

УДК 621.865.8

## МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ КИНЕМАТИКИ ПРОМЫШЛЕННОГО РОБОТА, ОСНАЩЕННОГО ДВУХОСЕВЫМ ПОЗИЦИОНЕРОМ

М. А. Олейник<sup>1</sup>, А. И. Хаймович<sup>2</sup>, А. В. Балякин<sup>3</sup>, Е. Ю. Щедрин<sup>4</sup>

<sup>1</sup>realracing163@gmail.com, <sup>2</sup>berill\_samara@bk.ru, <sup>3</sup>a\_balik@mail.ru, <sup>4</sup>chiefwelder24@yandex.ru

<sup>1-3</sup> ФГАОУ ВО «Самарский национальный исследовательский университет имени С. П. Королева»  
(Самарский университет)  
<sup>4</sup> ПАО «Кузнецов»

Поступила в редакцию 21.12.2020

**Аннотация.** Рассматривается вопрос оптимизации движения промышленного робота, используемого в аддитивном производстве в технологии прямого лазерного выращивания деталей. Описывается разработанная математическая модель, учитывающая совместную работу шестиосевого робота-манипулятора и двухосевого позиционера. Описывается алгоритм расчета движения на основании взаимного положения двух соседних точек траектории рабочего инструмента относительно поворотной оси позиционера с заданной точностью. Проведено моделирование обработки как при работе только манипулятора, так и при совместной работе с двухосевым позиционером, а также получены управляющие программы с пересчитанными координатами и углами поворота позиционера.

**Ключевые слова:** промышленный робот; наклонно-поворотное устройство; прямое лазерное сплавление; оптимизация; обратная задача кинематики.

### ВВЕДЕНИЕ

Первые промышленные роботы (ПР) появились в 1956 г. и предназначались для простейших манипуляций по перемещению деталей [1]. Из-за низкой жесткости и высокой инерционности, а также низкого уровня развития программного обеспечения использовать ПР в более сложных операциях не представлялось возможным [2]. Однако дальнейшее развитие промышленности позволило использовать их для сварки [3, 4], нанесения покрытий [5], обслуживания станков и машин [6]. В настоящее время роботы-манипуляторы все больше находят свое применение в медицине [7], а также в обработке материалов. Активно исследуются такие виды механической обработки как фрезерование [8, 9], полирование [10], а также использование роботов в аддитивном производстве, например, в технологии прямого лазерного сплавления металлических порошковых материалов [11]. Использо-

вание технологии прямого лазерного выращивания, при котором осуществляется контролируемое непрерывное многоосевое сплавление частиц металлического порошка в поле лазерного излучения, обеспечивается совмещением газопорошковой струи с лазерным лучом, является одним из прогрессивных направлений для создания деталей авиационных двигателей [12–15].

Среди достоинств применения современных промышленных роботов можно выделить их высокую гибкость, позволяющую быстро перенастраивать производство, а из-за большего числа степеней свободы, возможность отрабатывать движения, недоступные для традиционных станков с ЧПУ [2].

Несмотря на постоянное совершенствование ПР, проблемы жесткости и инерционности все еще присущи роботам-манипуляторам. К тому же возможны ситуации, при которых наблюдается сингулярность робота – явление, сопровождающееся тем,

что математическая функция, используемая в расчетах перемещения робота, стремится к бесконечности, отчего наблюдаются некорректные движения звеньев робота [16]. Поэтому большинство исследований направлено на оптимизацию движений и повышение точности позиционирования рабочего органа. Были предложены методы программирования последовательной линеаризации, в котором был разработан подход к обеспечению плавности траектории на всем участке пути [17] и метод прогнозирования динамики робота в зависимости от его положения [18].

Создание управляющих программ (УП) может производиться как средствами off-line-программирования, подразумевающих использование различных САМ-систем, так и через online-программирование, то есть программирование робота непосредственно на месте установки через пульт [19].

