

УДК 621.452.33

## ОСОБЕННОСТИ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ГТД НЕПРЯМОЙ РЕАКЦИИ

Ю.В. Зиненков<sup>1</sup>

<sup>1</sup>yura2105@mail.ru

Военный учебно-научный центр Военно-воздушных сил «Военно-воздушная академия имени профессора Н.Е. Жуковского и Ю.А. Гагарина» (г. Воронеж)

*Поступила в редакцию 07.09.2023*

**Аннотация.** В статье представлена разработанная математическая модель расчета параметров и характеристик ГТД непрямой реакции, которая реализована в программной среде и внедрена в общий алгоритм программного комплекса «Расчет тягово-экономических и удельно-массовых характеристик силовой установки и параметров движения летательного аппарата». При этом особое внимание уделено особенностям математического моделирования ГТД непрямой реакции относительно турбореактивных двигателей. Представлено описание математической процедуры для решения систем нелинейных алгебраических уравнений при определении параметров и характеристик силовой установки на нерасчетных режимах работы с использованием модифицированного метода Ньютона. Также показаны результаты верификации разработанной программы путем сравнения рассчитанных с ее помощью параметров и характеристик силовой установки на базе турбовинтового двигателя АИ 24ВТ с характеристиками, взятыми из технического описания, с подробным анализом качественного и количественного протекания дроссельных характеристик в соответствии с общепринятой теорией авиационных двигателей.

**Ключевые слова:** турбовинтовой двигатель, математическая модель, расходно-механические связи, система нелинейных алгебраических уравнений, метод Ньютона, работа воздушного винта, программа управления, дроссельные характеристики.

### ВВЕДЕНИЕ

На предварительных этапах проектирования авиационных силовых установок (СУ) необходимо проводить исследования по оценке эффективности разрабатываемой СУ в составе летательного аппарата (ЛА). Расчетные процедуры в таких исследованиях удобно выполнять с использованием специализированных программных комплексов (ПК), позволяющих автоматизировать вычисления. Соответственно, одним из требований к таким ПК является обеспечение автоматизированного расчета параметров и характеристик СУ и траекторных параметров движения ЛА по заданной программе полета при разовом вводе исходных данных. Из отечественных ПК, таким требованиям отвечают инструментально-программный комплекс «Самолет и двигатель» и программа «Расчет тягово-экономических и удельно-массовых характеристик СУ и параметров движения ЛА» [1]. С использованием данных ПК в авиационной отрасли решен ряд задач по оценке эффективности СУ различных схем по критериям ЛА самолета типа для обеспечения объектно-ориентированного научно-технического задела в интересах разработки отечественных авиационных двигателей [2, 3, 4]. При этом одним из ограничений для упомянутых выше ПК является расчет параметров и характеристик только ГТД прямой реакции.

Разработка новых самолетных ГТД непрямо́й реакции в нашей стране несколько последних десятилетий находилась в пассивном состоянии, так как потребности в новых турбовинтовых самолетах не было. В настоящее время бурное развитие отечественной беспилотной [5] и региональной авиации [6] показывает острую необходимость в разработке и создании самолетных ГТД непрямо́й реакции. В связи с этим появляется потребность в создании программно-аппаратных средств, обеспечивающих расчетно-теоретические исследования СУ с воздушными винтами (ВВ) в качестве движителей на базе различных двигателей, включая ГТД.

Следует отметить, что в ряде отечественных ПК для термогазодинамических расчетов авиационных двигателей, к примеру, «*ThermoGTE*» [7], «АСТРА» [8] и др., можно определить параметры и характеристики ГТД непрямо́й реакции, но для проведения исследований по оценке эффективности авиационных СУ в составе ЛА целесообразно использовать комплексные ПК, реализующие расчет самолета и двигателя в единой системе исходных данных и программно-аппаратном инструменте.

На основании вышесказанного перед автором поставлена актуальная научная и практическая задача по разработке математической модели (ММ) расчета параметров и характеристик ГТД непрямо́й реакции, ее реализации в программной среде и внедрении в общий алгоритм программы «Расчет тягово-экономических и удельно-массовых характеристик СУ и параметров движения ЛА».

При этом целью работы является повышение эффективности и достоверности расчетно-теоретических исследований по формированию предварительного технического облика СУ по критериям ЛА самолетного типа за счет расширения функциональных возможностей программы «Расчет тягово-экономических и удельно-массовых характеристик СУ и параметров движения ЛА» путем внедрения в ее алгоритм ММ расчета параметров и характеристик ГТД непрямо́й реакции.

Переходя к основной части работы, стоит отметить, что математическое моделирование ГТД непрямо́й реакции относительно турбореактивных двигателей (ТРД) имеет некоторые особенности, на которых ниже и будет сконцентрировано основное внимание.

#### МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ГТД НЕПРЯМО́Й РЕАКЦИИ

Наиболее простой схемой ГТД непрямо́й реакции является схема турбовинтового двигателя (ТВД) с одновальным газогенератором и общей турбиной. На рис. 1 показаны основные элементы такого ТВД (ВВ – воздушный винт; редуктор; ОК – осевой компрессор; КС – камера сгорания; ГТ – газовая турбина; РС – реактивное сопло) с характерными сечениями по тракту двигателя («н-н»; «в-в»; «к-к»; «г-г»; «тк-тк»; «т-т»; «кр-кр») для термодинамического расчета, а стрелками – расходные связи между его элементами (стрелки 1 и 2). Данную схему удобно использовать в процессе математического моделирования для описания взаимодействия элементов ТВД, построения алгоритма термодинамического расчета проточной части и формирования системы нелинейных алгебраических уравнений (СНАУ), описывающих условия совместной работы элементов моделируемой СУ.

Известно, что в ТВД реализован комбинированный способ создания тяги СУ – воздушным винтом и реактивным соплом в примерном соотношении  $(80 \div 90) \%$  к  $(20 \div 10) \%$  соответственно. Это обуславливает первую особенность математического моделирования ТВД, заключающуюся в определении работы, передаваемой на ВВ  $L_{ВВ}$ . Опишем эту особенность с позиции построения ММ СУ.

