

## ВЛИЯНИЕ НЕСБАЛАНСИРОВАННОСТИ СТРУКТУРЫ СЛОИСТОГО КОМПОЗИТНОГО МАТЕРИАЛА НА ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЕ (ОСТАТОЧНЫЕ) НАПРЯЖЕНИЯ В БАЛОЧНЫХ ЭЛЕМЕНТАХ КОНСТРУКЦИЙ

В. С. ЖЕРНАКОВ<sup>1</sup>, Ю. С. ПЕРВУШИН<sup>2</sup>, П. В. СОЛОВЬЕВ<sup>3</sup>

<sup>1</sup>zhvs@rb.ru, <sup>2</sup>pcomposit@mail.ru, <sup>3</sup>paulnightingale@mail.ru

<sup>1-3</sup>ФГБОУ ВПО «Уфимский государственный авиационный технический университет» (УГАТУ)

Поступила в редакцию 10 сентября 2015 г.

**Аннотация.** В статье приводятся результаты исследования влияния структуры слоистых композитов на величину остаточных напряжений. В качестве объектов исследования рассмотрены композитные балки с различным количеством слоев и разными углами укладки. Представлены теоретические основы расчета остаточных напряжений в слоистых КМ. Приведены результаты вычислительного эксперимента по выявлению влияния структуры композитов (числа слоев, углов укладки, несбалансированности структуры) на величину остаточных напряжений и деформированное состояние балочных элементов.

**Ключевые слова:** композит; слой; несбалансированность; балка; напряжение; деформация, остаточные напряжения.

### 1. ПОСТАНОВКА ПРОБЛЕМЫ

Одной из характерных особенностей композитных материалов (КМ) является одновременное формирование материала и конструкции. Как следствие, в них появляются остаточные технологические напряжения, которые обусловлены разностью коэффициентов Пуассона и коэффициентов линейного термического расширения (КЛТР) компонентов КМ, а также анизотропией термоупругих характеристик слоев многослойного композита.

В начале отверждения при температурах, близких к температуре полимеризации, остаточные напряжения практически отсутствуют из-за высоких реономных свойств связующего, обеспечивающих релаксацию напряжений. Химическая усадка практически не оказывает влияние на остаточные напряжения вследствие тех же причин. Это подтверждается многочисленными экспериментальными исследованиями в данной области [1].

В итоге основными причинами возникновения остаточных технологических напряжений в полимерных КМ (ПКМ) являются различия коэффициентов линейного термического расширения компонентов, коэффициентов Пуассона и т.д.

Кроме упомянутых выше факторов на остаточные температурные напряжения оказывает влияние структура укладки слоев в слоистом пакете (углы ориентации и последовательность укладки), количество слоев в пакете КМ и разность между температурой полного отверждения и стандартными атмосферными условиями ( $\Delta T = T_{\text{отв}} - T_{\text{норм}}$ ).

Несбалансированность структуры композита, которая может возникать как вследствие технологических ошибок при формировании структуры композита в изделии, так и может быть целенаправленно заложеной проектировщиком для получения заданных деформационных свойств, существенно изменяет картину остаточных напряжений.

Для оценки влияния несбалансированности структуры композита, вызванной отклонениями угла укладки внешнего слоя пакета, на величину остаточных напряжений в программном комплексе ANSYS проведен вычислительный эксперимент. В качестве объектов для моделирования рассмотрены балки из КМ прямоугольного поперечного сечения с различным количеством слоев и разными углами. По результатам моделирования построены графики и проведен анализ результатов.

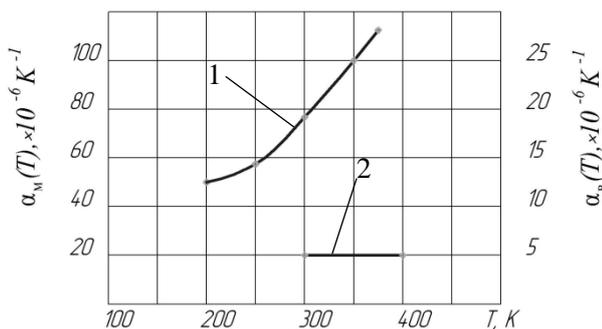
## 2. ОСНОВНЫЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ПОЛОЖЕНИЯ

Остаточные технологические напряжения в слоистых КМ в основном обусловлены: разностью коэффициентов температурного расширения компонентов и их зависимостью от температуры, разностью коэффициентов Пуассона слоев, технологическими режимами охлаждения и последующей термообработкой.

### 2.1. ТЕРМОУПРУГИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ОДНОНАПРАВЛЕННОГО СЛОЯ

Коэффициенты линейного термического расширения (КЛТР) слоя являются функциями термоупругих свойств связующего и волокон. В работах [2–4] показано, что коэффициенты термического расширения и упругие свойства компонентов КМ зависят от температуры.

Коэффициенты термического расширения для эпоксидного связующего и стекловолокон приведены в работах [2–4] и представлены на рис. 2.1.



**Рис. 2.1.** Зависимости коэффициентов термического расширения эпоксидного связующего  $\alpha_M(T)$  (1) и стекловолокон  $\alpha_B(T)$  (2) от температуры

Установлено, что коэффициенты термического расширения стекловолокон незначительно зависят от температуры [2–4].

На рис. 2.2. представлены температурные зависимости модуля упругости  $E_M(T)$  и коэффициента Пуассона  $\nu_M(T)$ .

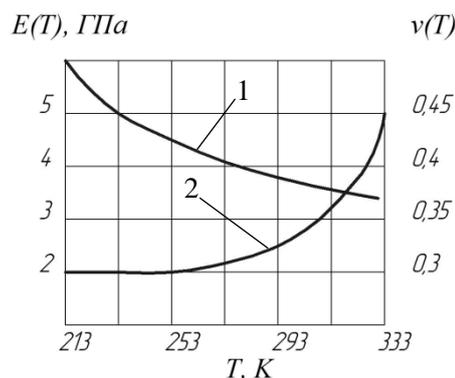
Зависимости функций термического расширения модуля упругости и коэффициентов Пуассона рекомендуется [2] аппроксимировать в виде полиномов третьего порядка.