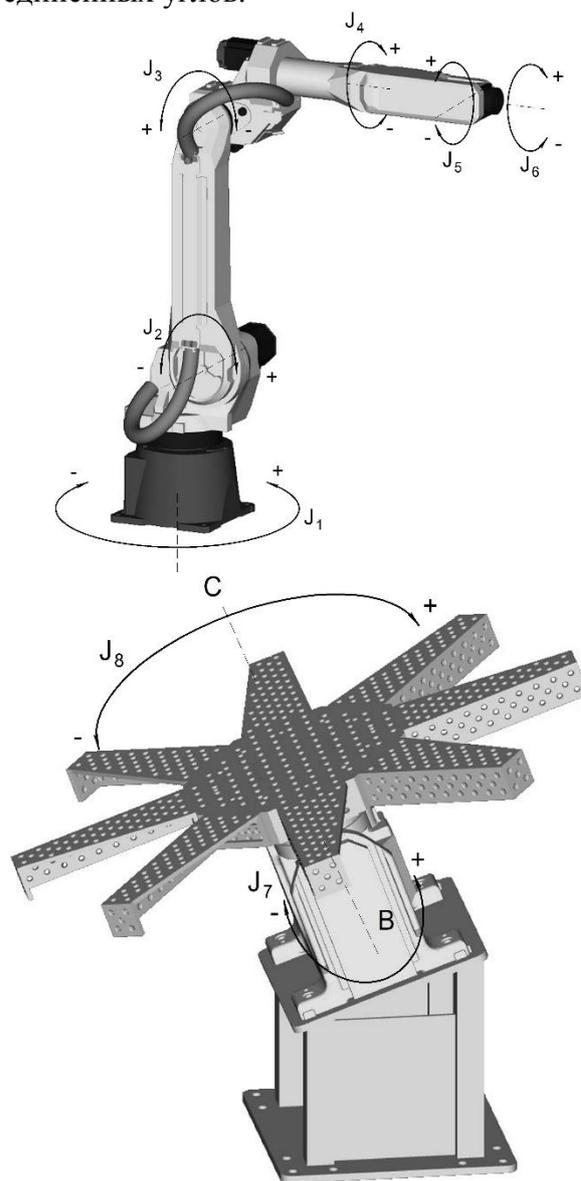
В данной работе для повышения точности позиционирования рабочего органа рассматривается оптимизация движения при обработке осесимметричных и/или близких к ним по форме деталей.

### ОПИСАНИЕ МЕТОДИКИ

Объектом исследования является роботизированная установка прямого лазерного сплавления (РУПЛС), разработанная институтом лазерных и сварочных технологий (ИЛИСТ, г. Санкт-Петербург) [11]. РУПЛС состоит из шестиосевого робота-манипулятора Fanuc Robot M-20iA\_20M с установленной на него наплавочной головкой и стола для заготовок, установленного на наклонно-поворотном устройстве (двухосевом позиционере Fanuc 2-axis Arc Positioner).

Робот-манипулятор можно рассматривать как набор жестких последовательно соединенных звеньев, каждое из которых оснащено приводом. Робот имеет шесть вращательных кинематических пар (рис. 1), причем оси  $J_1, J_2, J_3$  являются переносными, а оси  $J_4, J_5, J_6$  – ориентирующими. Двухосевой позиционер имеет два вращательных сочленения  $J_7$  и  $J_8$ , которые вращаются вокруг осей  $B$  и  $C$  соответственно.

Задачей кинематики является описание пространственного положения звеньев механизма. Различают прямую и обратную задачи кинематики. Прямая дает решение о положении и ориентации рабочего инструмента (РИ), в данной работе наплавочной головки, на основании заданных геометрических параметров звеньев и вектора присоединенных углов.



**Рис. 1.** Схема осей 6-осевого робота-манипулятора Fanuc Robot M-20iA\_20M и двухосевого позиционера Fanuc 2-axis Arc Positioner

Обратная задача дает решение о возможных значениях присоединенных углов, которые обеспечивают заданное положение РИ и его ориентацию относительно абсолютной системы координат. В общем слу-

чае для 6-и осевого робота, оснащенного позиционером, математическая модель кинематики для обратной задачи можно представить в виде:

$$\begin{cases} J_1 = J_1(x, y, z, i, j, k, \alpha_1, \theta_1, a_1, d_1, t); \\ J_2 = J_2(x, y, z, i, j, k, \alpha_2, \theta_2, a_2, d_2, t); \\ J_3 = J_3(x, y, z, i, j, k, \alpha_3, \theta_3, a_3, d_3, t); \\ J_4 = J_4(x, y, z, i, j, k, \alpha_4, \theta_4, a_4, d_4, t); \\ J_5 = J_5(x, y, z, i, j, k, \alpha_5, \theta_5, a_5, d_5, t); \\ J_6 = J_6(x, y, z, i, j, k, \alpha_6, \theta_6, a_6, d_6, t); \\ J_7 = J_7(x, y, z, i, j, k, \alpha_7, \theta_7, a_7, d_7, t); \\ J_8 = J_8(x, y, z, i, j, k, \alpha_8, \theta_8, a_8, d_8, t); \end{cases}$$

где  $x, y, z$  – декартовы координаты;  $i, j, k$  – направляющие орты оси инструмента;  $\alpha_i, \theta_i, a_i, d_i$  – параметры звеньев;  $t$  – время;  $\alpha_i$  – угловое смещение – угол, на который нужно повернуть ось  $z_{i-1}$  вокруг оси  $x_i$ , чтобы она стала сонаправлена с осью  $z_i$ ;  $\theta_i$  – присоединительный угол, на который нужно повернуть ось  $x_{i-1}$  вокруг оси  $z_{i-1}$ , чтобы она стала сонаправлена с осью  $x_i$ ;  $a_i$  – линейное смещение – расстояния между пересечением оси  $z_{i-1}$  с осью  $x_i$  и началом  $i$ -й системы координат, отсчитываемое вдоль оси  $x_i$ ;  $d_i$  – расстояние между пересечением оси  $z_{i-1}$  с осью  $x_i$  и началом  $(i-1)$ -й системы координат, отсчитываемое вдоль оси  $z_{i-1}$ . Для вращательных сочленений параметры  $\alpha_i, a_i, d_i$  являются постоянными величинами для каждой конкретной модели робота, характеризующими конструкцию звеньев.