При математическом моделировании ТВД расчет термодинамических параметров и площадей характерных сечений проточной части до сечения «г-г» (см. рис. 1) мало отличается от расчета ТРД. А именно, задавшись условиями на входе в двигатель (в сечении «н-н»), необходимо рассчитать параметры на входе в двигатель, но с учетом того, что потери полного давления воздуха во входном устройстве из-за предварительного наддува от воздействия ВВ практически отсутствуют. Далее стандартно рассчитываются параметры ОК и КС, а вот расчет параметров ГТ в ТВД уже имеет свои отличия относительно ТРД, так как именно ГТ создает работу для вращения ВВ  $L_{ВВ}$ , для определения которой требуется выполнить следующее.

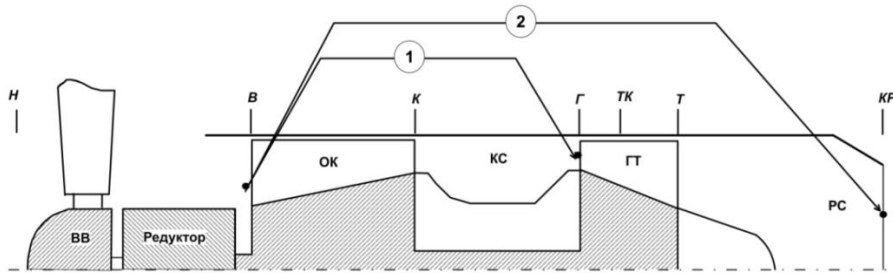


Рис. 1. Схема ТВД с одновальным газогенератором и общей турбиной

В проточной части ГТ необходимо обозначить произвольное сечение (в нашем случае «тк-тк»), которое условно разделяет турбину на часть, вырабатывающую работу для потребления (привода) ОК  $L_{ТК}$ , и часть, вырабатывающую избыточную работу, которая потребляется ВВ  $L_{СТ}$  (работа условной свободной турбины). На основании такого условия работу ГТ можно представить следующим выражением:

$$L_T = L_{ТК} + L_{СТ} \quad (1)$$

При этом  $L_{ТК}$  однозначно определяется через работу ОК  $L_K$  ( $L_{СТ} = f(\pi_{СТ}^*)$ ), которая находится при расчете его параметров. А работу  $L_{СТ}$ , в свою очередь, можно однозначно определить через степень понижения давления  $\pi_{СТ}^*$ , задав условие полного расширения газа за турбиной

$$\pi_{СТ}^* = \frac{P_{СТ}^*}{P_H} \quad (2)$$

Далее, представив  $L_{СТ}$  как сумму работ ВВ  $L_{ВВ}$  и свободной работы  $L_{СВ}$ , которая может быть реализована в реактивном сопле:

$$L_{СТ} = L_{ВВ} + L_{СВ}, \quad (3)$$

и введя коэффициент  $\chi$ , обозначающий долю работы, которая передается на ВВ:

$$\chi = \frac{L_{ВВ}}{L_{СТ}}, \quad (4)$$

можно определить работу  $L_{ВВ}$ , используя простое выражение:

$$L_{ВВ} = \chi L_{СТ}, \quad (5)$$

Существуют и другие способы определения работы  $L_{ВВ}$ , например, через определение оптимальной скорости истечения газа из сопла, но в рамках поставленной задачи целесообразно использовать вышеописанный способ.

Следующая особенность математического моделирования ТВД появляется при определении параметров и характеристик СУ на нерасчетных режимах работы, заключающаяся во введении предположения, что вся избыточная мощность на выводном валу двигателя потребляется ВВ. Исходя из этого, условие совместной работы по балансу мощностей между элементами ТВД не рассчитывается, а по умолчанию поддерживается посредством подбора угла установки лопасти ВВ  $\varphi_{ВВ}$  под текущие значения высоты и скорости полета и мощности на валу двигателя  $N_e$ .

В целом определение характеристик ТВД основано на известном подходе путем решения СНАУ численным методом Ньютона, геометрическая интерпретация которого продемонстрирована на рис. 2, а.

Следует отметить, что СНАУ, описывающую условия совместной работы элементов авиационной СУ, нельзя решить аналитически, поэтому для определения производной функции  $f(x_i)$  используют численное дифференцирование, при котором касательная к функции заменяется секущей, проведенной на малом отрезке  $\Delta x$ , а значение производной вычисляется по выражению [9]:

$$f'(x_i) = \frac{f(x_i + \Delta x) - f(x_i)}{\Delta x}. \quad (6)$$

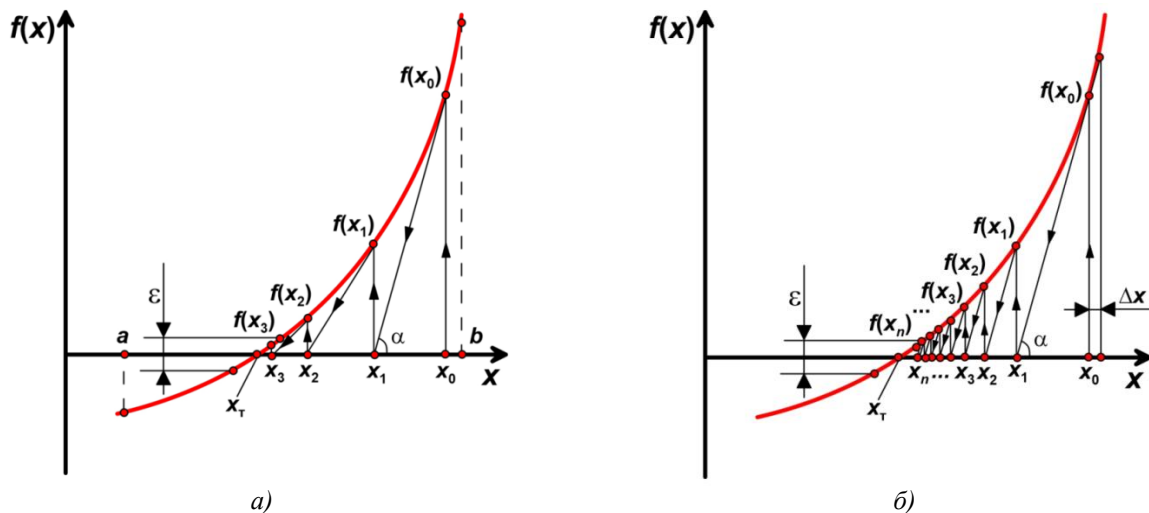


Рис. 2. Геометрическая интерпретация последовательных приближений определения искомой величины  $x_T$ : а) численным методом Ньютона; б) модифицированным методом Ньютона.