Для эпоксидного связующего зависимость температурного расширения и упругих характеристик в виде полиномов третьего порядка имеет вид:

$$\begin{aligned}\alpha_M(T) &= a_1 + b_1T + c_1T^2 + d_1T^3; \\ E_M(T) &= a_2 + b_2T + c_2T^2 + d_2T^3; \\ \nu_M(T) &= a_3 + b_3T + c_3T^2 + d_3T^3,\end{aligned}\quad (2.1)$$

где

$$\begin{aligned}a_1 &= -4,68, \quad b_1 = 11,00 \cdot 10^{-2}, \quad c_1 = -4,85 \cdot 10^{-4}, \\ d_1 &= 7,42 \cdot 10^{-7}; \\ a_2 &= 34,25, \quad b_2 = -24,8 \cdot 10^{-3}, \quad c_2 = 77,10 \cdot 10^{-5}, \\ d_2 &= -8,76 \cdot 10^{-7}; \\ a_3 &= 0,28, \quad b_3 = -9 \cdot 10^{-6}, \quad c_3 = -0,12 \cdot 10^{-5}, \quad d_3 = 0,53 \cdot 10^{-8}.\end{aligned}$$



**Рис. 2.2.** Зависимости модуля упругости (1) и коэффициента Пуассона (2) связующего от температуры

В табл. 2.1 представлены упругие характеристики эпоксидного связующего в зависимости от температуры.

**Таблица 2.1**

Упругие характеристики связующего

$T, K$	$E_M, \text{ГПа}$	$\nu_M$	$G_M, \text{ГПа}$
100	16,3	0,284	6,4
160	10,8	0,275	4,2
200	8,2	0,277	3,4
260	6,6	0,293	2,3
300	5,7	0,316	2,2
390	3,0	0,411	1,1

В табл. 2.2 приведены упругие характеристики углеродных волокон.

**Таблица 2.2**

Упругие характеристики углеродных волокон

Тип волокна	$E_{в1}$ , ГПа	$E_{в2}$ , ГПа	$\nu_{в21}$ , $10^{-3}$	$\nu_{в12}$	$G_{в12}$ , ГПа	$\alpha_{в1}$ , $10^{-6}$ , $K^{-1}$	$\alpha_{в2}$ , $10^{-6}$ , $K^{-1}$
высокопрочные	262	13,0	13	0,25	20	-1,2	27,3

Упругие характеристики однонаправленно армированного КМ определяются по формулам [2]:

$$E_1(T) = E_{\epsilon} \psi_{\epsilon} + (1 - \psi_{\epsilon}) E_M(T), \quad (2.2)$$

$$E_2(T) = E_0(T) \cdot \beta + (1 - \beta) E_M^*(T), \quad (2.3)$$

где

$$E_0(T) = E_M^*(T) + 2\beta(E_{\epsilon} - E_M^*(T)) / \left\{ 1 + \frac{2\beta(1-2\beta)}{E_M^*(T) \cdot E_{\epsilon}} [(E_{\epsilon} - E_M^*(T)) - (\nu_M(T) \cdot E_{\epsilon} - \nu_{\epsilon} E_M(T))] \right\};$$

$$\beta = \frac{\psi_{\epsilon}}{\pi}; E_M^*(T) = \frac{E_M(T)}{1 - \nu_M^2(T)}$$

$$G_{12}(T) = G_0(T) \cdot \beta + (1 - \beta) G_M^*(T), \quad (2.4)$$

где

$$G_0(T) = \frac{G_M^*(T) \cdot G_{\epsilon}}{G_{\epsilon} + 2\beta(G_M^*(T) - G_M(T))};$$

$$G_M^*(T) = \frac{(1 - \nu_M(T)) G_M(T)}{1 - \nu_M^2(T)}$$

Как отмечается в [2], формулы (2.3), (2.4) дают погрешность не более 10 % в диапазоне  $0,5 < \psi_{\epsilon} < 0,75$ .

$$\nu_{12} = \nu_{\epsilon1}^* \psi_{\epsilon} + (1 - \psi_{\epsilon}) \nu_M(T), \quad (2.5)$$

в приведенных зависимостях  $E_{\epsilon1}, E_{\epsilon2}, G_{\epsilon12}, \nu_{\epsilon12}$  – упругие характеристики углеволокон вдоль волокон, поперек волокон

и в плоскости однонаправленного слоя;  $\psi_{\epsilon}$  – относительное объемное содержание волокон; примечание:  $\nu_{\epsilon12}^*$  – коэффициент Пуассона у углеволокон анизотропен. Нужно в формулу (2.5) подставлять коэффициент Пуассона волокон, характеризующий деформацию в поперечном направлении при нагружении вдоль волокон.

Упругие характеристики однонаправленного углепластика при разных температурах приведены в табл. 2.3.

**Таблица 2.3**

Упругие характеристики однонаправленного углепластика, армированного высокопрочными волокнами

$T, K$	$E_1$ , ГПа	$E_2$ , ГПа	$\nu_{12}$	$\nu_{21}$	$G_{12}$ , ГПа
100	139,2	15,0	0,262	0,028	8,3
160	136,5	11,5	0,263	0,022	5,8
200	135,4	9,7	0,263	0,0187	4,8
260	134,3	8,0	0,272	0,0166	3,7
300	133,7	7,2	0,289	0,0151	3,2
390	132,9	4,3	0,331	0,011	1,6

Коэффициенты термического расширения однонаправленно армированного пластика определяются по следующим формулам [2, 5, 6]:

- в направлении армирования:

$$\alpha_1(T) = \alpha_M(T) - [\alpha_M(T) - \alpha_{\epsilon1}] \frac{\psi_{\epsilon} E_{\epsilon1}}{E_1(T)}; \quad (2.6)$$

- в перпендикулярном направлении:

$$\alpha_2(T) = [1 + \nu_M(T)] \alpha_M(T) \cdot (1 - \psi_{\epsilon}) + \alpha_{\epsilon1} \psi_{\epsilon} (1 + \nu_{\epsilon12}) - \alpha_1(T) [\psi_{\epsilon} \nu_{\epsilon12} + (1 - \psi_{\epsilon}) \nu_M(T)]. \quad (2.7)$$

Коэффициенты термического расширения в направлениях, отличных от направления армирования, определяются по зависимостям:

$$\alpha_X(T) = \alpha_1(T) \cos^2 \beta + \alpha_2(T) \sin^2 \beta; \quad (2.8)$$

$$\alpha_Y(T) = \alpha_1(T) \sin^2 \beta + \alpha_2(T) \cos^2 \beta; \quad (2.9)$$

$$\alpha_{XY}(T) = -2(\alpha_2(T) - \alpha_1(T)) \sin \beta \cos \beta, \quad (2.10)$$

где  $\beta$  – угол между направлением армирования и направлением  $X$ .

