковые значения в центре пластины ( $R=0$ )

$$M_R^{\max} = M_\theta^{\max} = \frac{(3 + \mu)}{16} \Delta p R_0^2, \quad (6)$$

поэтому можно ограничиться расчетом одного из моментов, например, радиального момента  $M_R$ , который определяется суммой

$$M_R = M_R(\sigma_1) + M_R(\sigma_2),$$

где  $M_R(\sigma_1) = \frac{\sigma_1'}{3x_0} [x_0^3 - (x_0 - h_1)^3]$  – часть

изгибающего момента, возникающего во внутреннем днище;

$M_R(\sigma_2) = \frac{\sigma_2''}{3a} [a^3 - (a - h_2)^3]$  – часть изгибающего момента, возникающая в среднем днище относительно нейтральной плоскости, определяемой координатой  $x_0$ .

Тогда для наибольшего радиального напряжения во внутреннем днище справедливо равенство

$$M_R(\sigma_2) = \frac{(\sigma_1')_R}{3x_0} \left\{ x_0^3 - (x_0 - h_1)^3 + \frac{E_2}{E_1} [a^3 - (a - h_2)^3] \right\},$$

из которого следует

$$(\sigma_1')_R = \frac{3M_R x_0}{x_0^3 - (x_0 - h_1)^3 + \frac{E_2}{E_1} [a^3 - (a - h_2)^3]}.$$

Для наибольшего радиального напряжения в среднем днище справедливо аналогичное равенство

$$M_R = \frac{(\sigma_2'')_R}{3a_0} \left\{ \frac{E_1}{E_2} [x_0^3 - (x_0 - h_1)^3] + a^3 - (a - h_2)^3 \right\},$$

из которого следует

$$(\sigma_2'')_R = - \frac{3M_R a}{\frac{E_1}{E_2} [x_0^3 - (x_0 - h_1)^3] + a^3 - (a - h_2)^3}.$$

Меньшие радиальные напряжения определяются равенствами

$$(\sigma_1'')_R = (\sigma_1')_R \frac{x_0 - h_1}{x_0};$$

$$(\sigma_2')_R = (\sigma_2'')_R \frac{x_0 - h_2}{a}.$$

Полученные выражения справедливы и для окружных напряжений. Тогда с учетом равенства (6) максимальные напряжения (в центре пластины) определяются по формулам

$$(\sigma_1')_\theta = (\sigma_1')_R = \frac{3(3 + \mu) \Delta p_\phi R_0^2 x_0}{16 \left\{ x_0^3 - (x_0 - h_1)^3 + \frac{E_2}{E_1} [a^3 - (a - h_2)^3] \right\}};$$

$$\begin{aligned}
 (\sigma''_1)_\theta &= (\sigma''_1)_R = (\sigma'_1)_R \frac{x_0 - h_1}{x_0}; \\
 (\sigma''_2)_\theta &= (\sigma''_2)_R = \\
 &= -\frac{3(3 + \mu)\Delta p_\phi R_0^2 a}{16 \left\{ \frac{E_1}{E_2} [x_0^3 - (x_0 - h_1)^3] + a^3 - (a - h_2)^3 \right\}} \\
 (\sigma'_2)_\theta &= (\sigma'_2)_R = (\sigma''_2)_R \frac{a - h_2}{a}.
 \end{aligned}$$

Прогибы и углы поворота сечений пакета днищ определяются равенствами при  $\eta = \frac{R}{R_0}$ :