В процессе определения всего поля высотно-скоростных (ВСХ) и дроссельных характеристик (ДХ) СУ расчет СНАУ выполняется тысячи раз, а при выполнении оптимизации параметров СУ – на несколько порядков больше. При этом каждый раз процедурно вызывается подпрограмма решения СНАУ методом Ньютона, поэтому для сокращения времени, затраченного на вычисление производных, принято использовать модифицированный метод Ньютона (рис. 2, б).

Суть его заключается в том, что производная определяется только один раз в точке начального приближения  $x_0$ , то есть определяется тангенс угла наклона к оси абсцисс  $\operatorname{tg} \alpha$ , а далее, касательные проводятся под тем же углом  $\alpha$  и каждое последующее приближение вычисляется по выражению [9]:

$$x_i = \operatorname{tg} \alpha \cdot f(x_{i-1}). \quad (7)$$

Процесс решения выполняется до тех пор, пока не будет выполнено условие [9]:

$$|f(x_i)| \leq \varepsilon, \quad (8)$$

где  $\varepsilon$  – заданная точность определения искомой величины  $x_T$ .

Для определения характеристик СУ в первую очередь необходимо задать режимный параметр, в качестве которого для ТВД, как правило, используется температура газа перед турбиной  $T_T^*$ . Далее следует определить неизвестные параметры рабочего процесса (их количество и тип зависят от конкретной схемы ГТД), которые необходимо найти посредством формирования и решения СНАУ.

К примеру, для рассматриваемой в данной работе схемы ТВД (см. рис. 1) неизвестными параметрами являются:  $x_1$  – газодинамическая функция  $\Pi(\lambda)$ , обозначающая отношение статического давления воздуха  $p_k$  к давлению адиабатически заторможенного потока  $p_k^*$  [10], и  $x_2$  – степень понижения давления в ГТ  $\pi_T^*$ . Для определения неизвестных  $x_1$  и  $x_2$  СНАУ будет состоять, соответственно, из двух уравнений, описывающих баланс расходов (стрелки 1, 2 на рис. 1) между элементами ТВД:

$$\begin{cases} f(x_1) = 1 - \frac{G_T}{G_B - G_{отб} - G_{охл} + G_T} \\ f(x_2) = 1 - \frac{G_{кр}}{G_B - G_{отб} - G_{охл} + G_T + G_{охл}} \end{cases} \quad (9)$$

Решение системы (9) для всех искомых значений параметров рабочего процесса, рассчитываемого ТВД в зависимости от условий на входе и режима работы двигателя (РРД) в итоге обеспечит получение ВСХ и ДХ в заданном диапазоне высот и скоростей полета ЛА.

Следующей особенностью математического моделирования ТВД является формирование его программы управления (ПУ). Из теории авиационных двигателей известно [11], что управляющими факторами (УФ) в ТВД являются расход топлива в КС  $G_T$  и угол установки лопасти ВВ  $\varphi_B$ . Для данных УФ управляемыми параметрами (УП) являются температура газа перед ГТ  $T_G^*$  и частота вращения ротора ВВ  $n_B$  соответственно. Причем особенностью ПУ авиационных ТВД является поддержание постоянным значения  $n_B$  в полете. Для корректного учета предельно-допустимых значений контрольных параметров рабочего процесса СУ необходимо ввести систему ограничений по газодинамической устойчивости и прочности элементов ТВД. В выражении (10) приведена система ограничений предельно-допустимых значений контрольных параметров рабочего процесса для всех схем ГТД непрямої реакции, реализованных в описываемой ММ:

$$\left\{ \begin{array}{l} f(x_1) = 1 - \frac{n_{\text{пр.нд}}}{n_{\text{пр.нд.мах}}} \\ f(x_2) = 1 - \frac{n_{\text{нд}}}{n_{\text{нд.мах}}} \\ f(x_3) = 1 - \frac{n_{\text{вд}}}{n_{\text{вд.мах}}} \\ f(x_4) = 1 - \frac{n_{\text{ст}}}{n_{\text{ст.мах}}} \\ f(x_5) = 1 - \frac{T_G^*}{T_{G,\text{мах}}^*} \\ f(x_6) = 1 - \frac{N_e}{N_{e,\text{мах}}} \\ f(x_7) = 1 - \frac{\Delta K_{y,\text{мин}}}{K_y} \end{array} \right. \quad (10)$$

где  $n_{\text{пр.нд}}$  – приведенная частота вращения ротора низкого давления;  $n_{\text{пр.нд.мах}}$  – максимальная приведенная частота вращения ротора низкого давления;  $n_{\text{нд}}$  – частота вращения ротора низкого давления;  $n_{\text{нд.мах}}$  – максимальная частота вращения ротора низкого давления;  $n_{\text{вд}}$  – частота вращения ротора высокого давления;  $n_{\text{вд.мах}}$  – максимальная частота вращения ротора высокого давления;  $n_{\text{ст}}$  – частота вращения свободной турбины;  $n_{\text{ст.мах}}$  – максимальная частота вращения свободной турбины;  $T_G^*$  – температура газа перед ГТ;  $T_{G,\text{мах}}^*$  – максимальная температура газа перед ГТ;  $N_e$  – мощность на валу ТВД;  $N_{e,\text{мах}}$  – максимальная мощность на валу ТВД;  $\Delta K_{y,\text{мин}}$  – минимальный запас газодинамической устойчивости компрессора;  $\Delta K_y$  – запас газодинамической устойчивости компрессора.

В итоге, задавшись системами УФ, УП и ограничений, можно сформировать ПУ, которая будет поддерживать заданные значения  $T_G^*$  посредством  $G_T$ , а  $n_B$  – посредством  $\varphi_B$ , в зависимости от температуры воздуха на входе в СУ  $T_B$ . Для примера на рис. 3 продемонстрирована ПУ ТВД с одновальным газогенератором и свободной турбиной.