Существует множество методов решения обратной задачи кинематики: метод обратных преобразований, прямые геометрические методы, метод на основе нелинейного математического программирования. Последний получил наибольшую популярность, так как при большом количестве возможных решений можно наложить ограничения, дающие оптимальное решение [19].

Сначала происходит расчет углов поворота позиционера  $J_7 = B$  и  $J_8 = C$ . При этом ставится задача оптимизации, которая заключается в том, что движения робота минимизируются и подвод инструмента в зону обработки обеспечивается за счет позиционера. Этот способ задания движения объясняется наличием у промышленных роботов

низкой (по сравнению с обычными металлообрабатывающими станками) жесткостью и, следовательно, высокой инерционностью сочленений. Суть метода состоит в том, что при обработке осесимметричных (или близких к такой форме) деталей движение по траектории, имеющей ось вращения совпадающую или близкую к оси вращения стола, обеспечить за счет движения позиционера. В этом случае робот будет совершать лишь корректирующие движения. На рис. 2 показана схема комбинированного движения.

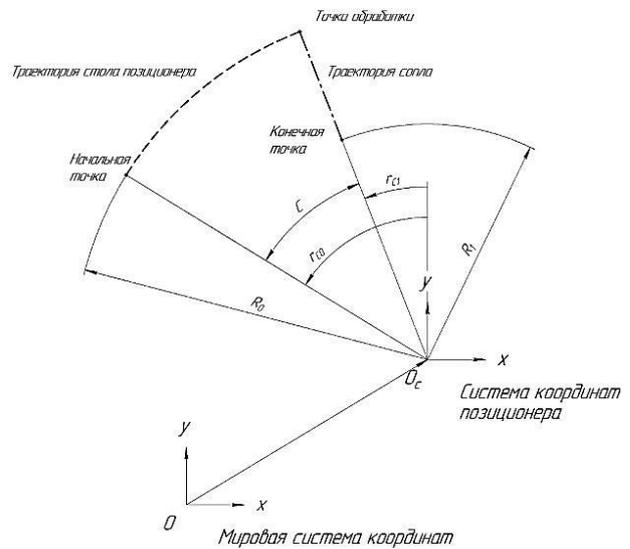


Рис. 2. Рабочий ход за счет комбинированного движения сопла наплавочного узла робота и вращения стола позиционера

В качестве исходных данных для расчета выступают координаты начальной  $X_0$  и конечной  $X_1$  точек траектории, координаты базы робота  $O$  относительно мировой системы координат, координаты и направление оси вращения стола позиционера  $O_c$  относительно мировой, которые представлены векторами в следующем виде:

$$X_0 = \begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \\ i_0 \\ j_0 \\ k_0 \end{bmatrix}; X_1 = \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \\ i_1 \\ j_1 \\ k_1 \end{bmatrix}; O = \begin{bmatrix} x_o \\ y_o \\ z_o \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}; O_c = \begin{bmatrix} x_c \\ y_c \\ z_c \\ 0 \\ B \\ C \end{bmatrix},$$

где  $B, C$  – углы поворота оси стола позиционера.

Сначала происходит преобразование координат начальной и конечной точек в систему координат позиционера:

$$X_{0c} = [M_Y] \cdot (X_0 - (O_c - O)) = \begin{bmatrix} x_{0c} \\ y_{0c} \\ z_{0c} \end{bmatrix},$$

$$X_{1c} = [M_Y] \cdot (X_1 - (O_c - O)) = \begin{bmatrix} x_{1c} \\ y_{1c} \\ z_{1c} \end{bmatrix},$$

где  $[M_Y] = \begin{bmatrix} \cos(p) & 0 & -\sin(p) \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin(p) & 0 & \cos(p) \end{bmatrix}$  – матрица

преобразований при повороте на угол  $p$  относительно оси  $Y$  системы координат позиционера, на который требуется повернуть позиционер в том случае, если ось инструмента не совпадает с осью  $Z$ .

Затем определяются возможные радиусы поворота позиционера относительно оси  $Z$ :

$$R_0 = \sqrt{x_{0c}^2 + y_{1c}^2};$$

$$R_1 = \sqrt{x_{1c}^2 + y_{1c}^2}.$$

Вычисляется относительная погрешность и сравнивается с заданной точностью:

$$\delta = \left| 1 - \frac{R_0}{R_1} \right| \leq \delta_{\text{треб}},$$

если условие не выполняется, то поворот стола не требуется, иначе расчет продолжается.