На рис. 2.3 представлены зависимости коэффициента термического расширения от температуры в направлениях упругой

симметрии для однонаправленного углепластика, армированного высокопрочными волокнами.

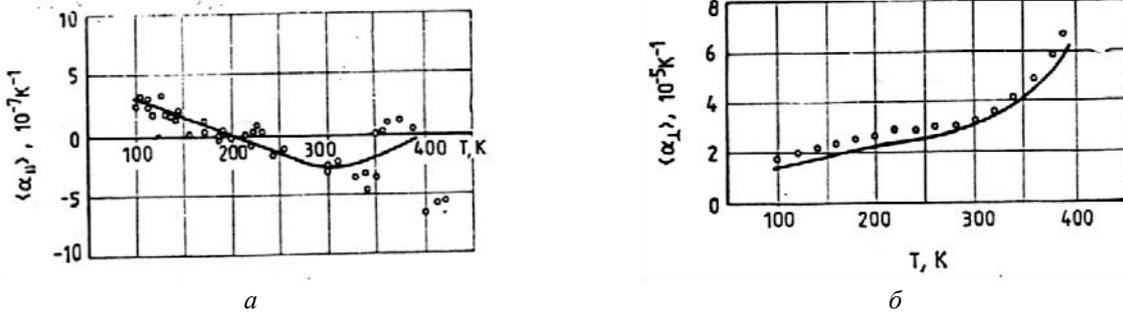


Рис. 2.3. Зависимости коэффициента термического расширения в направлениях вдоль (а) и поперек (б) армирования для однонаправленного углепластика, армированного высокопрочными волокнами

Коэффициенты термического расширения для слоистого композита определяются следующим образом [2]:

$$\begin{aligned} \langle \langle \alpha_x(T) \rangle \rangle &= A_{11}^*(T) \sum_{k=1}^n [\bar{Q}_{11}(T) \cdot \langle \alpha_x(T) \rangle + \bar{Q}_{12}(T) \cdot \langle \alpha_y(T) \rangle + \\ &+ \bar{Q}_{16}(T) \cdot \langle \alpha_{xy}(T) \rangle]_k (h_k - h_{k-1}) + A_{12}^*(T) \sum_{k=1}^n [\bar{Q}_{12}(T) \cdot \langle \alpha_x(T) \rangle + \\ &+ \bar{Q}_{22}(T) \cdot \langle \alpha_y(T) \rangle + \bar{Q}_{26}(T) \cdot \langle \alpha_{xy}(T) \rangle]_k (h_k - h_{k-1}) + \\ &+ A_{16}^*(T) \sum_{k=1}^n [\bar{Q}_{16}(T) \cdot \langle \alpha_x(T) \rangle + \bar{Q}_{26}(T) \cdot \langle \alpha_y(T) \rangle + \\ &+ \bar{Q}_{66}(T) \cdot \langle \alpha_{xy}(T) \rangle]_k (h_k - h_{k-1}); \end{aligned} \quad (2.11)$$

$$\begin{aligned} \langle \langle \alpha_y(T) \rangle \rangle &= A_{21}^*(T) \sum_{k=1}^n [\bar{Q}_{11}(T) \cdot \langle \alpha_x(T) \rangle + \bar{Q}_{12}(T) \cdot \langle \alpha_y(T) \rangle + \\ &+ \bar{Q}_{16}(T) \cdot \langle \alpha_{xy}(T) \rangle]_k (h_k - h_{k-1}) + A_{22}^*(T) \sum_{k=1}^n [\bar{Q}_{12}(T) \cdot \langle \alpha_x(T) \rangle + \\ &+ \bar{Q}_{22}(T) \cdot \langle \alpha_y(T) \rangle + \bar{Q}_{26}(T) \cdot \langle \alpha_{xy}(T) \rangle]_k (h_k - h_{k-1}) + \\ &+ A_{26}^*(T) \sum_{k=1}^n [\bar{Q}_{16}(T) \cdot \langle \alpha_x(T) \rangle + \bar{Q}_{26}(T) \cdot \langle \alpha_y(T) \rangle + \\ &+ \bar{Q}_{66}(T) \cdot \langle \alpha_{xy}(T) \rangle]_k (h_k - h_{k-1}); \end{aligned} \quad (2.12)$$

$$\begin{aligned} \langle \langle \alpha_{xy}(T) \rangle \rangle &= A_{61}^*(T) \sum_{k=1}^n [\bar{Q}_{11}(T) \cdot \langle \alpha_x(T) \rangle + \bar{Q}_{12}(T) \cdot \langle \alpha_y(T) \rangle + \\ &+ \bar{Q}_{16}(T) \cdot \langle \alpha_{xy}(T) \rangle]_k (h_k - h_{k-1}) + A_{62}^*(T) \sum_{k=1}^n [\bar{Q}_{12}(T) \cdot \langle \alpha_x(T) \rangle + \\ &+ \bar{Q}_{22}(T) \cdot \langle \alpha_y(T) \rangle + \bar{Q}_{26}(T) \cdot \langle \alpha_{xy}(T) \rangle]_k (h_k - h_{k-1}) + \\ &+ A_{66}^*(T) \sum_{k=1}^n [\bar{Q}_{16}(T) \cdot \langle \alpha_x(T) \rangle + \bar{Q}_{26}(T) \cdot \langle \alpha_y(T) \rangle + \\ &+ \bar{Q}_{66}(T) \cdot \langle \alpha_{xy}(T) \rangle]_k (h_k - h_{k-1}); \end{aligned} \quad (2.13)$$