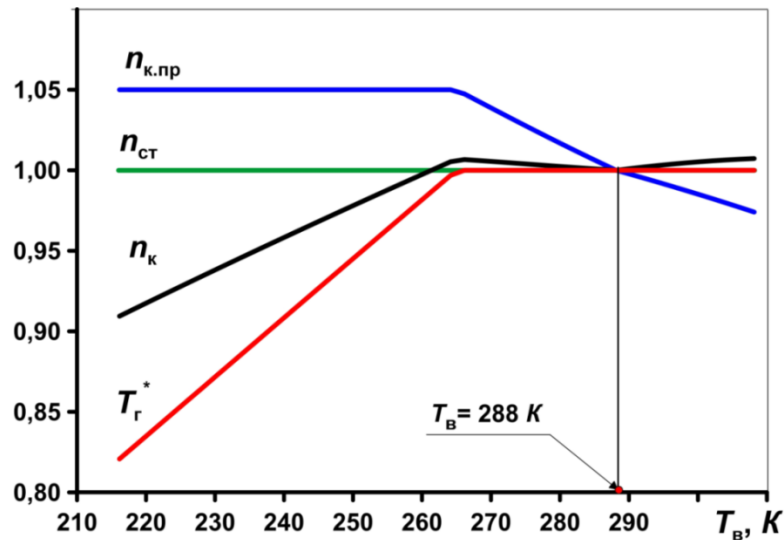


Рис. 3. Программа управления ТВД с одновальным газогенератором и свободной турбиной

Анализ рис. 3 показывает, что ПУ СУ при уменьшении  $T_B$  обеспечивает поддержание постоянным значения  $T_G^*$  до того момента, когда запас газодинамической устойчивости ОК становится минимальным. Далее ПУ начинает поддерживать постоянным значение приведенной частоты вращения ротора компрессора  $n_{к.пр}$ , а значения  $T_G^*$  и частоты вращения ротора компрессора  $n_k$  начинают снижаться. При этом во всем диапазоне изменения  $T_B$ , значение  $n_{ст}$  поддерживается постоянным.

Следующая особенность, которая будет раскрыта, относится не только к математическому моделированию ГТД непрямой реакции, а характеризует общий подход к моделированию СУ, реализованный в программе «Расчет тягово-экономических и удельно-массовых характеристик СУ и параметров движения ЛА». Данная особенность обусловлена комплексным подходом к математическому моделированию самолета и двигателя, при котором в процессе расчета траекторных параметров движения ЛА необходимо иметь значения тяги и расхода топлива СУ на дроссельных РРД в заданном диапазоне высот и скоростей полета. При этом определение тяги должно выполняться автоматически, исходя из условий полета без ввода дополнительных данных.

Реализовано это следующим образом. По рассчитанной ДХ строится зависимость относительных значений режимных параметров рабочего процесса ( $\bar{T}_G^*$ ;  $\bar{n}$ ;  $\bar{\pi}_k^*$ ) от значения идеальной тяги СУ  $P_{ид}$  в соответствии с рассчитываемой схемой ГТД (рис. 4). Далее, с заданным шагом  $\Delta$  по  $P_{ид}$  определяются относительные значения режимных параметров, по которым вычисляются значения тяги и расхода топлива СУ для заданной высоты и начальной скорости полета. Полученные значения являются начальными точками для расчета заданного набора ВСХ для дискретных РРД в зависимости от текущих значений скорости полета. При этом шаг  $\Delta$  значений по  $P_{ид}$  характеризует РРД относительно максимального через 10 %, следовательно:  $\Delta_1 = 0,9$ ;  $\Delta_2 = 0,8$ ;  $\Delta_3 = 0,7$ ;  $\Delta_4 = 0,6$ ;  $\Delta_5 = 0,5$ , а  $\Delta_{мг}$  характеризует РРД на малом газе и зависит от схемы двигателя (в данном случае для ТВД  $\Delta_{мг} = 0,3$ ).

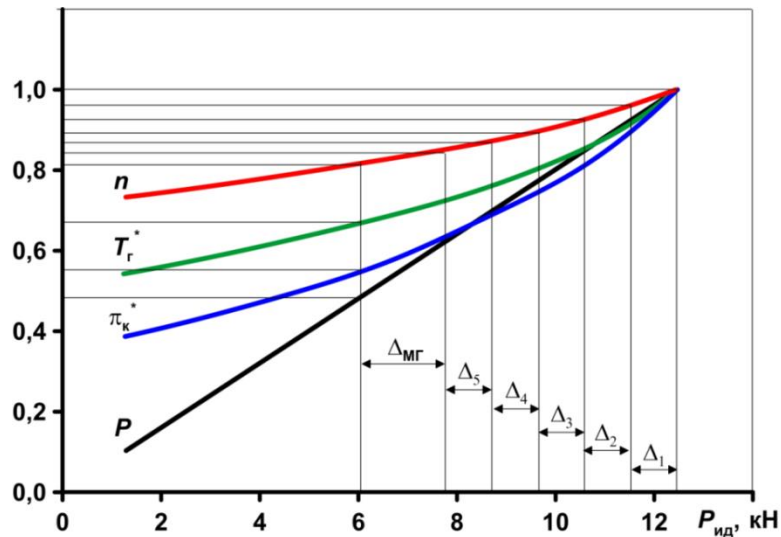


Рис. 4. Зависимость относительных значений параметров рабочего процесса от идеальной тяги двигателя

Таким способом организован автоматический расчет всех заданных ВСХ для различных РРД при разовом задании исходных данных. В качестве примера на рис. 5 продемонстрированы рассчитанные таким способом скоростные характеристики ТВД для высоты полета  $H = 0$  и различных РРД в виде зависимости тяги СУ  $P$  от числа  $M_H$  полета.

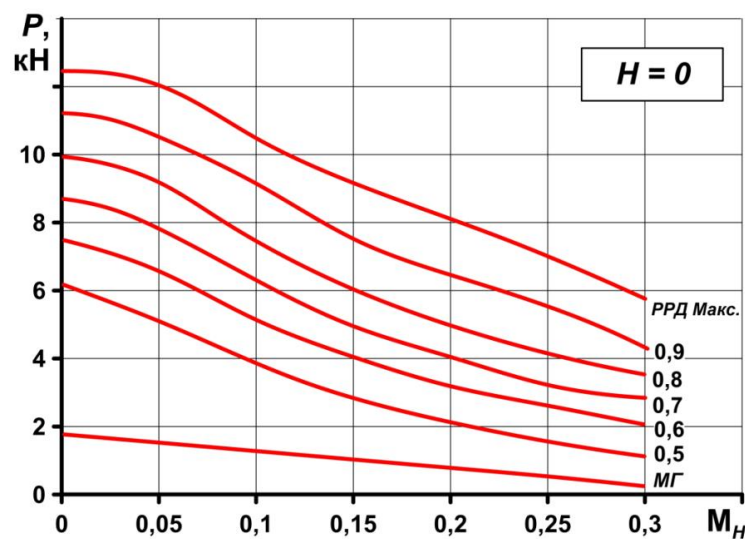


Рис. 5. Скоростные характеристики ТВД для разных режимов работы.

