ISSN 1992-6502 (Print)
2021. Т. 25, № 2 (92). С. 81–85
Вестник УГАТУ
ISSN 2225-2789 (Online)
http://journal.ugatu.ac.ru

УДК 681.51

Исследование устойчивости многосвязных систем автоматического управления на основе декомпозиции и частотных методов

Б. Г. Ильясов[1], Г. А. Саитова[2]

[1] ilyasov@ugatu.su, [2] saitova@bk.ru

ФГБОУ ВО «Уфимский государственный авиационный технический университет» (УГАТУ)

Поступила в редакцию 24.03.2021

Аннотация. Рассмотрен научный подход к исследованию устойчивости многосвязных систем автоматического управления, основанный на структурно-функциональной декомпозиции системы и изучающий ее свойства с применением частотных методов. Эта теория основана на идеях академика Б. Н. Петрова, как продолжение его ранее высказанных идей, положенных в основу классической теории автоматического управления. В статье приводятся некоторые основные научные результаты в рамках парадигмы Б. Н. Петрова, раскрывающие как новые свойства МСАУ, так и новые подходы к их изучению.

Ключевые слова: многосвязная система; декомпозиция; частотные методы; линейная система; нелинейная система.

ВВЕДЕНИЕ

В первой половине XX века появились в эксплуатации сложные динамические объекты (СДО) (самолет, энергетические и двигательные установки, электротехнические установки, сложные технологические процессы в нефтехимической, машиностроительной и других отраслях промышленности), которые требовали автоматического управления несколькими выходными координатами путем воздействия на некоторое количество управляющих органов объекта. Это привело к созданию нового класса управляемых систем – многосвязных систем автоматического управления (МСАУ) СДО.

Особенность этого класса систем заключалась в том, что каждая подсистема, стремясь поддержать в автоматическом режиме заданное значение своей выходной координаты, неизбежно оказывала влияние на работу других подсистем в силу тех физических процессов (аэродинамических, газодинамических, электрических, химических, тепловых и т.д.), которые протекали в объекте управления и связывали эти подсистемы. Исследование нового класса систем стало практической потребностью, а перед теорией автоматического управления возникли новые сложные задачи.

Существует несколько парадигм исследования МСАУ, основанных на различных формах описания МСАУ. Одна из них в виде новой формы описания МСАУ через физические характеристики подсистем и многомерные характеристики связей была представлена в докладах Академии наук СССР [1]. Идея Б. Н. Петрова основана на структурно-функциональной декомпозиции МСАУ СДО на физические подсистемы и многомерные связи между ними с привлечением частотных методов для изучения их свойств. Главная цель заключалась в сохранении физичности структуры и всех преобразований, чтобы инженер-проектировщик точно знал, какие его вносимые изменения будут способствовать улучшению динамических свойств МСАУ.

Поэтому авторы статьи хотели бы подчеркнуть практические достоинства парадигмы Б. Н. Петрова при проектировании и изучении свойств устойчивости МСАУ СДО.

АНАЛИЗ УСТОЙЧИВОСТИ ЛИНЕЙНЫХ МСАУ НА ОСНОВЕ ПАРАДИГМЫ Б.Н. ПЕТРОВА

Описание МСАУ через многомерные характеристики связей и индивидуальные характеристики подсистем предложено в работах [2–4]. Применяя численные и частотные методы, можно решить уравнение более сложного вида и высокого порядка. Отметим, что данный подход позволил на практике впервые оценивать устойчивость проектируемых трехсвязных САУ газотурбинных двигателей сверхзвуковых ЛА на основе их математических моделей [2, 3].

Основываясь на полученные результаты, были впервые сформулированы закономерности для МСАУ, состоящей из связанных устойчивых идентичных подсистем, что позволило оценить устойчивость МСАУ в целом.

Условия статической устойчивости данного класса МСАУ одновременно являются и условием ее структурной устойчивости, так как при нарушении этих условий МСАУ нельзя сделать устойчивой за счет изменения параметров подсистем.