В этих формулах приняты следующие обозначения:

$$A_{11}^*(T) = \frac{1}{\Delta} [A_{22}(T) \cdot A_{66}(T) - A_{26}^2(T)]; \quad (2.14)$$

$$A_{12}^*(T) = \frac{1}{\Delta} [A_{16}(T) \cdot A_{26}(T) - A_{22}(T) \cdot A_{66}(T)]; \quad (2.15)$$

$$A_{22}^*(T) = \frac{1}{\Delta} [A_{11}(T) \cdot A_{66}(T) - A_{16}^2(T)]; \quad (2.16)$$

$$A_{16}^*(T) = \frac{1}{\Delta} [A_{12}(T) \cdot A_{26}(T) - A_{22}(T) \cdot A_{16}(T)]; \quad (2.17)$$

$$A_{26}^*(T) = \frac{1}{\Delta} [A_{12}(T) \cdot A_{16}(T) - A_{11}(T) \cdot A_{26}(T)]; \quad (2.18)$$

$$A_{66}^*(T) = \frac{1}{\Delta} [A_{11}(T) \cdot A_{22}(T) - A_{12}^2(T)]; \quad (2.19)$$

$$\Delta = A_{11}(T)[A_{22}(T) \cdot A_{66}(T) - A_{26}^2(T)] - A_{12}(T)[A_{66}(T) \cdot A_{12}(T) - A_{16}(T) \cdot A_{26}(T)] + A_{16}(T)[A_{12}(T) \cdot A_{26}(T) - A_{22}(T) \cdot A_{16}(T)]; \quad (2.20)$$

где  $A_{ij}(T) = \sum_{k=1}^n [\bar{Q}_{ij}(T)]_k (h_k - h_{k-1})$ .

Здесь

$$\bar{Q}_{11} = Q_{11} \cos^4 \beta + 2(Q_{12} + Q_{66}) \sin^2 \beta \cos^2 \beta + Q_{22} \sin^4 \beta; \quad (2.21)$$

$$\bar{Q}_{22} = Q_{11} \sin^4 \beta + 2(Q_{12} + Q_{66}) \sin^2 \beta \cos^2 \beta + Q_{22} \cos^4 \beta; \quad (2.22)$$

$$\bar{Q}_{12} = (Q_{11} + Q_{22} - 4Q_{66}) \sin^2 \beta \cos^2 \beta + Q_{12} \times (\sin^4 \beta + \cos^4 \beta); \quad (2.23)$$

$$\bar{Q}_{66} = (Q_{11} + Q_{22} - 2Q_{12} - 2Q_{66}) \sin^2 \beta \cos^2 \beta + Q_{66} (\sin^4 \beta + \cos^4 \beta); \quad (2.24)$$

Согласно [2], имеем

$$\begin{aligned} \langle \sigma_{11}(T_2 - T_1) \rangle_k &= [\bar{Q}_{11}(T)]_k \left[ \langle \langle \varepsilon_1(T_2 - T_1) \rangle \rangle - \int_{T_1}^{T_2} \langle \alpha_1(T) \rangle_k dT \right] + \\ &+ [\bar{Q}_{12}(T)]_k \left[ \langle \langle \varepsilon_2(T_2 - T_1) \rangle \rangle - \int_{T_1}^{T_2} \langle \alpha_2(T) \rangle_k dT \right] + [\bar{Q}_{16}(T)]_k \times \\ &\times \left[ \langle \langle \gamma_{12}(T_2 - T_1) \rangle \rangle - \int_{T_1}^{T_2} \langle \alpha_{12}(T) \rangle_k dT \right]; \end{aligned} \quad (2.28)$$

$$\bar{Q}_{16} = (Q_{11} - Q_{12} - 2Q_{66}) \sin \beta \cos^3 \beta + (Q_{12} - Q_{22} + 2Q_{66}) \sin^3 \beta \cos \beta; \quad (2.25)$$

$$\bar{Q}_{26} = (Q_{11} - Q_{12} - 2Q_{66}) \sin^3 \beta \cos \beta + (Q_{12} - Q_{22} + 2Q_{66}) \sin \beta \cos^3 \beta; \quad (2.26)$$

$$\begin{aligned} Q_{11} &= \frac{E_1}{1 - \nu_{12}\nu_{21}}; \\ Q_{12} &= \frac{\nu_{12}E_2}{1 - \nu_{12}\nu_{21}} = \frac{\nu_{21}E_1}{1 - \nu_{12}\nu_{21}}; \\ Q_{22} &= \frac{E_2}{1 - \nu_{12}\nu_{21}}; Q_{66} = G_{12}. \end{aligned} \quad (2.27)$$

## 2.2 ТЕМПЕРАТУРНЫЕ НАПРЯЖЕНИЯ В СЛОЯХ СИММЕТРИЧНО АРМИРОВАННОГО КМ В НАПРАВЛЕНИЯХ ГЛАВНЫХ ОСЕЙ УПРУГОСТИ ОДНОНАПРАВЛЕННОГО СЛОЯ K

Обозначим  $\langle \sigma_{11}(T_2 - T_1) \rangle_k$  – среднее напряжение в направлении армирования в слое K при изменении температуры от  $T_1$  до  $T_2$ ;  $\langle \sigma_{22}(T_2 - T_1) \rangle_k$  – среднее напряжение в направлении, перпендикулярном направлению армирования, в слое K при изменении температуры от  $T_1$  до  $T_2$ ;  $\langle \tau_{12}(T_2 - T_1) \rangle_k$  – среднее касательное напряжение в слое K при изменении температуры от  $T_1$  до  $T_2$ ;  $\langle \varepsilon_1(T_2 - T_1) \rangle$ ,  $\langle \varepsilon_2(T_2 - T_1) \rangle$ ,  $\langle \gamma_{12}(T_2 - T_1) \rangle$  – средние деформации слоистого пластика, вызванные изменением температуры от  $T_1$  до  $T_2$ ;  $\langle \alpha_1(T) \rangle_k$ ,  $\langle \alpha_2(T) \rangle_k$ ,  $\langle \alpha_{12}(T) \rangle_k$  – коэффициенты термического расширения слоя K.

$$\begin{aligned}
\langle \sigma_{22}(T_2 - T_1) \rangle_k &= [\bar{Q}_{12}(T)]_k \left[ \langle \langle \varepsilon_1(T_2 - T_1) \rangle \rangle - \int_{T_1}^{T_2} \langle \alpha_1(T) \rangle_k dT \right] + \\
&+ [\bar{Q}_{22}(T)]_k \left[ \langle \langle \varepsilon_2(T_2 - T_1) \rangle \rangle - \int_{T_1}^{T_2} \langle \alpha_2(T) \rangle_k dT \right] + [\bar{Q}_{26}(T)]_k \times \\
&\times \left[ \langle \gamma_{12}(T_2 - T_1) \rangle - \int_{T_1}^{T_2} \langle \alpha_{12}(T) \rangle_k dT \right]; \tag{2.29}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\langle \tau_{12}(T_2 - T_1) \rangle_k &= [\bar{Q}_{16}(T)]_k \left[ \langle \langle \varepsilon_1(T_2 - T_1) \rangle \rangle - \int_{T_1}^{T_2} \langle \alpha_1(T) \rangle_k dT \right] + \\
&+ [\bar{Q}_{26}(T)]_k \left[ \langle \langle \varepsilon_2(T_2 - T_1) \rangle \rangle - \int_{T_1}^{T_2} \langle \alpha_2(T) \rangle_k dT \right] + [\bar{Q}_{66}(T)]_k \times \\
&\times \left[ \langle \gamma_{12}(T_2 - T_1) \rangle - \int_{T_1}^{T_2} \langle \alpha_{12}(T) \rangle_k dT \right]. \tag{2.30}
\end{aligned}$$