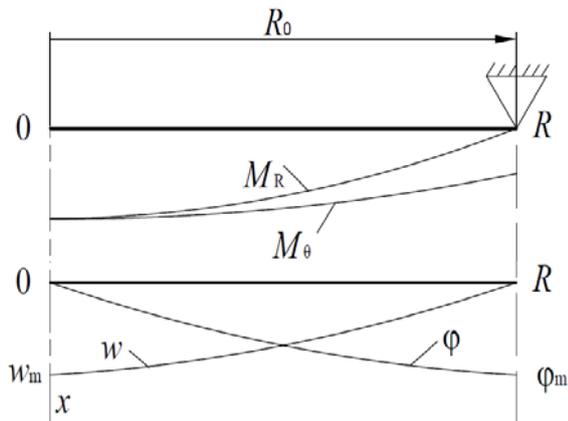
$$w = \frac{\Delta p_\phi R_0^4}{64D} (1 - \eta^2) \left( \frac{5 + \mu}{1 + \mu} - \eta^2 \right), \quad (7)$$

$$\varphi = -\frac{\Delta p_\phi R_0^3}{16D} \eta \left( \frac{3 + \mu}{1 + \mu} - \eta^2 \right), \quad (8)$$

Из равенства (7) и (8) следует, что  $w$  и  $\varphi$  принимают максимальные значения в разных сечениях пакета днищ (рис. 4)

$$w_m = \frac{5 + \mu}{64(1 + \mu)} \frac{\Delta p_\phi R_0^4}{D} \text{ при } \eta = 0;$$

$$\varphi_m = -\frac{1}{8(1 + \mu)} \frac{\Delta p_{\phi,y} R_0^3}{D} \text{ при } \eta = 1.$$



**Рис. 4.** Изгибная деформация круглой пластины:  $M_R$  – распределенный радиальный изгибающий момент,  $M_\theta$  – распределенный окружной изгибающий момент;  $w$  – прогиб;  $\varphi$  – угол поворота нормали

Наибольший перепад давлений  $\Delta p_{\text{пр/у}}$ , под действием которого оба днища остаются упругими, определяется для условия, ко-

гда наибольшие напряжения в центре внутреннего днища ( $\sigma'_0 = \sigma'_R$ ) равны местному пределу упругости  $\sigma'_{0,2} = (\sigma'_{0,2})_1$ .

Тогда наибольший перепад давлений, при котором в центре внутреннего днища возникают пластические деформации и наибольшие значения  $w$  и  $\varphi$  при этом определяются равенствами

$$\begin{aligned}
 \Delta p_{\text{пр/у}} &= \\
 &= \frac{16(\sigma_{0,2})_1 \left\{ \frac{E_2}{E_1} [a^3 - (a - h_2)^3] + x_0^3 - (x_0 - h_1)^3 \right\}}{3(3 + \mu)R_0^2 x_0},
 \end{aligned}$$

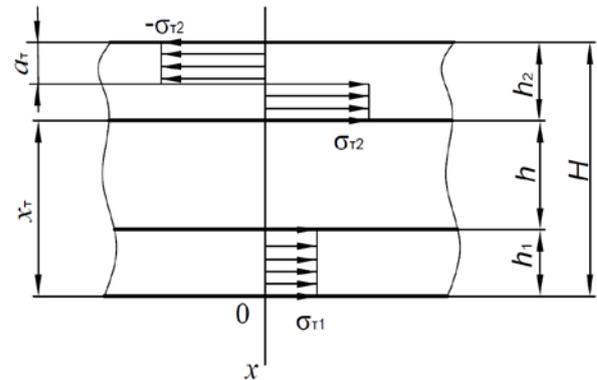
$$w_m = \frac{5 + \mu}{64(1 + \mu)} \frac{\Delta p_{\text{пр/у}} R_0^4}{D}, \quad (9)$$

$$\varphi_m = -\frac{1}{8(1 + \mu)} \frac{\Delta p_{\text{пр/у}} R_0^3}{D}. \quad (10)$$

#### ПРЕДЕЛЬНОЕ СОСТОЯНИЕ

Предельное состояние пакета днищ возникает тогда, когда пластина под действием перепада давлений превращается в пластический механизм [15].

Распределение напряжений в координатном сечении пластины (пакета днищ) при условии предельного состояния показано на рис. 5.