Анализируя графические зависимости на рис. 5, можно сделать вывод, что разработанная и реализованная в программе «Расчет тягово-экономических и удельно-массовых характеристик СУ и параметров движения ЛА» ММ ТВД обеспечивает расчет скоростных характеристик авиационной СУ с ТВД для различных РРД, качественно не противоречащий общепринятой теории авиационных двигателей [11].

Далее, для качественной и количественной оценки результатов термодинамического расчета СУ с ТВД с использованием доработанной программы «Расчет тягово-экономических и удельно-массовых характеристик СУ и параметров движения ЛА» за счет внедрения в общий алгоритм расчета построенной ММ ГТД непрямой реакции проведем ее верификацию.

#### ВЕРИФИКАЦИЯ РАЗРАБОТАННОЙ МОДЕЛИ ММ ТВД

Верификацию проведем следующим образом. Выполним расчет термодинамических параметров и характеристик СУ с ТВД АИ-24ВТ, построим ДХ и сравним их с характеристиками, взятыми из технического описания [12], путем наложения двух графиков с ДХ в одной системе

координат (рис. 6–9) и проанализируем полученные результаты.

Результат сравнения протекания зависимости  $T_{Г}^*$  от  $G_{Т}$  (рис. 6), рассчитанной с использованием построенной ММ ТВД и взятой из технического описания, показывает, что в расчетной точке, соответствующей максимальному РРД и условиям полета  $M_H = 0$  и  $H = 0$ , значения параметров практически совпадают. Далее, с уменьшением РРД, сопровождающимся снижением  $G_{Т}$ , происходит более интенсивное уменьшение рассчитанных значений  $T_{Г}^*$ , что можно объяснить фактом наличия утечек рабочего тела по тракту двигателя, значения которых для точного учета неизвестны, в итоге получается, что реальный расход рабочего тела в КС меньше рассчитанного, что при том же  $G_{Т}$ , вызывает большее значение  $T_{Г}^*$ .

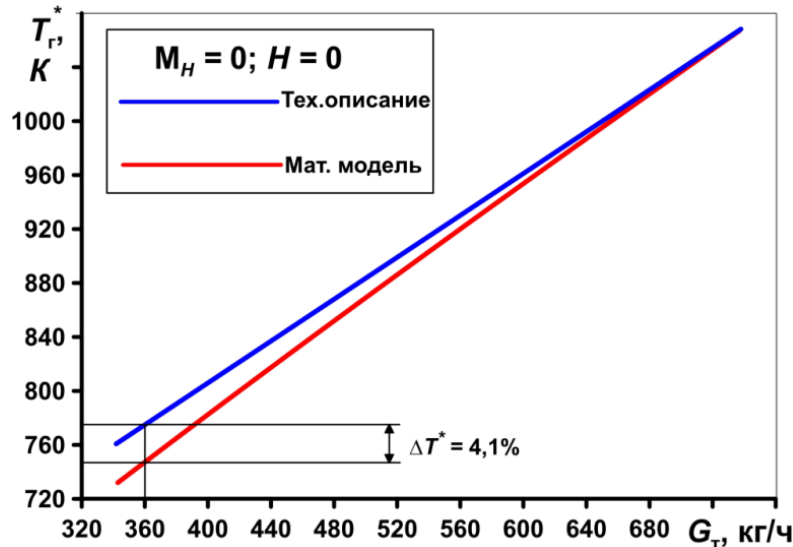


Рис. 6. Зависимость температуры газа перед турбиной от расхода топлива.

Такая же тенденция наблюдается и на зависимости тяги сопла  $P_c$  от  $G_{Т}$  (рис. 7). На максимальном РРД значения достаточно близкие, а с уменьшением РРД из-за большего расхода газа на выходе из сопла рассчитанные значения тяги сопла  $P_c$  становятся больше. Это объясняется преобладающим воздействием на тягу расхода рабочего тела, несмотря на более низкую  $T_{Г}^*$ , снижающую скорость истечения газа из сопла.

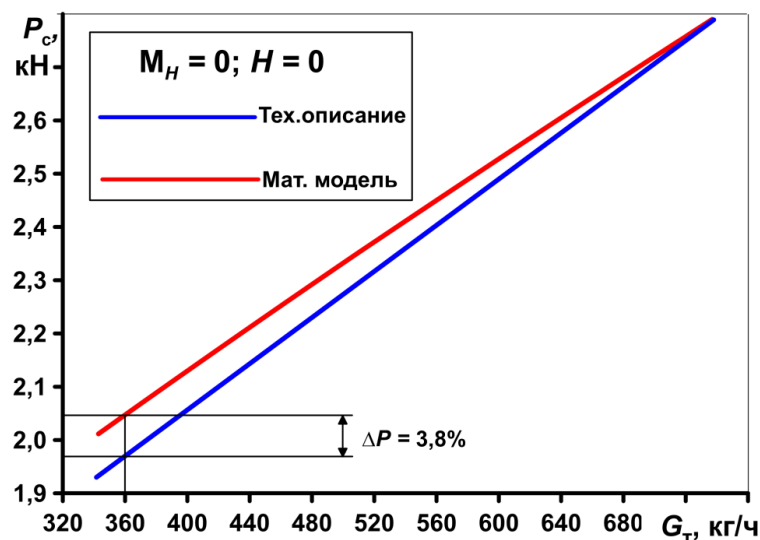


Рис. 7. Зависимость тяги сопла от расхода топлива.



На рис. 8 показаны зависимости эквивалентной мощности  $N_{\text{ЭКВ}}$  и мощности на валу двигателя  $N_e$ . Рассчитанные значения  $N_{\text{ЭКВ}}$  и  $N_e$  на максимальном РРД практически совпадают, а далее при снижении РРД наблюдаются тенденции, коррелирующие с вышеописанными изменениями  $T_{\Gamma}^*$  и  $P_c$ . Объяснить это можно следующим образом. Так как  $N_e$  прямо пропорционально зависит от  $T_{\Gamma}^*$ , то рассчитанная зависимость  $N_e$  при меньшей  $T_{\Gamma}^*$  должна протекать ниже в сравнении с техническим описанием, а  $N_{\text{ЭКВ}}$ , в свою очередь, прямо пропорционально зависящая от  $P_c$ , при большем значении  $P_c$  должна протекать выше в сравнении с техническим описанием, что и наблюдается на рис. 8.