Формулы для определения средних температурных деформаций слоистого КМ

в диапазоне температур  $(T_2 - T_1)$  согласно работе [2] имеют вид:

$$\begin{aligned}
\langle \varepsilon_x(T_2 - T_1) \rangle &= A_{11}^*(T) \sum_{k=1}^n [\bar{Q}_{11}(T) \cdot \int_{T_1}^{T_2} \langle \alpha_1(T) \rangle_k dT + \bar{Q}_{12}(T) \cdot \int_{T_1}^{T_2} \langle \alpha_2(T) \rangle_k dT + \\
&\bar{Q}_{16}(T) \cdot \int_{T_1}^{T_2} \langle \alpha_{12}(T) \rangle_k dT]_k (h_k - h_{k-1}) + A_{12}^*(T) \sum_{k=1}^n [\bar{Q}_{12}(T) \cdot \int_{T_1}^{T_2} \langle \alpha_1(T) \rangle_k dT + \\
&+ \bar{Q}_{22}(T) \cdot \int_{T_1}^{T_2} \langle \alpha_2(T) \rangle_k dT + \bar{Q}_{26}(T) \cdot \int_{T_1}^{T_2} \langle \alpha_{12}(T) \rangle_k dT]_k (h_k - h_{k-1}) + \\
&+ A_{16}^*(T) \sum_{k=1}^n [\bar{Q}_{11}(T) \cdot \int_{T_1}^{T_2} \langle \alpha_1(T) \rangle_k dT + \bar{Q}_{26}(T) \cdot \int_{T_1}^{T_2} \langle \alpha_2(T) \rangle_k dT + \\
&+ \bar{Q}_{66}(T) \cdot \int_{T_1}^{T_2} \langle \alpha_{12}(T) \rangle_k dT]_k (h_k - h_{k-1}); \tag{2.31}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\langle \varepsilon_y(T_2 - T_1) \rangle &= A_{12}^*(T) \sum_{k=1}^n [\bar{Q}_{11}(T) \cdot \int_{T_1}^{T_2} \langle \alpha_1(T) \rangle_k dT + \bar{Q}_{12}(T) \cdot \int_{T_1}^{T_2} \langle \alpha_2(T) \rangle_k dT + \\
&\bar{Q}_{16}(T) \cdot \int_{T_1}^{T_2} \langle \alpha_{12}(T) \rangle_k dT]_k (h_k - h_{k-1}) + A_{22}^*(T) \sum_{k=1}^n [\bar{Q}_{12}(T) \cdot \int_{T_1}^{T_2} \langle \alpha_1(T) \rangle_k dT + \\
&+ \bar{Q}_{22}(T) \cdot \int_{T_1}^{T_2} \langle \alpha_2(T) \rangle_k dT + \bar{Q}_{26}(T) \cdot \int_{T_1}^{T_2} \langle \alpha_{12}(T) \rangle_k dT]_k (h_k - h_{k-1}) + \\
&+ A_{26}^*(T) \sum_{k=1}^n [\bar{Q}_{11}(T) \cdot \int_{T_1}^{T_2} \langle \alpha_1(T) \rangle_k dT + \bar{Q}_{26}(T) \cdot \int_{T_1}^{T_2} \langle \alpha_2(T) \rangle_k dT + \\
&+ \bar{Q}_{66}(T) \cdot \int_{T_1}^{T_2} \langle \alpha_{12}(T) \rangle_k dT]_k (h_k - h_{k-1}); \tag{2.32}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \langle \gamma_{XY}(T_2 - T_1) \rangle = & A_{16}^*(T) \sum_{k=1}^n [\bar{Q}_{11}(T) \cdot \int_{T_1}^{T_2} \langle \alpha_1(T) \rangle_k dT + \bar{Q}_{12}(T) \cdot \int_{T_1}^{T_2} \langle \alpha_2(T) \rangle_k dT + \\
 & \bar{Q}_{16}(T) \cdot \int_{T_1}^{T_2} \langle \alpha_{12}(T) \rangle_k dT]_k (h_k - h_{k-1}) + A_{26}^*(T) \sum_{k=1}^n [\bar{Q}_{12}(T) \cdot \int_{T_1}^{T_2} \langle \alpha_1(T) \rangle_k dT + \\
 & + \bar{Q}_{22}(T) \cdot \int_{T_1}^{T_2} \langle \alpha_2(T) \rangle_k dT + \bar{Q}_{26}(T) \cdot \int_{T_1}^{T_2} \langle \alpha_{12}(T) \rangle_k dT]_k (h_k - h_{k-1}) + \\
 & + A_{66}^*(T) \sum_{k=1}^n [\bar{Q}_{11}(T) \cdot \int_{T_1}^{T_2} \langle \alpha_1(T) \rangle_k dT + \bar{Q}_{26}(T) \cdot \int_{T_1}^{T_2} \langle \alpha_2(T) \rangle_k dT + \\
 & + \bar{Q}_{66}(T) \cdot \int_{T_1}^{T_2} \langle \alpha_{12}(T) \rangle_k dT]_k (h_k - h_{k-1}).
 \end{aligned} \tag{2.33}$$

где  $\epsilon_x(T_2 - T_1), \epsilon_y(T_2 - T_1), \gamma_{XY}(T_2 - T_1)$  – средние деформации слоистого композита, вызванные изменением температуры от  $T_1$  до  $T_2$ ;  $\alpha_x, \alpha_y, \alpha_{XY}$  – функции термического расширения (сжатия) слоя  $k$ , определяемые формулами (2.8)–(2.10).

### 3. ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЙ ЭКСПЕРИМЕНТ

Equation Chapter 3 Section 3

В балочном элементе из КМ в процессе охлаждения возникают остаточные технологические напряжения и деформации [1].