**Рис. 5.** Распределение предельных напряжений в поперечном сечении пластины

Последний представляет собой сочетание множества абсолютно жестких секторов – клиньев, по периметру которых распределены пластические шарниры, в которых действуют распределенные моменты  $M_T$  (рис. 6).

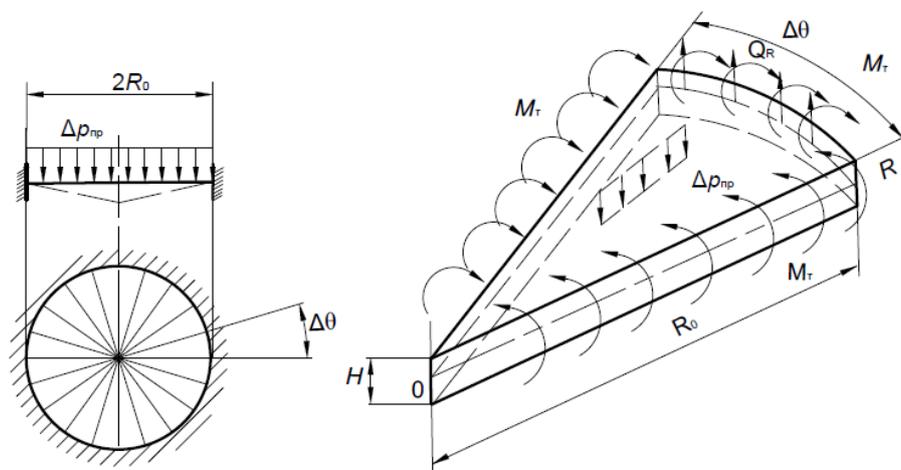


Рис. 6. Расчетная схема круглой пластины в предельном состоянии

Координата нейтральной плоскости в пластическом шарнире при условии чисто моментного состояния определяется равенством

$$x_T = H - \frac{h_2}{2} \left( 1 + \frac{\sigma_{T1} h_1}{\sigma_{T2} h_2} \right).$$

Момент в пластическом шарнире равен

$$M_T = \frac{\sigma_{T2}}{2} [2a_T^2 + h_2(h_2 + 2a_T) + \frac{\sigma_{T1} h_1}{\sigma_{T2}} (2x_T - h_1)], \quad (11)$$

где  $a_T = H - x_T$ .

Принятие условия текучести в виде равенств:  $M_R = M_\theta = M_T$  – приводит задачу по определению предельной нагрузки (предельного перепада давлений) к статически определимой. Из уравнения моментного равновесия сектора следует равенство для предельного перепада давлений

$$\Delta p_{пр} = \frac{12M_T}{R_0^2}. \quad (12)$$

Равенство (12) соответствует граничным условиям на контуре пакета днищ в виде жесткой заделки (рис. 6). Для пакета днищ с шарнирным опиранием по контуру предельный перепад давлений становится в два раза меньше

$$\Delta p_{пр} = \frac{6M_T}{R_0^2}. \quad (13)$$

Из равенства (13) с учетом выражения (11) следует формула для расчета предельного перепада давлений для пакета днищ

$$\Delta p_{пр} = \frac{3\sigma_{T2}}{R_0^2} \left[ 2a_T^2 + h_2(h_2 - 2a_T) + \frac{\sigma_{T1} h_1}{\sigma_{T2}} (2x_T - h_1) \right].$$

#### УПРУГО-ПЛАСТИЧЕСКАЯ ДЕФОРМАЦИЯ

Пластические деформации при нагружении пакета днищ возникают сначала в центральной точке ( $R=0$ ) внутреннего днища и распространяются осесимметрично по радиусу к внешнему контуру. При этом периферийная часть днища может оставаться упругой.