Если в составе МСАУ появится структурно-неустойчивая подсистема, то это будет достаточным условием структурной неустойчивости всей МСАУ, в которой все подсистемы связаны друг с другом по выходным координатам численными коэффициентами связи, ибо изменение коэффициентов связи не позволяет в этом случае восстановить структурную устойчивость МСАУ в целом.

Понятие уравнения многомерных связей через многомерные коэффициенты связей в парадигме Б. Н. Петрова было введено впервые.

В качестве индивидуальной характеристики (ИХ) i-й подсистемы рассматривается характеристика:

$$\Phi_i(s) = \frac{x_i(s)}{x_i^o(s)} = \frac{R_i(s)W_{ii}(s)}{1 + R_i(s)W_{ii}(s)},$$

где $W(s) = \|W_{ij}(s)\|_{n\times n}$ – матричная передаточная функция (МПФ) многомерного объекта по управляющим воздействиям, $R(s) = diag\{R_1(s), R_2(s), ..., R_n(s)\}$ – МПФ сепаратных регуляторов.

Если все сепаратные подсистемы идентичны, то есть для всех $i \in \overline{1,n}$, $\Phi_i(s) = \Phi(s)$.

Характеристикой *связи* (ХС) между k подсистемами в полной МСАУ, состоящей из n подсистем и имеющей математическую модель (1), является значение:

$$h_k(s) = \frac{\det\left[W_{ij}(s)\gamma_{ij}\right]_{k\times k}}{\det\left[W_{ij}(s)\delta_{ij}\right]_{k\times k}}, \; k = \overline{2,n},$$

$$\gamma_{ij} = \begin{cases} 0, \, i = j, \\ 1, \, i \neq j, \end{cases} \quad \delta_{ij} = \begin{cases} 1, \, i = j, \\ 0, \, i \neq j, \end{cases} \quad i, j = \overline{2,n}.$$

Характеристическое уравнение такой МСАУ имеет вид:

$$1 + h_2\Phi^2(s) + h_3\Phi^3(s) + ... + h_n\Phi^n(s) = 0.$$

Уравнение связи получается подстановкой $\Phi(s) = x$.

$$D(s,x) = 1 + h_2x^2 + ... + h_nx^n = 0. \qquad (1)$$

Критерий устойчивости 1.

Для динамической устойчивости МСАУ, в которой идентичные подсистемы жестко связаны друг с другом по выходным координатам, необходимо и достаточно, чтобы соответствующая индивидуальная амплитудно-фазовая частотная характеристика подсистемы $\Phi(j\omega)$ при изменении ω от 0 до $+\infty$, построенный на плоскости корней уравнения связи (1), не охватывал ни один из его корней (критических точек) [4].

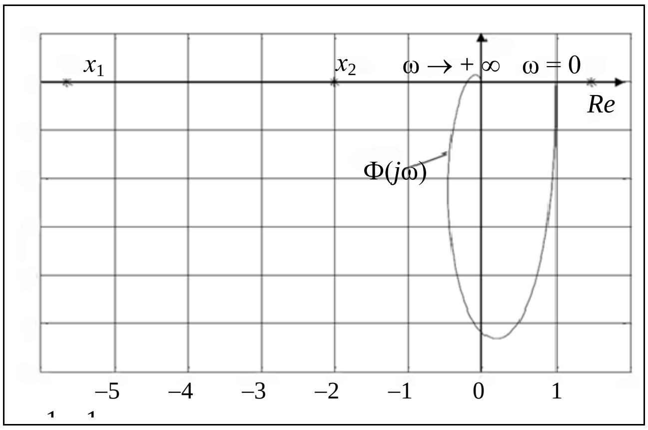

Рис. 1. Амплитудно-фазовая характеристика подсистем $\Phi(j\omega)$ и корни уравнения связи x_i. Расположение корней * соответствует устойчивой системе

Если $\Phi(s) = 1/M(s)$, где $M(s)$ есть характеристический полином подсистемы, то характеристическое уравнение МСАУ будет иметь вид:

$$D(M, h) = M^{n}(s) + h_2 M^{n-2}(s) + $$
$$+ h_3 M^{n-3}(s) + \ldots + h_{n-1}M(s) + h_n = 0.$$

Из характеристического уравнения заменой $M(s)$ на z получаем уравнение связи:

$$D(h, z) = z^n + h_2 z^{n-2} + h_3 z^{n-3} + \ldots + h_n = 0. \quad (2)$$

Критерий устойчивости 2.