Рассмотрим влияние несбалансированности, вызванной отклонениями угла укладки одного из слоев композитной балки, на величину остаточных напряжений 5-й слойной углепластиковой балки (рис. 3.1).

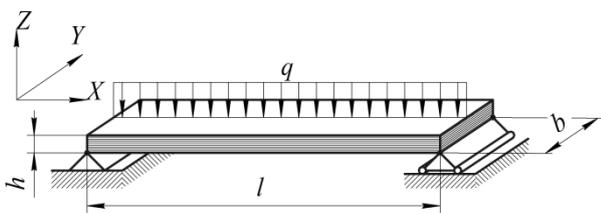


Рис. 3.1. Расчетная схема слоистой композитной балки

Приведенный в предыдущем разделе алгоритм учета остаточных технологических напряжений на макроуровне реализован в программном комплексе ANSYS, что позволяет прогнозировать величину и знак остаточных напряжений в многослойных композитах в зависимости от геометрии изделий, структуры и углов укладки, термоупругих характеристик однонаправленного слоя с учетом их зависимости от температуры.

*Исходные данные:* толщина слоя  $h_c = 0,2$  мм; количество слоев  $n = 5$ ; толщина слоистого пакета  $h = h_c \cdot n = 0,2 \cdot 5 = 1$  мм; ширина балки  $b = 15$  мм; длина балки  $l = 100$  мм; внешние механические нагрузки отсутствуют:  $q = 0$  Н/мм; температура полного отверждения композита  $T_{отв} = 140^\circ C$ ; нормальная температура  $T_{норм} = 20^\circ C$ ; упругие и прочностные характеристики углепластика на основе углеродной эпоксидной смолы представлены соответственно в табл. 3.1, 3.2; коэффициент армирования  $\psi = 0,65$ .

Структура укладки слоев в рассматриваемой композитной балке:  $(45 / -45 / 0 / -45 / 45)^\circ$ .

Определение прогибов проводилось в сечениях наибольших перемещений (срединное поперечное сечение балки). На рис. 3.2 представлена картина деформирования балки при наличии несбалансированности структуры.

Изначально анализируется величина остаточных напряжений балки с исходной сбалансированной структурой. Далее угол укладки внешнего слоя (слой №1) изменяется на  $\pm 3^\circ, \pm 5^\circ, \pm 10^\circ$  и исследуется изменение напряженно-деформированного состояния балки.

Таблица 3.1

Упругие характеристики углепластика

$T, ^\circ\text{C}$	$E_1, \text{ГПа}$	$E_2, \text{ГПа}$	$G_{12}, \text{ГПа}$	$\nu_{12}$	$\nu_{21}$	$\alpha_1, \times 10^6 \frac{1}{^\circ\text{C}}$	$\alpha_2, \times 10^6 \frac{1}{^\circ\text{C}}$
-173	50,3	21,7	5,0	0,264	0,114	8,7	18,6
-113	48,1	16,0	3,3	0,260	0,087	8,4	23,7
-73	47,1	13,4	2,6	0,261	0,074	8,1	27,2
-13	46,4	11,9	1,8	0,267	0,068	8,1	32,6
27	46,1	11,0	1,6	0,276	0,066	8,6	41,9
117	45,0	8,4	0,7	0,314	0,059	8,0	68,9
147	44,6	7,5	0,5	0,327	0,055	7,4	78,8

Таблица 3.2

Прочностные характеристики углепластика

$T, ^\circ\text{C}$	$\bar{\sigma}_1^+, \text{МПа}$	$\bar{\sigma}_1^-, \text{МПа}$	$\bar{\sigma}_2^+, \text{МПа}$	$\bar{\sigma}_2^-, \text{МПа}$	$\bar{\tau}_{12}, \text{МПа}$
-173,0	1466	717	48,6	48,6	24,1
-113,0	1394	668	42,6	42,6	21,2
-73,0	1360	645	39,4	39,4	19,8
-13,0	1339	631	37,4	37,4	18,2
27,0	1328	623	36,2	36,2	17,9
117,0	1293	599	32,3	32,3	15,9
147,0	1281	591	30,9	30,9	15,2

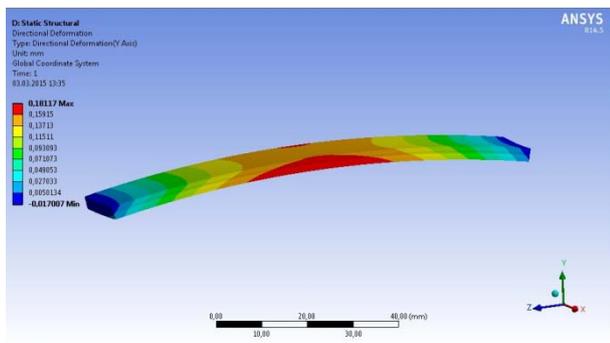
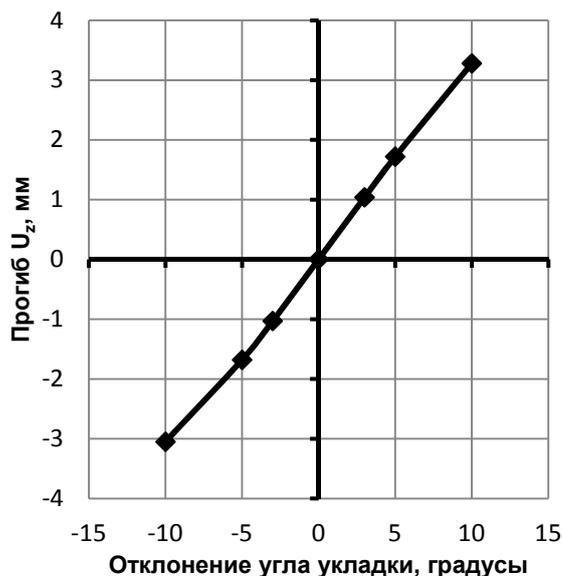
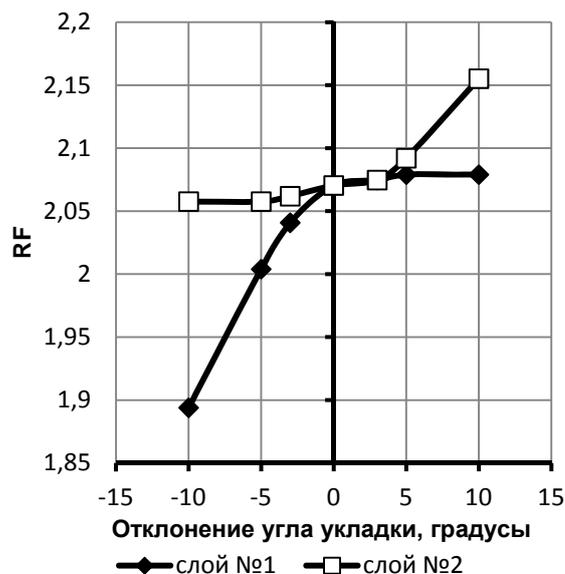