Находятся направляющие орты  $i_0, j_0, i_1, j_1$  в системе координат позиционера.

Направляющие орты начальной точки:

$$L_0 = \sqrt{x_{0c}^2 + y_{0c}^2 + z_{0c}^2};$$

$$i_0 = \frac{x_{0c}}{L_0}; j_0 = \frac{y_{0c}}{L_0}.$$

Направляющие орты конечной точки:

$$L_1 = \sqrt{x_{1c}^2 + y_{1c}^2 + z_{1c}^2};$$

$$i_1 = \frac{x_{1c}}{L_1}; j_1 = \frac{y_{1c}}{L_1}.$$

Определяются углы поворота.

Для начальной точки:

– если  $i_0 \geq 0$  и  $j_0 \geq 0$ , то 1 и 4 квадрант,

$$r_{c0} = \arctan\left(\frac{j_0}{i_0}\right) + \pi;$$

– если  $i_0 < 0$  и  $j_0 \geq 0$ , то квадрант 2,

$$r_{c0} = \arctan\left(\frac{j_0}{i_0}\right) + 2\pi;$$

– если  $i_0 < 0$  и  $j_0 < 0$ , то квадрант 3,

$$r_{c0} = \arctan\left(\frac{j_0}{i_0}\right).$$

Для конечной точки:

– если  $i_1 \geq 0$  и  $j_1 \geq 0$ , то 1 и 4 квадрант,

$$r_{c1} = \arctan\left(\frac{j_1}{i_1}\right) + \pi;$$

– если  $i_1 < 0$  и  $j_1 \geq 0$ , то квадрант 2,

$$r_{c1} = \arctan\left(\frac{j_1}{i_1}\right) + 2\pi;$$

– если  $i_1 < 0$  и  $j_1 < 0$ , то квадрант 3,

$$r_{c1} = \arctan\left(\frac{j_1}{i_1}\right).$$

Далее происходит вычисление координат конечной точки при повороте стола позиционера на угол  $r_c$  относительно оси  $Z$ :

$$X_{0c1} = M_z \cdot X_{1c},$$

где  $M_z$  – матрица преобразований при повороте на угол  $(r_{c1} - r_{c0})$  относительно оси  $Z$ ,

$$M_z = \begin{bmatrix} \cos(r_{c1} - r_{c0}) & \sin(r_{c1} - r_{c0}) & 0 \\ -\sin(r_{c1} - r_{c0}) & \cos(r_{c1} - r_{c0}) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Затем происходит расчет координат перемещений инструмента робота для компенсаций смещений при повороте стола позиционера.

$$X_{1c1} = [M_y]^{-1} \cdot X_{0c1} + \begin{pmatrix} \begin{bmatrix} x_c \\ y_c \\ z_c \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} x_o \\ y_o \\ z_o \end{bmatrix} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} x_{1c1} \\ y_{1c1} \\ z_{1c1} \end{bmatrix},$$

где  $[M_y]^{-1}$  – матрица обратного преобразования для наклона оси стола позиционера,

$$[M_y]^{-1} = \frac{[M_y]^T}{\det[M_y]}.$$

Угол поворота позиционера вокруг оси Z:

$$C_1 = C - \frac{r_{C1} - r_{C0}}{\pi} \cdot 180.$$

Угол  $J_1$  можно найти из уравнения:

$$J_1 = \arctan\left(\frac{y_{1C1}}{x_{1C1}}\right),$$

где  $x_{1C1}$ ,  $y_{1C1}$  – координаты положения РИ.

Проекции плеч робота на оси X и Z дают систему уравнений:

$$\begin{cases} L_{35} \cos(J_3 - J_2) + L_{56} \cos(J_5 - J_3 + J_2) + \\ + L_{12} \cos \alpha + L_{23} \sin(J_2) - \frac{x_{1C1}}{\cos(J_1)} = 0; \\ L_{35} \sin(J_3 - J_2) - L_{56} \sin(J_5 - J_3 + J_2) + \\ + L_{12} \sin \alpha + L_{23} \cos(J_2) - z_{1C1} = 0. \end{cases}$$