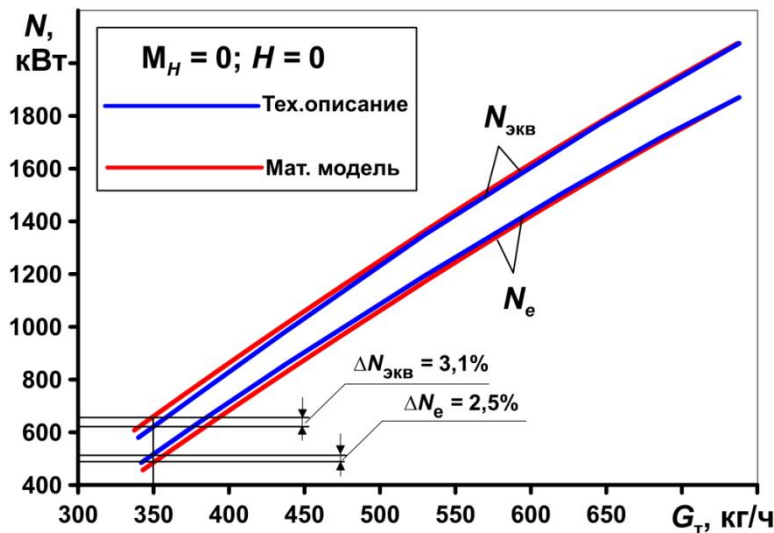


Рис. 8. Зависимость мощности от расхода топлива.

Результат сравнения протекания зависимостей удельного эквивалентного расхода топлива  $C_{\text{ЭКВ}}$  от физического  $G_T$  вытекает из тенденций зависимости  $N_{\text{ЭКВ}}$  от  $G_T$ . А именно, так как  $C_{\text{ЭКВ}}$  обратно пропорционально зависит от  $N_{\text{ЭКВ}}$ , то при большем значении  $N_{\text{ЭКВ}}$  должен быть меньшее значение  $C_{\text{ЭКВ}}$ , что и прослеживается на рис. 9.

Что касается количественной оценки результатов определения характеристик СУ с ТВД АИ-24ВТ, то верификация показала погрешность на всех представленных примерах сравнения ДХ менее 5 %.

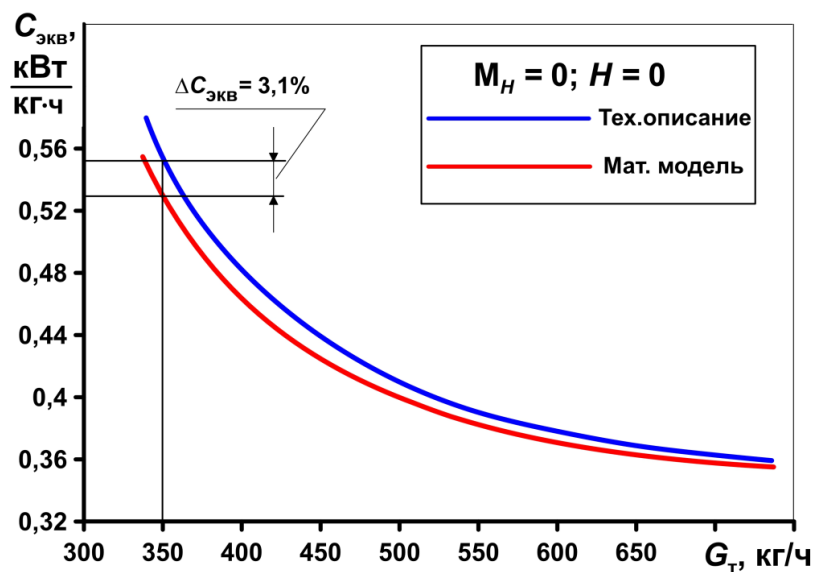


Рис. 9. Зависимость удельного расхода топлива от физического.

В итоге можно обоснованно утверждать, что требованиям по точности к программному инструменту для проведения инженерных исследований доработанная автором программа «Расчет тягово-экономических и удельно-массовых характеристик СУ и параметров движения ЛА» за счет внедрения в общий алгоритм расчета построенной ММ ГТД непрямои реакции удовлетворяет.

В целом в ММ СУ реализованы и внедрены в ПК три схемы ГТД непрямои реакции: помимо рассмотренной схемы ТВД с одновальным газогенератором и общей турбиной также реализованы две схемы ТВД со свободной турбиной с одновальным и двухвальным газогенератором.

На рис. 10 представлена схема ТВД с двухвальным газогенератором и свободной турбиной, которая отличается от вышеописанной схемы наличием дополнительных элементов: КНД – компрессор низкого давления; КВД – компрессор высокого давления; ТВД – турбина высокого давления; ТНД – турбина низкого давления; СТ – свободная турбина. Дополнительные элементы, в свою очередь, добавляют характерные сечения проточной части двигателя и расходно-механические связи, описывающие условия совместной работы элементов.

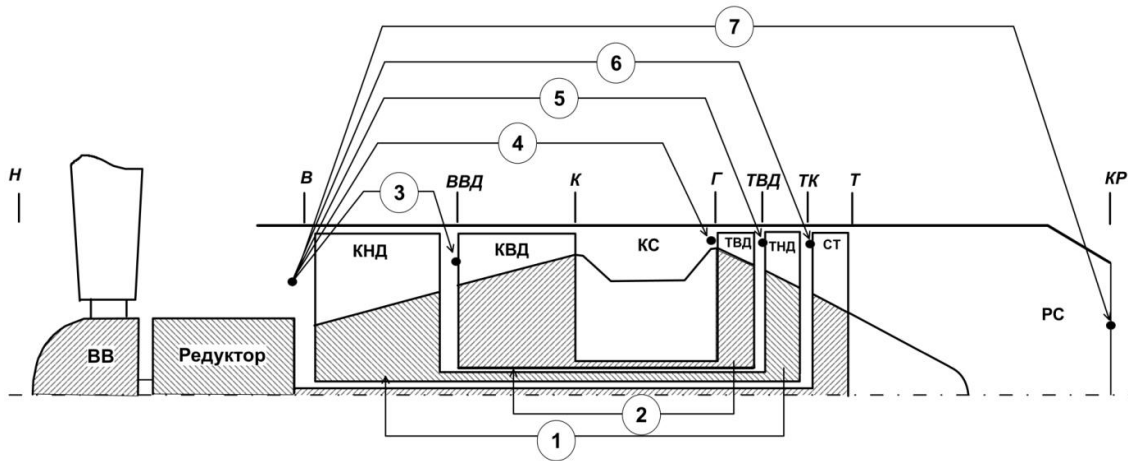


Рис. 9. Расходно-механические связи между элементами ТВД с двухвальным газогенератором и свободной турбиной.