Таким образом, внутреннее днище становится разномодульным по материалу и неоднородным по напряженно-деформированному состоянию (НДС). Это существенно усложняет расчет изгибной жесткости всего пакета днищ СГ, точнее делает такой расчет практически невозможным без экспериментального определения изгибной жесткости конкретного пакета днищ.

Расчет статических характеристик пакета днищ – прогибов и углов поворота поперечных сечений – может быть проведен аналитически только для днищ, нахо-

дящихся в однородном состоянии. Таких состояний может быть два: либо оба днища находятся в упругом состоянии, либо – в предельном. Второй случай соответствует условному предельному состоянию пакета днищ, при котором определяется только предельный перепад давлений. При сочетании двух крайних состояний (упругого и предельного) можно построить зависимость прогибов и углов поворота сечений пакета днищ от перепада давлений в интервале от  $\Delta p = 0$  до  $\Delta p = \Delta p_{пр}$ .

При этом весь сложный процесс перехода пакета днищ от упругой деформации к предельной изображается в координатах  $(\Delta p - w_m)$  и  $(\Delta p - \varphi_m)$  дугой, сопрягающей луч упругого деформирования с горизонтальной прямой предельного состояния пакета днищ (рис. 7).

Упруго-пластические деформации пакета днищ оцениваются методом, в основу которого положен феноменологический подход к решению задачи.

Феноменология упруго-пластической деформации указывает на то, что две прямые – наклонная и горизонтальная, проведенные в координатах  $(\Delta p - w_m)$  и  $(\Delta p - \varphi_m)$  и изображающие графически процессы упругого и предельно-пластического деформирования неизбежно соединяются некоторой сопряженной с ними кривой (рис. 7, а, б). Эта кривая соответствует промежуточному деформированию пакета днищ – упруго-пластическому. Аналитическое определение функции такой кривой возможно при изгибе механических тел с равномерным НДС. Такими телами являются балки или прямоугольные пластины, испытывающие одноосное чистомоментное нагружение. В этом случае кривая упруго-пластического деформирования соответствует определяемой функции. Можно показать аналитически, что в безразмерных координатах:

$$\xi = \frac{w}{w_{пр/у}} \text{ или } \xi = \frac{\varphi}{\varphi_{пр/у}}, \eta = \frac{M}{M_{пр/у}},$$

эта функция для балки или прямоугольной пластины имеет вид

$$\eta = 1,5 - \frac{1}{2\xi^2}. \quad (14)$$

При этом  $\eta_{пр} = \frac{M_T}{M_{пр/у}} = 1,5$ , где

$$M_T = \frac{\sigma_T h^2}{4}, M_{пр/у} = \frac{\sigma_T h^2}{6}.$$

Для пакета днищ СГ безразмерные координаты имеют аналогичный вид

$$\xi = \frac{w}{w_{пр/у}} = \frac{\varphi}{\varphi_{пр/у}}, \eta = \frac{\Delta p}{\Delta p_{пр/у}},$$

$$\eta_{пр} = \frac{\Delta p_{пр}}{\Delta p_{пр/у}}, \eta_p = \frac{\Delta p_p}{\Delta p_{пр/у}}.$$

Перепад давлений  $\Delta p_{пр/у}$ , при котором завершается упругое деформирование пакета днищ и возникают начальные пластические деформации во внутреннем днище, когда  $\sigma'_1 = \sigma_{0,2} (T'_1) = (\sigma'_{0,2})_1$ , определяется равенством

$$\Delta p_{пр} = 16(\sigma'_{0,2})_1 \left\{ \frac{E_2 [a^3 - (a - h_2)^3]}{E_1 \frac{3(3 + \mu)R_0^2 x_0}{+ \frac{x_0^3 - (x_0 - h_1)^3}{3(3 + \mu)R_0^2 x_0}} \right\},$$

в котором значения  $E_1, E_2$  принимаются для рабочих температур днищ.

Соответствующие перепаду  $\Delta p_{пр/у}$  максимальные прогиб и угол поворота вычисляются по формулам (9) и (10).