Так как сопло РИ должно иметь вертикальную ориентацию для обеспечения равномерности распыла порошка, то в систему уравнений вносится условие:

$$J_2 - J_3 - J_5 = 0.$$

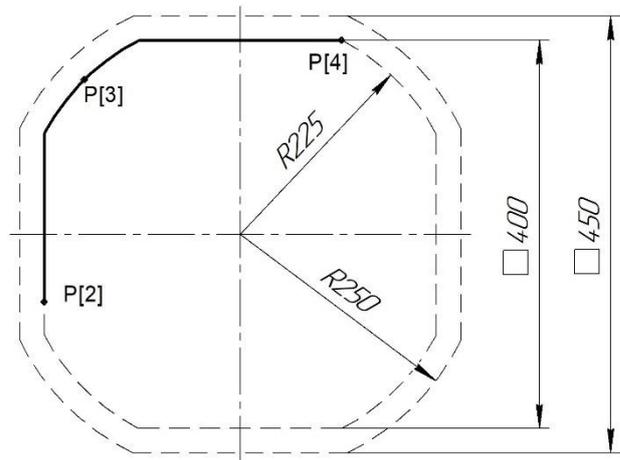
Для определения углов  $J_2$  и  $J_3$  используются методы решения систем нелинейных уравнений. В частности, использовалась функция `fsolve` в пакете прикладных программ для решения технических задач MATLAB R2012b. Углы  $J_4$  и  $J_6$  принимаются равными 0.

Таким образом, получаем координаты пересчитанных точек и вектор значений углов поворота звеньев робота и позиционера:

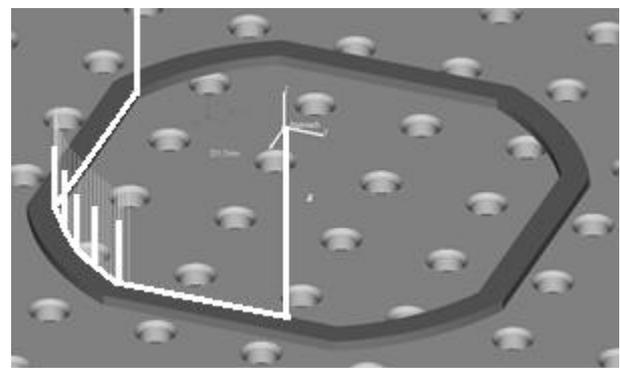
$$J = [J_1, J_2, J_3, J_4, J_5, J_5, J_7, J_8].$$

### РЕЗУЛЬТАТЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ

Для подтверждения корректности созданной математической модели было проведено моделирование обработки в академической версии программы Fanuc ROBOGUIDE [20]. С этой целью была спроектирована деталь и траектория движения рабочего органа, которые показаны на рис. 3.



а



б

Рис. 3. Моделирование обработки в Fanuc ROBOGUIDE: а – эскиз детали и траектории; б – сгенерированная траектория

На рис. 4 показан виртуальный роботизированный технологический комплекс, созданный в Fanuc ROBOGUIDE.

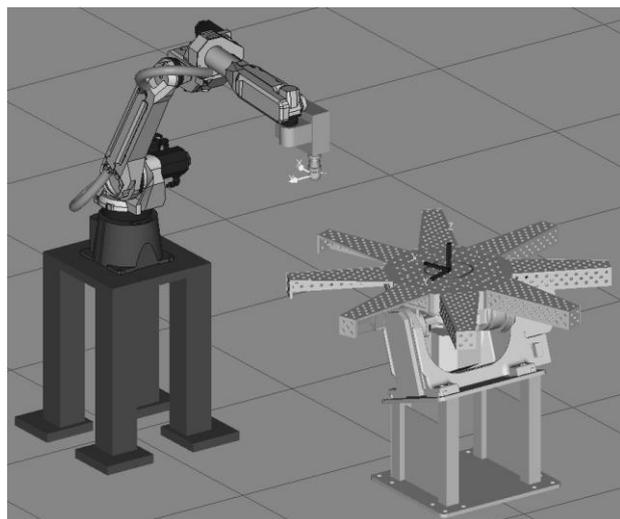


Рис. 4. Виртуальная модель роботизированного технологического комплекса

Далее была сгенерирована управляющая программа при зафиксированном позиционере. На рис. 5 показан фрагмент полученной УП.

```
P[3]{
  GP1:
    UF : 2, UT : 1,      CONFIG : 'N U T, 0, 0, 0',
    X = 12.181 mm,      Y = -266.934 mm,      Z = -79.979 mm,
    W = -90.000 deg,    P = 43.318 deg,      R = -160.000 deg
  GP2:
    UF : 0, UT : 1,
    J1= -20.000 deg,    J2= 0.000 deg
};
P[4]{
  GP1:
    UF : 2, UT : 1,      CONFIG : 'N U T, 0, 0, 0',
    X = 3.117 mm,       Y = -270.232 mm,      Z = 68.559 mm,
    W = -90.000 deg,    P = -10.448 deg,      R = -160.000 deg
  GP2:
    UF : 0, UT : 1,
    J1= -20.000 deg,    J2= 0.000 deg
};
P[5]{
  GP1:
    UF : 2, UT : 1,      CONFIG : 'N U T, 0, 0, 0',
    X = 37.319 mm,      Y = -364.202 mm,      Z = 68.559 mm,
    W = -90.000 deg,    P = -10.448 deg,      R = -160.000 deg
  GP2:
    UF : 0, UT : 1,
    J1= -20.000 deg,    J2= 0.000 deg
};
```

Рис. 5. Фрагмент УП

В программе MATLAB R2012b был создан исполняемый модуль, считывающий входной текстовый файл, производящий перерасчет координат и выдающий выходной текстовый файл. Структура записи входного и выходного файла:

$X_0$  – строка 6 координат начальной точки;

$X_1$  – строка 6 координат начальной точки;

$O_t$  – координаты СК инструмента относительно мировой СК;

$O_p$  – координаты СК позиционера относительно мировой СК.