Дополнительных особенностей математического моделирования ГТД непрямои реакции применительно к двум описанным схемам ТВД нет. Отличие состоит только в необходимости проведения расчетов параметров и характеристик дополнительных элементов. При определении характеристик ТВД режимным параметром также является  $T_{\Gamma}^*$ , а неизвестными величинами из условий совместной работы элементов СУ являются:  $x_1$  – газодинамическая функция за КНД  $\Pi(\lambda_{\text{КНД}})$ ;  $x_2$  – частота вращения ротора низкого давления  $n_{\text{НД}}$ ;  $x_3$  –  $\Pi(\lambda_{\text{КВД}})$ ;  $x_4$  – частота вращения ротора высокого давления  $n_{\text{ВД}}$ ;  $x_5$  – степень понижения давления в ТВД  $\pi_{\text{ТВД}}^*$ ;  $x_6$  – степень понижения давления в ТНД  $\pi_{\text{ТНД}}^*$ ;  $x_7$  – степень понижения давления в свободной турбине  $\pi_{\text{СТ}}^*$ . Для определения указанных семи неизвестных СНАУ будет состоять, соответственно, также из семи уравнений, описывающих балансы мощностей (стрелки 1, 2) и расходов (стрелки 3, 4, 5, 6, 7) между элементами СУ с ТВД (см. рис. 10):

$$\left\{ \begin{array}{l} f(x_1) = 1 - N_{\text{ТВД}} / (N_{\text{КВД}} / \eta_{\text{мех.КВД}} + N_{\text{отб.КВД}}); \\ f(x_2) = 1 - N_{\text{ТНД}} / (N_{\text{КНД}} / \eta_{\text{мех.КНД}} + N_{\text{отб.КНД}}); \\ f(x_3) = 1 - G_{\text{КВД}} / (G_{\text{вКНД}} - G_{\text{отб.КНД}} - G_{\text{охл.КНД}}); \\ f(x_4) = 1 - G_{\text{ТВД}} / (G_{\text{вКНД}} - G_{\text{отб.КНД}} - G_{\text{охл.КНД}} - G_{\text{отб.КВД}} - G_{\text{охл.КВД}} + G_{\text{Т}}); \\ f(x_5) = 1 - G_{\text{ТНД}} / (G_{\text{вКНД}} - G_{\text{отб.КНД}} - G_{\text{охл.КНД}} - G_{\text{отб.КВД}} - G_{\text{охл.КВД}} + G_{\text{Т}} + G_{\text{охл.ТВД}}); \\ f(x_6) = 1 - G_{\text{ГСТ}} / (G_{\text{вКНД}} - G_{\text{отб.КНД}} - G_{\text{охл.КНД}} - G_{\text{отб.КВД}} - G_{\text{охл.КВД}} + G_{\text{Т}} + G_{\text{охл.ТВД}} + G_{\text{охл.ТНД}}); \\ f(x_7) = 1 - G_{\text{кр}} / (G_{\text{вКНД}} - G_{\text{отб.КНД}} - G_{\text{охл.КНД}} - G_{\text{отб.КВД}} - G_{\text{охл.КВД}} + G_{\text{Т}} + G_{\text{охл.ТВД}} + G_{\text{охл.ТНД}}). \end{array} \right.$$

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В результате выполненной работы разработана ММ СУ с ГТД непрямои реакции, обеспечивающая расчет трех схем ТВД: с одновальным газогенератором и общей турбиной, с одновальным и двухвальным газогенераторами и свободной турбиной. Данная ММ внедрена в алгоритм программы «Расчет тягово-экономических и удельно-массовых характеристик СУ и параметров движения ЛА», что позволило расширить ее функциональные возможности.

Верификация доработанной программы, выполненная путем сравнения рассчитанных с ее помощью параметров и характеристик СУ с ТВД АИ-24ВТ с характеристиками из его технического описания, показала погрешность определения значений параметров рабочего процесса менее 5 %, что укладывается в требования к программному инструменту для проведения инженерных исследований. Также полученные результаты качественно показали адекватный характер протекания ДХ, не противоречащий общепринятой теории авиационных двигателей.

Все это в совокупности обуславливает повышение эффективности и достоверности расчетно-теоретических исследований по формированию предварительного технического облика СУ по критериям ЛА самолетного типа с использованием разработанного ПК.

Таким образом, можно констатировать, что цель, поставленная в работе, достигнута.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Зиненков Ю.В., Луковников А.В., Федоров Р.М.** Расчет тягово-экономических и удельно-массовых характеристик силовой установки и параметров движения летательного аппарата. Свидетельство о гос. регистрации программ для ЭВМ № 2015662803. 2015. [Y. V. Zinenkov, A. V. Lukovnikov, R. M. Fedorov, "Calculation of traction-economic and mass-specific characteristics of the power plant and aircraft motion parameters", (in Russian). Certificate of the state registration of computer programs. No. 2015662803, published 02.12.2015.]
2. **Луковников А.В.** Методология формирования технического облика силовых установок летательных аппаратов различного целевого назначения // Научное издание. 2008. Т. 9. № 3. С. 50-58. [A. V. Lukovnikov, "Methodology for the formation of the technical appearance of the power plants of aircraft for various purposes", (in Russian), in Naukoemkie Tekhnologii, vol. 9, no. 2, pp. 55-58, 2008.]
3. **Зиненков Ю.В., Луковников А.В., Слинко М.Б.** Методика формирования технического облика и оценки эффективности силовой установки высотного беспилотного летательного аппарата // Полет. 2016. № 2-3. С. 66-80. [Yu. V. Zinenkov, A. V. Lukovnikov, M. B. Slinko "Technical shape formation and of estimation of effectiveness of power plant of high-altitude un-manned aerial vehicle", (in Russian), in Polyot, nos. 2-3, pp. 66-80, 2016.]
4. **Зиненков Ю.В., Орлов И.И.** Формирование предварительного технического облика силовой установки ударного беспилотного экраноплана // Вестник УГАТУ, 2020, Т. 24, № 2 (88), С. 69-78. [Y. V. Zinenkov, I. I. Orlov, "Formation of the preliminary technical appearance of the power plant of the strike unmanned ekranoplan", (in Russian), in Vestnik UGATU, vol. 24, no. 2 (88), pp. 69-78, 2020.]
5. **Reg Austin.** Unmanned Aircraft Systems UAVS design, development and deployment. John Wiley & Sons Ltd. by CPI Antony Rowe, Chippenham, Wiltshire, UK ISBN 9780470058190. 2010. 332 p.
6. **Блудов А., Фомин А.** «Регионалы» в российском небе – 2020 // Взлет. № 9-10 (189-190). 2020. С. 50-55. [A. Bludov, A. Fomin, ""Regions" in the Russian sky - 2020", (in Russian), in Vzlet, nos. 9-10 (189-190), pp. 50-55, 2020.]
7. **Марчуков Е.Ю., Вовк М.Ю., Лещенко И.А., Горшков А.Ю., Даничев А.В.** Комплекс термодинамического анализа для сопровождения разработки ГТД // Сборник докладов МНТК «Проблемы и перспективы развития двигателестроения». Т. 1. (г. Самара, Июнь 23–25 2021). Самара: Самарский университет, 2021. С. 337-338. [E. Y. Marchukov, M. Y. Vovk, I. A. Leshchenko, A. Y. Gorshkov, A. V. Danichev, "Complex of thermodynamic analysis to support the development of gas turbine engines", (in Russian),