Искомая функция для пакета днищ может быть принята по аналогии с равенством (14) в виде

$$\eta = a - \frac{b}{\xi^c}.$$

Параметры функции  $a, b$  и  $c$  с учетом граничных условий:

$$\eta=1 \text{ при } \xi=1; \eta=\eta_{пр} \text{ при } \xi \rightarrow \infty;$$

$$\frac{d\eta}{d\xi} = 1 \text{ при } \xi=1$$

принимают значения  $a=\eta_{пр}, b=\eta_{пр}-1, c = \frac{1}{\eta_{пр}-1}$ .

Тогда искомая функция имеет вид

$$\eta = \eta_{пр} - \frac{\eta_{пр} - 1}{\xi^{\frac{1}{\eta_{пр}-1}}},$$

из которого следует выражение для максимальных безразмерных прогиба и угла поворота сечений пакета днищ на рабочем режиме:

$$\xi_p = \left( \frac{\eta_{np} - 1}{\eta_{np} - \eta_p} \right)^{\eta_{np}-1}$$

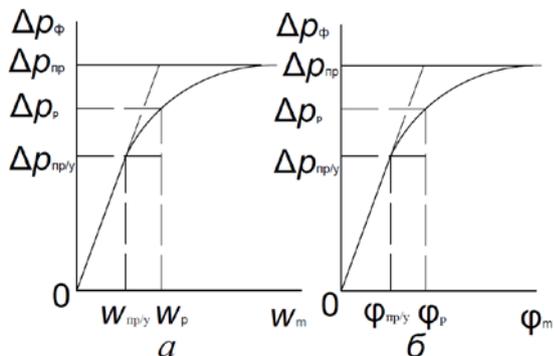


Рис. 7. Графическое представление решения задачи об упруго-пластической деформации днищ СГ: а – максимальный прогиб; б – максимальный угол поворота нормали к средней плоскости пластины

Для оценки упруго-пластической деформации пакета днищ, помимо степенной, могут быть использованы функции другого вида. В табл. 1 приведены расчетные зависимости, полученные на основе трех функций: степенной (1), квадратного трехчлена (2) и дуги окружности (3). В качестве примера в табл. 2 приведены результаты расчетов для трех функций, представленных графически на рис. 8.

Можно предположить, что реальные значения максимальных прогибов и углов поворота сечений пакета днищ СГ находятся в границах, очерченных кривыми 1 и 2.

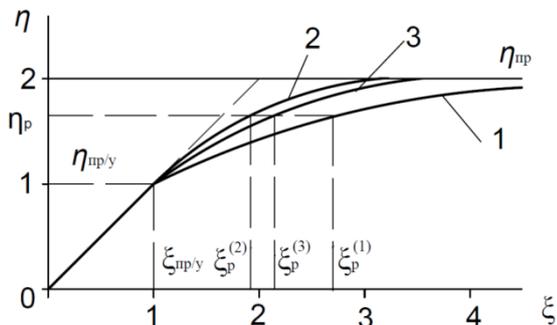


Рис. 8. Расчет максимальных параметров упруго-пластической деформации пакета днищ, соответствующий функциям трех видов: 1 – степенной, 2 – квадратному трехчлену, 3 – дуге окружности

При этом запас по несущей способности и максимальные линейные угловые перемещения днищ СГ определяются равенствами

$$n_{н/с} = \frac{\Delta p_{np}}{\Delta p_p} = \frac{\eta_{np}}{\eta_p}; w_m = \xi_p w_{np/y};$$