После перерасчета координат УП имеет следующий вид (рис. 6).

```
P[3]{
  GP1:
    UF : 2, UT : 1,      CONFIG : 'N U T, 0, 0, 0',
    X = 112.551 mm,     Y = -230.663 mm,      Z = -109.204 mm,
    W = 90.000 deg,    P = 76.804 deg,      R = 19.498 deg
  GP2:
    UF : 0, UT : 1,
    J1= -19.498 deg,    J2= -54.684 deg
};
P[4]{
  GP1:
    UF : 2, UT : 1,      CONFIG : 'N U T, 0, 0, 0',
    X = 112.548 mm,     Y = -230.655 mm,      Z = -108.935 mm,
    W = 90.000 deg,    P = 48.069 deg,      R = 19.514 deg
  GP2:
    UF : 0, UT : 1,
    J1= -19.514 deg,    J2= -131.990 deg
};
P[5]{
  GP1:
    UF : 2, UT : 1,      CONFIG : 'N U T, 0, 0, 0',
    X = 145.952 mm,     Y = -324.911 mm,      Z = -108.935 mm,
    W = 90.000 deg,    P = 48.069 deg,      R = 19.514 deg
  GP2:
    UF : 0, UT : 1,
    J1= -19.514 deg,    J2= -131.990 deg
};
```

Рис. 6. Фрагмент пересчитанной УП

Далее новая УП загружается обратно в Fanuc ROBOGUIDE, где происходит повторная симуляция процесса обработки с целью верификации корректности пересчета координат.

## ОБСУЖДЕНИЕ

На данном комплексе деталь можно обработать двумя способами: за счет одного лишь движения робота, координирующего положение наплавочной головы, либо с вовлечением в работу позиционера, позволяющего задействовать львиную долю перемещений, что позволяет роботу снизить количество движений и, тем самым, уменьшить ошибки позиционирования.

Как показано на рис. 3, стол с позиционером смещен относительно робота. Это позволяет увеличить диаметр выращиваемых деталей за счет того, что оптимальная зона работы робота лежит в одной из четвертей рабочей зоны позиционера. Максимальный диаметр выращиваемых деталей составляет 2000 мм.

Поскольку УП для выращивания сложнопрофильных деталей имеют намного больший объем по сравнению с УП при палетировании, контроллер робота зачастую не может обработать такие программы. Поэтому дальнейшая разработка в области оптимизации будет идти на сокращение объема управляющей программы за счет использования циклов и подпрограмм.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной статье представлены результаты разработки математической модели, учитывающей совместную работу шестиосевого робота-манипулятора и двухосевого позиционера. В программе Fanuc ROBOGUIDE был смоделирован роботизированный технологический комплекс, на котором происходила симуляция отработки управляющих программ. Кроме этого, модель предполагает учет точности, задаваемой пользователем, что позволяет рационализировать перерасчет координат и регулировать степень вовлеченности позиционера при выполнении управляющей программы. В результате перерасчета координат наибольшее время в работе будет задейство-