Рис. 3.2. Картина деформирования балки при наличии несбалансированности структуры

Зависимость прогиба 5-и слойной балки из углепластика от величины отклонения угла укладки внешнего слоя  $\Delta\varphi$  приведена на рис. 3.3. Изменение остаточной прочности  $RF$  наиболее напряженных слоев балки (слой № 1, № 2) в зависимости от величины отклонения угла укладки внешнего слоя  $\Delta\varphi$  представлено на рис. 3.4.

Рис. 3.3. Зависимость прогиба 5-и слойной балки из углепластика от величины отклонения угла укладки внешнего слоя  $\Delta\varphi$ Рис. 3.4. Зависимость остаточной прочности  $RF$  в слоях 5-и слойной балки от величины отклонения угла укладки внешнего слоя  $\Delta\varphi$ 

Зависимости нормальных и касательных напряжений в наиболее напряженных балки от величины отклонения угла укладки внешнего слоя  $\Delta\varphi$  представлено на рис. 3.5–3.7.

Графики 3.3, 3.5–3.7 свидетельствуют о существенном изменении напряженного и деформированного состояний в слоях балки при наличии несбалансированности структуры, вызванной отклонениями угла укладки внешнего слоя балки.

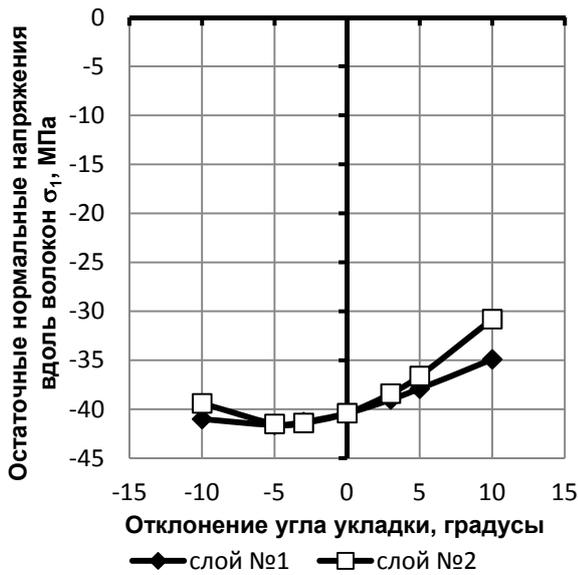


Рис. 3.5. Зависимость остаточных нормальных напряжений  $\sigma_1$  в слоях 5-и слойной консольной балки от величины отклонения угла укладки внешнего слоя  $\Delta\phi$



Рис. 3.6. Зависимость остаточных нормальных напряжений  $\sigma_2$  в слоях 5-и слойной консольной балки от величины отклонения угла укладки внешнего слоя  $\Delta\phi$

На рис. 3.8 представлена зависимость относительного изменения прогиба балки в зависимости от величины отклонения угла укладки внешнего слоя  $\Delta\phi$ . Относительное изменение прогиба определялось по формуле:

$$\Delta U_z^{\text{отн}} = \left| \frac{U_z^{\text{сбал}} - U_z^{\text{несбал}}}{l} \right| \cdot 100\%, \quad (3.1)$$

где  $U_z^{\text{сбал}}$  – прогиб балки в сбалансированном состоянии, а  $U_z^{\text{несбал}}$  – прогиб балки в несбалансированном состоянии соответственно;  $l$  – длина композитной балки.



Рис. 3.7. Зависимость остаточных касательных напряжений  $\tau_{12}$  в слоях 5-и слойной консольной балки от величины отклонения угла укладки внешнего слоя  $\Delta\phi$

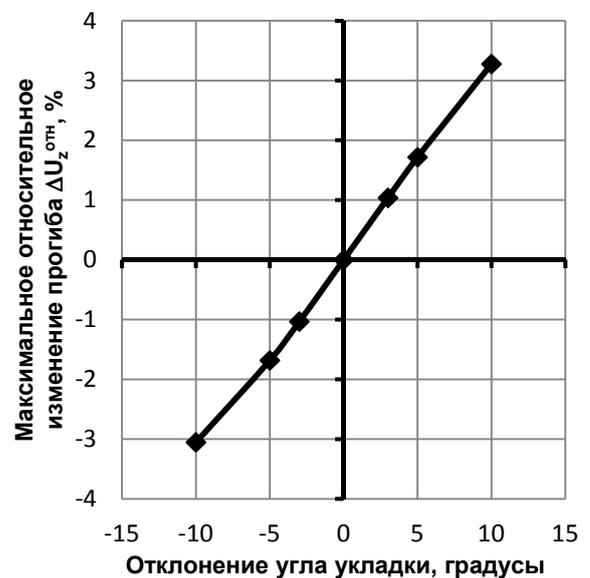


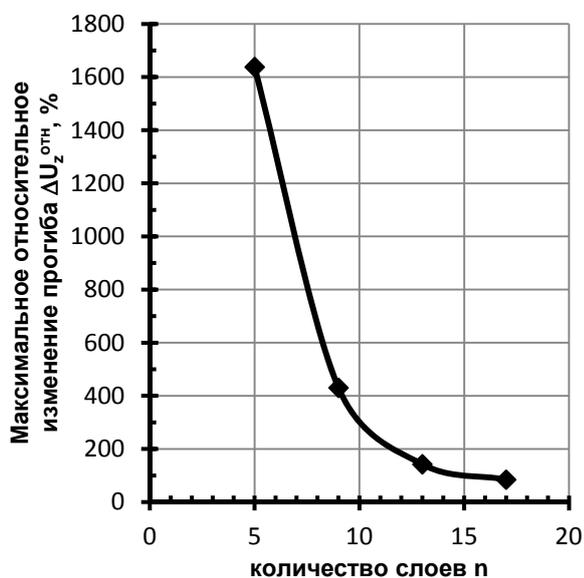
Рис. 3.8. Зависимость относительного изменения прогиба  $\Delta U_z^{\text{отн}}$  5-и слойной балки от отклонения угла укладки внешнего слоя  $\Delta\phi$

График 3.8 показывает, что относительное изменение прогиба 5-и слойной балки вследствие несбалансированности, вызванной отклонениями угла укладки внешнего слоя, может составлять до 3,5 % по отношению

к длине балки. Изменение остаточных технологических напряжений в данном случае может составлять до 40 % по отношению к сбалансированному состоянию.