Для динамической устойчивости МСАУ, необходимо и достаточно, чтобы характеристический полином подсистемы $M(j\omega)$ Михайлова при изменении ω от 0 до +∞, построенный на плоскости корней уравнения связи (2), охватывал все критические точки уравнения связи (2) [5–6].

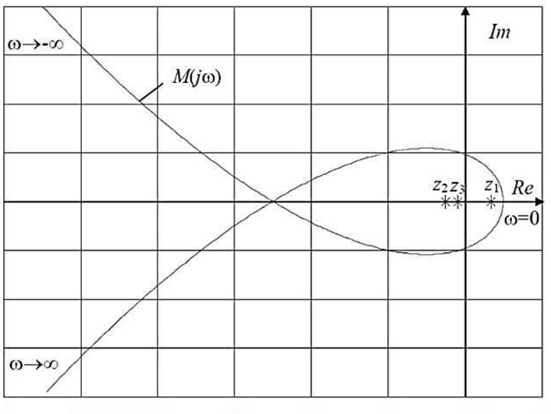

Рис. 2. Характеристический полином подсистемы $M(j\omega)$ Михайлова и корни уравнения связи z_i. Расположение корней * соответствует устойчивой системе

Введем переменную $W_\text{p} = R(s)W(s)$, которая обозначает разомкнутую подсистему и перепишем относительно нее характеристическое уравнение:

$$D(W,h) = \binom{n}{0} + \binom{n}{1} W_\text{p}(s) + (\binom{n}{2} + h_2) W_\text{p}^{\,2}(s) + \ldots$$
$$\ldots + (\binom{n}{n} + \sum_{i=1}^{n} h_i) W_\text{p}^{\,n}(s) = 0,$$

Уравнение связи относительно переменной $W_\text{p} = x$:

$$D(x) = \binom{n}{0} + \binom{n}{1} x + (\binom{n}{2} + h_2) x^2 + \ldots$$
$$\ldots + (\binom{n}{n} + \sum_{i=1}^{n} h_i) x^n = 0, \quad (3)$$

Критерий устойчивости 3.

Для динамической устойчивости МСАУ необходимо и достаточно, чтобы характеристический полином от разомкнутой подсистемы $W(j\omega)$ при изменении ω от 0 до +∞, построенный на плоскости корней уравнения связи (3), не охватывал бы корни (критические точки) уравнения связи (3) [7].

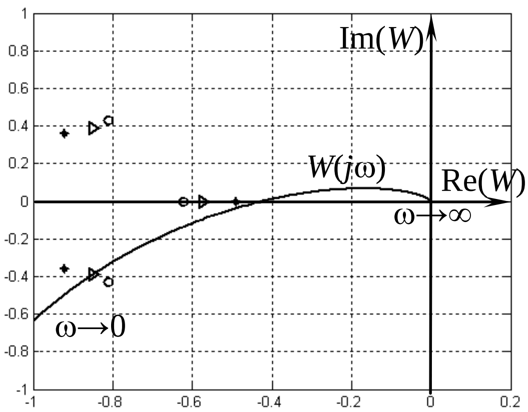

Рис. 3. Характеристический полином разомкнутой подсистемы $W(j\omega)$ и корни уравнения связи x_i. Корни соответствуют: * – *устойчивой системе;* ○ – *неустойчивой;* Δ – *системе, находящейся на границе устойчивости*

Преимущество характеристического уравнения, полученного относительно разомкнутых подсистем еще и в том, что по нему можно определить еще и устойчивость подсистем с помощью известного критерия Найквиста.

Таким образом, здесь видно, почему потеряла устойчивость вся система: из-за не-устойчивых подсистем или из-за влияния связей.

Для МСАУ с идентичными подсистемами введено понятие запасов устойчивости (по модулю и по фазе) как расстояния соответствующей частотной характеристики подсистемы на комплексной плоскости до ближайшей критической точки уравнений многомерных связей [6]. Данное положение справедливо и при наличии у идентичных подсистем элементов с чистым запаздыванием и для подсистем с цифровой управляющей частью.