$$\varphi_m = \xi_p \varphi_{np/y};$$

$$\eta = a\xi^2 + b\xi + c.$$

Таблица 1

Расчетные зависимости

$\eta = a - \frac{b}{\xi^c}$	$\eta = a\xi^2 + b\xi + c$	$(\eta - a)^2 + (\xi - b)^2 = c^2$
1	2	3
$a = \eta_{np}$ $b = \eta_{np} - 1$ $c = \frac{1}{\eta_{np} - 1}$ $\xi_p = \left( \frac{\eta_{np} - 1}{\eta_{np} - \eta_p} \right)^{\eta_{np}}$	$a = c = \frac{1 - b}{2}$ $b = \frac{2\eta_{np} - 1}{2(\eta_{np} - 1)}$ $\xi_p = 2\eta_{np} - 1 - 2[(\eta_{np} - \eta_p)(\eta_{np} - 1)]^{\frac{1}{2}}$	$a = \eta_{np} - c$ $b = 1 + \frac{\sqrt{2}}{2}c$ $c = \frac{\eta_{np} - 1}{1 - \frac{\sqrt{2}}{2}}$ $\xi_p = \frac{\eta_{np} + \sqrt{2} - 2}{\sqrt{2} - 1} - \left[ \frac{4(\eta_{np} - \eta_p)}{2 - \sqrt{2}} \right] \times \frac{(\eta_{np} - 1)}{\sqrt{2} - 1} - (\eta_{np} - \eta_p)^2 \Big]^{\frac{1}{2}}$

Таблица 2

Результаты расчетов

$\eta_p$	Функции		
	1	2	3
	$\eta_{np} = 2$		
1,2	1,25	1,21	1,22
1,4	1,67	1,45	1,48
1,6	2,5	1,74	1,81
1,8	5	2,11	2,26
2,0	$\infty$	3	3,41

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Разрешена известная в расчетной практике дилемма: при расчете упруго-пластических деформаций не может быть определена предельная нагрузка [19], а при расчете предельной нагрузки деформация детали остается неопределенным кинематическим параметром пластического механизма [15, 16]. Предложенные в статье расчетные зависимости позволяют определить деформацией пакета днищ СГ во всем диапазоне значений перепада давлений от номинального (рабочего) до предельного.

Экспериментальная проверка расчетных зависимостей может быть проведена при холодных гидравлических испытаниях (ГИ) СГ с учетом зависимостей механических свойств материалов днищ от температуры. Так, предельные перепады давлений при ГИ должны соответствовать значениям

$$\left(\Delta p_{\text{пр/у}}\right)_{\text{ГИ}} = \Delta p_{\text{пр/у}} \frac{\sigma_{T_2}(20^\circ\text{C})}{\sigma_{T_2}(T_p)};$$

$$\left(\Delta p_{\text{пр/у}}\right)_{\text{ГИ}} = \Delta p_{\text{пр/у}} \frac{\sigma'_{0,2}(20^\circ\text{C})}{\sigma'_{0,2}(T_1')}$$