in Proceedings of the International Scientific and Technical Conference "Problems and Prospects for the Development of Engine Building", vol. 1, 2021, pp. 337-338.]

8. Кузьмичев В.С., Крупенич И.Н., Ткаченко А.Ю. Решение задач начального этапа проектирования ГТД методами CAE-системы "АСТРА" // Вестник Самарского государственного аэрокосмического университета им. академика С.П. Королева (Национального исследовательского университета). 2012. № 3 (34). С. 75-82. [V. S. Kuzmichev, I. N. Krupenich, A. Yu. Tkachenko, "Fulfillment of initial design level of gas turbine engine using the methods of "ASTRA" CAE system", (in Russian), in Vestnik of Samara State Aerospace University named after academician S. P. Korolev (National Research University), no. 3 (34), pp. 75-82, 2012.]

9. Бутов А.М., Козарев Л.А. Математическое моделирование рабочего процесса авиационных двигателей. М.: ВВИА им. Н.Е. Жуковского, 1993. 143 с. [A. M. Butov, L. A. Kozarev, Mathematical Modeling of the Working Process of Aircraft Engines, (in Russian). Moscow: Zhukovsky Air Force Engineering Academy, 1993.]

10. Кобельков В.Н., Улас В.Д., Федоров Р.М. Термодинамика и теплопередача. М.: ВВИА им. проф. Н.Е. Жуковского, 2004 г. 328 с. [V. N. Kobelkov, V. D. Ulas, R. M. Fedorov, Thermodynamics and Heat Transfer, (in Russian). Moscow: Zhukovsky Air Force Engineering Academy, 2004.]

11. Нечаев Ю. Н., Федоров Р. М., Котовский В. Н., Полев А. С. Теория авиационных двигателей. Часть 1. М.: ВВИА им. проф. Н.Е. Жуковского, 2006. 448 с. [Y. N. Nechaev, R. M. Fedorov, V. N. Kotovskij, A. S. Polev, The Theory of Aircraft Engines. Part 1, (in Russian). Moscow: Zhukovsky Air Force Engineering Academy, 2006.]

12. Авиационный турбовинтовой двигатель АИ-24ВТ. Руководство эксплуатации и по техническому обслуживанию. М.: Машиностроение. 1993. 292 с. [Aircraft Turboprop Engine AI-24VT. Operation and Maintenance Manual, (in Russian). Moscow: Mashinostroeniye, 2006.]

#### ОБ АВТОРАХ

**ЗИНЕНКОВ Юрий Владимирович**, докторант каф. авиац. двигателей. Дипл. инж. (ВУНЦ ВВС «ВВА им. проф. Н.Е. Жуковского и Ю.А. Гагарина», 2011). Кандидат тех. наук по тепл. двиг. ЛА (ВУНЦ ВВС «ВВА им. проф. Н.Е. Жуковского и Ю.А. Гагарина», 2016). Иссл. в обл. формирования облика и оценки эффективности силовых установок ЛА различного назначения.

#### METADATA

**Title:** Features of the mathematical modeling of gas turbine engines of indirect reaction.

**Authors:** Y.V. Zinenkov<sup>1</sup>

**Affiliation:**

Military Science Center of the Air Force "Prof. N.Y. Zhukovsky and Yu.A. Gagarin Military and Air Academy", Voronezh, Russia.

**Email:** <sup>1</sup>yura2105@mail.ru

**Language:** Russian.

**Source:** Vestnik UGATU (scientific journal of Ufa University of Science and Technology), vol. 27, no. 4 (102), pp. 29-40, 2023. ISSN 2225-2789 (Online), ISSN 1992-6502 (Print).

**Abstract:** The article presents the developed mathematical model for calculating the parameters and characteristics of an indirect reaction gas turbine engine, which is implemented in a software environment and embedded in the general algorithm of the program "Calculation of traction-economic and mass-specific characteristics of a power plant and aircraft motion parameters". At the same time, special attention is paid to the features of mathematical modeling of indirect reaction gas turbine engines with respect to turbojet engines. A description of a mathematical procedure for solving systems of nonlinear algebraic equations in determining the parameters and characteristics of a power plant in off-design modes of operation using a modified Newton's method is presented. The results of verification of the modified program are also shown by comparing the parameters and characteristics of the power plant based on the AI-24VT turboprop engine calculated with its help, with the characteristics taken from the technical description, with a detailed analysis of the qualitative and quantitative flow of throttle characteristics in accordance with the generally accepted theory of aviation engines.

**Key words:** turboprop engine, mathematical model, mechanical consumables, system of nonlinear algebraic equations, Newton's method, propeller operation, control program, throttle characteristics

**About authors:**

**ZINENKOV Yuriy Vladimirovich**, doctoral student at the Dept. of Aircraft Engines. Dipl. Eng. (Air Force Military Educational and Scientific Center "Air Force Academy named after Professor N.E. Zhukovsky and Y.A. Gagarin", 2011). Cand. of Tech. Sci. in the heat engines of aircrafts (Air Force Military Educational and Scientific Center "Air Force Academy named after Professor N.E. Zhukovsky and Y.A. Gagarin", 2016). Research in the appearance formation and efficiency evaluation of the power plants of aircrafts for different purposes.