ИССЛЕДОВАНИЕ СВОЙСТВ НЕЛИНЕЙНЫХ МСАУ

Данный подход может быть использован и для исследования свойств нелинейных МСАУ. Например, рассмотрим класс нелинейных МСАУ с идентичными подсистемами, которые содержат элементы с нелинейными статическими характеристиками. При этом связь между подсистемами осуществляется через многомерный объект управления, а все замкнутые контуры удовлетворяют условию фильтра.

Учитывая, что для гармонически линеаризованной МСАУ справедливы все вышеизложенные положения, можно сформулировать их для нелинейной МСАУ.

Для устойчивости положения равновесия нелинейной МСАУ с гармонически линеаризованными идентичными подсистемами необходимо и достаточно, чтобы при изменении ω от 0 до $\pm\infty$ характеристики подсистем $\Phi(j\omega, \alpha)$ не охватывали бы все критические точки, а характеристические полиномы $M(j\omega, \alpha)$ при варьировании амплитуды α в некотором диапазоне охватывали бы все критические точки соответствующих уравнений связи, не пересекая их [8].

В нелинейной МСАУ имеют место периодические движения, если либо характеристика $\Phi(j\omega, \alpha)$ или кривая Михайлова (характеристический полином подсистемы) $M(j\omega, \alpha)$ пересекают одну из критических точек соответствующих уравнений многомерных связей [8]. Далее, используя технологии классической теории управления, определяют частоту $\omega_{п}$ и амплитуду $\alpha_{п}$ периодических движений. После этого по направлению деформации кривых $\Phi(j\omega, \alpha)$ или $M(j\omega, \alpha)$ при увеличении амплитуды α и по вновь занимаемому их положению оценивают устойчивость периодических движений, как это делается в классической теории управления. Этот подход можно также использовать для анализа периодических движений в однотипной МСАУ с нечеткими регуляторами в сепаратных подсистемах.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, использование парадигмы Б. Н. Петрова, основанной на структурно-функциональной декомпозиции МСАУ и использовании частотных методов, позволяет расширить методы классической теории управления на класс линейных и нелинейных МСАУ, в том числе с элементами искусственного интеллекта, адаптивных, цифровых. Данный подход в теории многосвязных систем был предложен Б. Н. Петровым впервые и принципиально отличается от существующих подходов тем, что позволяет в процессе исследований сохранить физический смысл как каждого элемента подсистемы, так и каждого элемента связи и их роль в формировании свойств МСАУ.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Частотный** метод анализа и синтеза многомерных систем автоматического регулирования / Б. Н. Петров [и др.] // Доклады АН СССР. 1979. Т. 247, № 2. С. 304–307. [B. N. Petrov, *et al.,* “Frequency method of analysis and synthesis of multidimensional automatic control systems”, (in Russian), in *Doklady AN SSSR,* vol. 247, no. 2, pp. 304-307, 1979.]

2. **Проектирование** систем автоматического управления газотурбинных двигателей. Нормальные и нештатные режимы / под ред. Б. П. Петрова. М.: Машиностроение, 1981. 400 с. [B. N. Petrov (ed.), *Design of automatic control systems for gas turbine engines. Normal and non-staff modes,* (in Russian). Moscow: Mashinostroenie, 1981.]

3. **Оптимизация** многомерных систем управления газотурбинных двигателей летательных аппаратов / А.А. Шевяков [и др.]. Под общ. ред. А.А. Шевякова, Т. С. Мартьяновой. М.: Машиностроение, 1989. 256 с. [A. A. Shevyakov, *et al., Optimization of multidimensional control systems for gas turbine engines of aircraft,* (in Russian). A. A. Shevyakov, T. S. Mart'yanovoi (ed.). Moscow: Mashinostroenie, 1989.]