при условии, что отношения  $\frac{\sigma_{T_2}}{\sigma_{T_2}}$  и  $\frac{E_1}{E_2}$  в интервале температур  $[20^\circ\text{C}, T_p]$  остаются примерно постоянными.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Прочность** и ресурс ЖРД / под ред. Н. А. Махутова, В. С. Рачука М.: Наука, 2011. 525 с. [ N. A. Makhutova, V. S. Rachuka *Strength and life of a LPE*, (in Russian). Moscow: Nauka, 2011. ]
2. **Напряженно-деформированное** состояние ЖРД / под ред. Н. А. Махутова, В. С. Рачука. М.: Наука, 2013. 646 с. [ N. A. Makhutova, V. S. Rachuka *Deflected mode of LPE*, (in Russian). Moscow: Nauka, 2013. ]
3. **Авдеев А. В., Хомяков А. М.** Механика двигателя и условия его прочности // Полет. 2012. № 4, С. 45–50. [ A. V. Avdeev, A. M. Khomyakov, "Mechanics and strength condition of engine", (in Russian), in *Polet*, no. 4, pp. 45-50, 2012. ]
4. **Авдеев А. В., Хомяков А. М.** Разрушение – свойство конструкции // Справочник. Инженерный журнал. 2012. № 7, С. 21–29. [ A. V. Avdeev, A. M. Khomyakov, "Destruction – construction property", (in Russian), in *Spravochnik. Inzhenernyy zhurnal*, no. 7, pp. 21-29, 2012. ]
5. **Авдеев А. В., Хомяков А. М.** Проектирование силовых схем как необходимый этап общего процесса проектирования изделий // Справочник. Инженерный журнал. 2016. № 9 (234). С. 1–24. [ A. V. Avdeev, A. M. Khomyakov, "Power circuits design as a necessary stage of the overall process of product design", (in Russian), in *Spravochnik. Inzhenernyy zhurnal*, no. 9(234), pp. 1-24, 2016. ]
6. **Авдеев А. В., Хомяков А. М.** К методологии расчетов и нормирования запасов прочности деталей двигателя // «Вестник МАИ». 2012. Т. 19, № 2. С. 112–120. [ A. V. Avdeev, A. M. Khomyakov, "To methodology of calculations and rationing of stocks of strength of engine parts", (in Russian), in «*Vestnik MAI*», vol. 19, no. 2, pp. 112-120, 2012. ]
7. **Авдеев А. В., Хомяков А. М.** К построению теории конструирования // Тепловые процессы в технике. 2017. Т. 9. № 5. С. 229–249. [ A. V. Avdeev, A. M. Khomyakov, "Construction theory design", (in Russian), in «*Teplovie process v tehnike*», vol. 19, no. 2, pp. 112-120, 2012. ]
8. **Авдеев А. В., Хомяков А. М.** Механика ракетного двигателя. LAP LAMBERT Academic Publishing, 2012. 240 с. [A. V. Avdeev, A. M. Khomyakov *LPE mechanic*, (in Russian), LAP LAMBERT Academic Publishing, 2012. ]
9. **О влиянии** подготовки поверхности детали под нанесение гальванического медно-серебряного припоя на качество пайки конструкции ЖРД / А. Б. Аминов [и др.] // Труды НПО Энергомаш им. академика В. П. Глушко. 2011. № 28. С. 237–251. [ A. B. Aminov, et al. "On the effect of surface preparation of a part for the application of galvanic copper-silver solder on a quality of soldering of a LPE design", (in Russian), in *Trudy NPO Energomash im. akademika V. P. Glushko*, no. 28, pp. 237-251, 2011. ]
10. **Семенов В. Н.** Об особенностях процесса пайки разнородных металлов в производстве конструкций ЖРД // Труды НПО Энергомаш им. академика В. П. Глушко. 2007. № 25. С. 320–349. [V. N. Semenov, "About features of process of soldering of diverse metals in production of designs of LPE", (in Russian), in *Trudy NPO Energomash im. akademika V. P. Glushko*, no. 25, pp. 320-349, 2007. ]
11. **Авиационные материалы и технологии: юбил.** науч.-технич. сб. (приложение к журналу «Авиационные материалы и технологии») / под общ. ред. Е.Н. Каблова. М.: ВИАМ, 2017. 296 с. [ E. N. Kablova, "Aviation materials and technologies: a jubilee. scientific-technical. Sat. (supplement to the journal Aviation Materials and Technologies)", (in Russian). Moscow: VIAM, 2017. ]
12. **Тимошенко С. П., Войновский-Кригер С.** Пластинки и оболочки // Пер. с англ. М.: Госиздат. 1963. 636 с. [ S. P. Timoshenko, S. Voynovskiy-Kriger *Plates and shells*, (in Russian). Moscow: Gosizdat, 1963. ]
13. **Прагер В.** Проблемы теории пластичности // Пер. с нем. М.: Госиздат. 1958. 136 с. [ V. Prager, *Problems of the theory of plasticity*, (in Russian). Moscow: Gosizdat, 1958. ]
14. **Ходж Ф. Г.** Расчт конструкций с учетом пластических деформаций// Пер. с англ. М.: Машгиз. 1963. 380 с. [ F. G. Khodzh, *Calculation of structures with allowance for plastic deformations*, (in Russian). Moscow: Mashgiz, 1963. ]
15. **Ржаницын А. Р.** Предельное равновесие пластин и оболочек. М: Наука, 1983. 288с. [ A. R. Rzhantsyn, *Limiting equilibrium of plates and shells*, (in Russian). Moscow: Nauka, 1983. ]
16. **Клинок С. С., Хомяков А. М.** Несущая способность деталей теплообменных аппаратов// Справочник. Инженерный журнал. 2002. № 9 (С. 27–35), № 11 (С. 36–43). [ S. S. Klinkov, A. M. Khomyakov, "Bearing capacity of parts of heat", (in Russian), in *Spravochnik. Inzhenernyy zhurnal*, no. 9 (pp. 1-24), no. 11 (pp. 36-43), 2002. ]