ван позиционер, в то время как робот-манипулятор совершает перемещения сопла корректирующие отклонения от траектории движения по дуге позиционера.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Nof S. Y.** Handbook of Industrial Robotics. 2nd ed. New York: John Wiley & Sons, 1999. P. 1378. [ S. Y. Nof, *Handbook of Industrial Robotics. 2nd ed.* New York: John Wiley & Sons, 1999. ]
2. **Филаретов В. Ф., Зуев А. В., Губанков А. С.** Управление манипуляторами при выполнении различных технологических операций. Москва: Наука, 2018. 229 с. [ V. F. Filaretov, A. V. Zuev, A. S. Gubankov, *Manipulators control when performing various technological operations*, (in Russian). Moscow: Nauka, 2018. ]
3. **Иванов А. А.** Промышленные роботы в сварочном производстве // Сборка в машиностроении, приборостроении. 2013. № 4. С. 22–25. [ A. A. Ivanov, "Industrial robots in welding production" in *Innovative mechanical engineering*", (in Russian), in *Sborka v mashinostroenii, priborostroenii*, no. 4, pp. 22-25, 2013. ]
4. **Габитов Р. Р., Хабибуллин И. И.** Оценка возможности роботизированной сварки корпуса опоры турбины низкого давления // Молодежный Вестник УГАТУ. 2020. № 2 (23). С. 19–22. [ R. R. Gabitov, I. I. Khabibullin, "Assessment of the possibility of robotic welding of the low-pressure turbine support body", (in Russian), in *Molodezhnyj Vestnik UGATU*, no. 2 (23), pp. 19-22, 2020. ]
5. **Дробина Е. А.** Интеллектуальная система управления роботизированным покрасочным комплексом // Инновационное развитие науки и образования: сб. статей IX Международной научно-практической конференции: в 2 ч. Пенза, 2020. С. 93–95. [ E. A. Drobina, "Intelligent control system of a robotic-controlled painting complex", (in Russian), in *Innovative development of science and education: collection of articles of the IX International scientific-practical conference: in 2 parts*. Penza, 2020, pp. 93-95. ]
6. **Козырев Ю. Г.** Применение промышленных роботов: учебное пособие. М.: КНОРУС, 2010. 488 с. [ Y. G. Kozurev, *Application of industrial robots*, (in Russian). Moscow: KNORUS, 2010. ]
7. **Robotic-Assisted Surgery.** [Электронный ресурс]. URL: <https://www.intuitive.com/en-us> (дата обращения 15.09.2020). [Robotic-Assisted Surgery (2020, Sep. 15). [Online]. Available: <https://www.intuitive.com/en-us> ]
8. **Cvitanic T., Nguyen V., Melkote S. N.** Pose optimization in robotic machining using static and dynamic stiffness models // Robotics and Computer Integrated Manufacturing. 2020. Vol. 66. P. 17. [ T. Cvitanic, V. Nguyen, S. N. Melkote, "Pose optimization in robotic machining using static and dynamic stiffness models", in *Robotics and Computer Integrated Manufacturing*, vol. 66, p. 17, 2020. ]
9. **Балыкин А. В., Деменок В. А., Курбатов В. П.** Влияние обработки фрезерованием на поверхностный слой титанового сплава VT20, полученного методом прямого лазерного выращивания // Современные наукоемкие технологии. 2018. № 6. С. 14–19. [ A. V. Balyakin, V. A. Demenok, V. P. Kurbatov, "Influence of processing by milling on the surface layer of titanium alloy VT20 obtained by the method of direct laser growth", (in Russian), in *Sovremennye naukoemkie tekhnologii*, no. 6, pp. 14-19, 2018. ]
10. **Novel hybrid robot and its processes for precision polishing of freeform surfaces / P. Xu, et al.** // Precision Engineering. 2020. Vol. 64. Pp. 53-62. [ P. Xu, et al., "Novel hybrid robot and its processes for precision polishing of freeform surfaces", in *Precision Engineering*, vol. 64, pp. 53-62, 2020. ]
11. **Институт лазерных и сварочных технологий.** [Электронный ресурс]. URL: <http://ilwt-stu.ru> (дата обращения 16.09.2020). [ Institute of Laser and Welding Technologies (2020, Sep. 16). [Online]. Available: <http://ilwt-stu.ru> ]
12. **Khaimovich A. I., Stepanenko I. S., Smelov V. G.** Optimization of selective laser melting by evaluation method of multiple quality characteristics // IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. 2018. Vol. 302. P. 7. [ A. I. Khaimovich, I. S. Stepanenko, V. G. Smelov, "Optimization of selective laser melting by evaluation method of multiple quality characteristics", in *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*, vol. 302, p. 7, 2018. ]
13. **Создание технологии высокоскоростного изготовления деталей и компонентов авиационных двигателей методами гетерофазной порошковой металлургии / С. П. Мурзин [и др.]** // Отчет III о составной части прикладных научных исследованиях и экспериментальных разработках. Самара, 2016. 233 с. [ S. P. Murzin, et al., "Creation of technology for high-speed manufacturing of parts and components of aircraft engines by methods of heterophase powder metallurgy", (in Russian), in *Report III on the component of applied research and experimental development*. Samara, 2016, 233 p. ]
14. **Глухов В. В., Туричин Г. А.** Экономическая эффективность технологии прямого лазерного выращивания в промышленности // Теоретические основы формирования промышленной политики. СПб.: Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого, 2015. С. 176–190. [ V. V. Glukhov, G. A. Turichin, "Economic efficiency of direct laser sintering technology in industry", (in Russian), in *Theoretical foundations of industrial policy formation*. St. Petersburg: Sankt-Peterburgskij politekhnicheskij universitet Petra Veliko-go, 2015. ]
15. **Применение технологии прямого лазерного выращивания для изготовления образцов из нержавеющей стали и исследование их механических свойств / Д. П. Быковский [и др.]** // Аддитивные технологии: настоящее и будущее: сб. докл. II Международной конференции. Москва, 2016. С. 30. [ D. P. Bykovsky, et al., "Application of direct laser sintering technology for the manufacture of stainless steel samples and investigation of their mechanical properties", (in Russian), in *Additive technologies: present and future, collection of reports of the II International conference*. Moscow, 2016, p. 30. ]
16. **CAD/CAM/CAE Observer #6 (50) / 2009.** [Электронный ресурс]. URL: <http://www.cadcamcae.lv> (дата обращения 16.09.2020) [ CAD/CAM/CAE Observer #6 (50) / 2009 (2020, Sep. 16). [Online]. Available: <http://www.cadcamcae.lv> ]
17. **Зенкевич С. Л., Ющенко А. С.** Основы управления манипуляционными роботами. М.: МГТУ, 2000. 400 с. [ S. L. Zenkevich, A. S. Yushchenko, "Fundamentals of manipulation robots control", (in Russian). Moscow: MGTU, 2000. ]
18. **Smoothness-oriented path optimization for robotic milling processes / J. Peng, et al.** // Science China Technologi-