4. **Ильясов Б. Г., Кабальнов Ю. С.** Исследование устойчивости однотипных многосвязных систем автоматического управления с голономными связями между подсистемами // Автоматика и телемеханика. 1995. № 8. С. 82–90. [B. G. Il'yasov , Yu. S. Kabal'nov, “An investigation into the

stability of single-type multiply connected automatic control systems with holonomic ties between subsystems”, (in Russian), in *Avtomatika i telemekhanika,* no. 8, pp. 82-90, 1995. **]**

5. **Ильясов Б. Г., Саитова Г. А.** Анализ устойчивости динамических систем, представленных в полиномиальной векторно-матричной форме // Известия РАН. Теория и системы управления. 2018. № 2. С. 3–10. **[** B. G. Il'yasov , G. A. Saitova, “Stability analysis of dynamic systems in the polynomial vector-matrix representation”, (in Russian), in I*zvestiya RAN. Teoriya i sistemy upravleniya,* no. 2, pp. 3-10, 2018. **]**

6. **Ильясов Б. Г., Саитова Г. А.** Системный подход к исследованию многосвязных систем автоматического управления на основе частотных методов // Автоматика и телемеханика. 2013. № 3. С. 173–191. **[** *B. G. Il'yasov, G. A. Saitova, “*A systems approach to studying multiconnected automated control systems based on frequency methods”, (in Russian), in *Avtomatika i telemekhanika,* no. 3, pp. 173-191, 2013. **]**

7. **Ильясов Б. Г., Саитова Г. А., Елизарова А. В.** Исследование многосвязной системы управления с запаздыванием методом декомпозиции // Современные наукоемкие технологии. 2019. № 3-2. С. 177–181. **[** B. G. Iliasov, G. A. Saitova, A. V. Elizarova, “Investigation of multi-connected system of automatic control with delay decomposition method”, (in Russian), in *Sovremennyye naukoyemkiye tekhnologii,* no. 3-2, pp. 177-181, 2019. 2019. **]**

8. **Ильясов Б. Г., Саитова Г. А.** Исследование периодических движений в однотипных нелинейных многосвязных системах, представленных в полиномиальной векторно-матричной форме // Известия РАН. Теория и системы управления. 2020. № 2. С. 11–12. **[** B. G. Il'yasov, G. A. Saitova, “A study of periodic motions in homogeneous nonlinear multivariable systems written in the polynomial vector-matrix representation”, (in Russian), in *Izvestiya RAN. Teoriya i sistemy upravleniya,* no. 2, pp. 11-12, 2020. **]**

ОБ АВТОРАХ

ИЛЬЯСОВ Барый Галеевич, проф. каф. «Техническая кибернетика». Д-р техн. наук, проф. Иссл. в обл. многосвязных систем.

САИТОВА Гузель Асхатовна, доц. каф. «Техническая кибернетика» (УГАТУ, 1986). Канд. техн. наук, доц. (УГАТУ, 2003). Иссл. в обл. многосвязных систем.

METADATA

Title: Stability study of multi-coupled automatic control systems based on decomposition and frequency methods.

Authors: B. G. Il'yasov[1], G. A. Saitova[2]

Affiliation:

Ufa State Aviation Technical University (UGATU), Russia.

Email: [1]ilyasov@ugatu.su, [2]saitova@bk.ru

Language: Russian.

Source: Vestnik UGATU (scientific journal of Ufa State Aviation Technical University), vol. 25, no. 2 (92), pp. 81-85, 2021. ISSN 2225-2789 (Online), ISSN 1992-6502 (Print).

Abstract: The article considers a scientific approach to the study of the stability of multi-connected automatic control systems based on the structural-functional decomposition of the system and studying its properties using frequency methods. This theory is based on the ideas of academician B. N. Petrov, as a continuation of his previously expressed ideas, which formed the basis of the classical theory of automatic control. The article presents some of the main scientific results in the framework of the B, N paradigm. Petrov, revealing both new properties of ISAU and new approaches to their study.

Key words: multiply connected system; decomposition; frequency methods; linear system; nonlinear system.

About authors:

ILYASOV, Bariy Galeevich, Prof. dept. "Technical cybernetics". Dr. of Tech. Sci., Prof. Research in the field of multiply connected systems.

SAITOVA, Guzel Askhatovna, Assoc. prof. dept. "Technical cybernetics" (USATU, 1986). PhD., assoc. prof. (USATU, 2003). Research in the field of multi-connected systems.