17. **Никольс Р.** Конструирование и технология изготовления сосудов давления / пер. с англ. М.: Машиностроение, 1975. 464 с. [ Nikols R., *Design and manufacturing technology of pressure vessels*, (in Russian). Moscow: Mashinostroenie, 1975. ]

18. **Хронин Д. В.** Теория и расчёт колебаний в двигателях летательных аппаратов М.: Машиностроение, 1970. 412 с. [D. V. Khronin *Theory and calculation of oscillations in aircraft engines*, (in Russian). Moscow: Mashinostroenie, 1970. ]

19. **Феодосьев В. И.** Прочность теплонапряженных узлов ЖРД. М.: Оборонгиз, 1963. 212 с. [ V. I. Feodosev *Strength of heat-stressed LPE units*, (in Russian). Moscow: Oborongiz, 1963. ]

#### ОБ АВТОРАХ

**АВДЕЕВ Алексей Валерьевич**, канд. техн. наук, директор филиала «Ракетно-космическая техника» МАИ в г. Химки Московской области.

**ХОМЯКОВ Анатолий Михайлович**, доцент, канд. техн. наук, доц. каф. «Конструкция и проектирование двигателей».

#### METADATA

**Title:** Bearing capacity of the mixing heads of LRE.

**Authors:** A. V. Avdeev<sup>1</sup>, A. M. Khomiakov<sup>2</sup>

**Affiliation:**

Moscow Aviation Institute (National Research University),  
Russia.

**Email:** <sup>1</sup>khimkirkt@yandex.ru, <sup>2</sup>himkikaf209b@yandex.ru

**Language:** Russian.

**Source:** Vestnik UGATU (scientific journal of Ufa State Aviation Technical University), vol. 22, no.2 (80), pp. 34-44, 2018. ISSN 2225-2789 (Online), ISSN 1992-6502 (Print).

**Abstract:** A new method to perform calculation and analysis of the bottom package of the mixing head of the LRE chambers for carrying capacity at its plastic-elastic deformation is proposed. The method is based on the classical theory of circular plates and the phenomenological approach to the deformation process. The latter is based on the representation of the process of elastic-plastic deformation in the "load-displacement" coordinates in the form of an elementary curve which conjugates two straight lines corresponding to the elastic and limiting deformation of the bottom package. In this case, depending on the workload, the maximum linear and angular displacements of the heads of the mixing head are determined in the deformation interval, from the elastic to the limiting one.

**Key words:** Mixing head; bottoms; linear theory of plates; material model; bearing capacity; phenomenological approach.

**About authors:**

**AVDEEV, Alexey Valerievich**, Candidate of Engineering Sciences, Director of the branch "Rocket-space equipment" of the MAI in Khimki, Moscow region.

**KHOMYAKOV, Anatoly Mikhailovich**, Docent, Candidate of Engineering Sciences, Associate Professor at the Department of 203 " Engine construction and design".