cal Sciences, 2020. P. 15. [J. Peng, *et al.*, "Smoothness-oriented path optimization for robotic milling processes", in *Science China Technological Sciences*, p. 15, 2020. ]

19. **Modelling** the dynamics of industrial robots for milling operations / H. Huynh, *et al.* // *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*. 2020. Vol. 61. P. 16. [H. Huynh, *et al.*, "Modelling the dynamics of industrial robots for milling operations", in *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*, vol. 61, p. 16, 2020. ]

20. **Шаньгин Е. С.** Управление роботами и робототехническими системами. Уфа: РИК УГАТУ, 2005. 188 с. [E. S. Shan-gin, *Control of robots and robotic systems*, (in Russian). Ufa: RIK UGATU, 2005. ]

21. **Fanuc** Roboguide. [Электронный ресурс]. URL: <https://www.fanuc.eu/ru/ru/роботы/принадлежности/roboguide> (дата обращения 17.09.2020). [Fanuc Roboguide (2020, Sep. 17). [Online]. Available: <https://www.fanuc.eu/ru/ru/роботы/принадлежности/roboguide> ]

#### ОБ АВТОРАХ

**ОЛЕЙНИК Максим Андреевич**, маг. каф. технологий производства двигателей. Дипл. констр.-технол. (Самарский университет, 2019). Готовит дис. об оптимизации формообразующих операций с использованием промышленных роботов.

**ХАЙМОВИЧ Александр Исаакович**, зав. каф. технологий производства двигателей. Д-р техн. наук.

**БАЛЯКИН Андрей Владимирович**, ст. преп. каф. технологий производства двигателей. Дипл. инж.-технол. (СГАУ, 2005). Иссл. в обл. CAD/CAM-систем и автоматизации производства.

**ЩЕДРИН Евгений Юрьевич**, гл. сварщик ПАО «Кузнецов», асп. каф. технологий производства двигателей. Дипл. констр.-технол. (СамГТУ, 2005). Иссл. в обл. технологии прямого лазерного сплавления жаропрочных материалов.

#### METADATA

**Title:** Mathematical model of kinematics of an industrial robot equipped with a two-axis positioner.

**Authors:** M. A. Oleynik<sup>1</sup>, A. I. Khaimovich<sup>2</sup>, A. V. Balyakin<sup>3</sup>, E. Y. Shchedrin<sup>4</sup>

**Affiliation:**

<sup>1-3</sup> Samara National Research University, Russia.

<sup>4</sup> PJSC "Kuznetsov", Russia.

**Email:** <sup>1</sup>realracing163@gmail.com <sup>2</sup>berill\_samara@bk.ru, <sup>3</sup>a\_balik@mail.ru, <sup>4</sup>chiefwelder24@yandex.ru

**Language:** Russian.

**Source:** Vestnik UGATU (scientific journal of Ufa State Aviation Technical University), vol. 25, no. 1 (91), pp. 77-84, 2021. ISSN 2225-2789 (Online), ISSN 1992-6502 (Print).

**Abstract:** The paper deals with the issue of optimization of movements in additive manufacturing using direct laser growth of parts. The developed mathematical model is described, which takes into account the joint work of a six-axis robot manipulator and a two-axis positioner. The algorithm for calculating motion based on the relative position of two adjacent points of the working tool trajectory relative to the rotary axis of the positioner with the specified accuracy is described. Simulation of processing is car-

ried out both when working only with the manipulator and when working together, and control programs with recalculated coordinates and rotation angles of the positioner are obtained.

**Key words:** industrial robot; tilt-and-turn device; direct laser sintering; optimization; inverse kinematics problem.

**About authors:**

**OLEYNIK, Maxim Andreevich**, Master student of the Dept. of engine production technologies.

**KHAIMOVICH, Alexander Isaakovich**, Head of the Dept. of engine production technologies, PhD.

**BALYAKIN, Andrey Vladimirovich**, Senior lecturer of the Dept. of engine production technologies.

**SHCHEDRIN, Evgeny Yurievich**, Chief welder of PJSC "Kuznetsov", post-graduate student of the Dept. of engine production technologies.