Для выявления влияния числа слоев на величину изменения прогибов, были рассмотрены 9, 13, и 17-и слойные балки из углепластика. Графики зависимостей прогибов и напряжений для данных балок не приводятся, так как они имеют качественно схожий характер с соответствующими графиками для 5-ти слойной балки.

На рис. 3.9 представлена зависимость относительного изменения прогиба балок в зависимости от количества слоев  $n$ . Значения относительного изменения прогиба были взяты для максимальной величины отклонения угла укладки  $\Delta\varphi = +10^\circ$ .



**Рис. 3.9.** Зависимость относительного изменения прогиба  $\Delta U_z^{\text{отн}}$  слоистых балок при отклонении углов укладки внешнего слоя от количества слоев  $n$

Из зависимости на рис. 3.9 видно, что с увеличением числа слоев в балке влияние несбалансированности, вызванной отклонениями угла укладки внешнего слоя, на деформационное поведение балки уменьшается и при числе слоев  $\geq 13$  относительное изменение прогиба укладывается в рекомендуемые допустимые значения. Анализ напряженного состояния показывает, что изменение остаточных напряжений может достигать 40 % по отношению к сбалансированному состоянию.

## ВЫВОД

Таким образом, нарушение сбалансированности слоистых структур балочных элементов из КМ, вызванное отклонением углов укладки внешнего слоя, приводит как к короблению балки, так и к изменению величины остаточных напряжений. Установлено, что изменение зависит от величины отклонения угла укладки внешнего слоя  $\Delta\varphi$ , числа слоев  $n$ , разности коэффициентов линейного термического расширения компонентов композита, разности между нормальной температурой и температурой полного отверждения связующего ( $\Delta T = T_{\text{отв}} - T_{\text{норм}}$ ). При числе слоев  $n \geq 13$  влияние несбалансированности на величину максимального коробления  $\Delta U_z^{\text{отн}}$  не превышает рекомендуемых допустимых значений. Изменение остаточных технологических напряжений в данном случае может составлять до 40 % по отношению к сбалансированному состоянию.

Все вышеперечисленное делает необходимым анализ влияния несбалансированности на величину остаточных напряжений и деформации элементов конструкций из композитов.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Полимерные** композиционные материалы: структура, свойства, технология: учеб. пособие / М. Л. Кербер, В. М. Виноградов, Г. С. Головкин и др.; под ред. А.А. Берлина. – СПб.: Профессия, 2008. – 560 с., ил. [M. L. Kerber, V. M. Vinogradov, G. S. Golovkin and others. *Polymeric composite materials: structure, properties, technology*. SPb: Professiya, 2008.]
2. **Скудра А. М., Сбитнев О. В.** Коэффициент линейного расширения слоистых пластиков // Механика армированных пластиков. – Рига: Риж. политехн. ин-т, 1981. – С. 65–75. [A. M. Skudra, O. V. Sbitnev, “Layered plastics thermal expansion coefficient”, *Mekhanika armirovannyh plastikov*, Riga, pp. 65-75, 1981.]
3. **Скудра А. М., Сбитнев О. В.** Температурная зависимость коэффициента термического расширения армированных пластиков // Механика композитных материалов. – Рига: Риж. политехн. ин-т, 1982. – С. 12–24. [A. M. Skudra, O. V. Sbitnev, “Reinforced plastics thermal expansion coefficient temperature relationship”, *Mekhanika kompozitsionnyh materialov*, Riga, pp. 12–24, 1982.]
4. **Скудра А. М., Сбитнев О. В.** Функция термического расширения армированных пластиков // Механика композитных материалов. – Рига: Риж. политехн. ин-т, 1984. – С. 88–99. [A. M. Skudra, O. V. Sbitnev, “Reinforced plastics thermal expansion function”, *Mekhanika kompozitsionnyh materialov*, Riga, pp. 88-99, 1984.]
5. **Ван Фо Фы Г. А.** Конструкции из армированных пластиков. – Киев: Техника, 1981. – 220 с. [G. A. Van Fo Fy, “Reinforced plastics constructions”, Kiev: Tehnika, 1981.]

6. **Shapery A. A.** Thermal expansion coefficient of composite materials based on energy principles // Composite materials. – 1968. – Vol.2 – p. 358-365.

#### ОБ АВТОРАХ

**ЖЕРНАКОВ Владимир Сергеевич**, проф., зав. каф. сопр. материалов. Дипл. инженер-механик (УАИ, 1967). Д-р техн. наук по тепл. двигателям летательн. аппаратов (УГАТУ, 1992). Засл. деятель науки РФ, член-корр. АН РБ. Иссл. в обл. механики деформируемого твердого тела.

**ПЕРВУШИН Юрий Сергеевич**, проф. каф. сопр. материалов. Дипл. инж.-мех. (УАИ, 1958). Д-р техн. наук по динамике и прочности машин и аппаратов (Челяб. политехн. ин-т, 1991). Иссл. в обл. мех-ки и термомех-ки композиц. материалов.

**СОЛОВЬЕВ Павел Владимирович**, ст. преп. каф. материаловедения и физики металлов. Дипл. инж. (УГАТУ, 2009).

#### METADATA

**Title:** Layered composite materials structure imbalance influence on construction elements technological (residual) stresses.

**Authors:** V.S. Zhernakov<sup>1</sup>, Y. S. Pervushin<sup>2</sup>, P.V. Soloviev<sup>3</sup>.

**Affiliation:** <sup>1-3</sup>Ufa State Aviation Technical University (UGATU), Russia.

**Email:** <sup>1</sup>zhvs@rb.ru, <sup>2</sup>pcomposit@mail.ru, <sup>3</sup>paulnightingale@mail.ru

**Language:** Russian.

**Source:** Vestnik UGATU (scientific journal of Ufa State Aviation Technical University), vol. 19, no. 3 (69), pp. 139–149, 2015. ISSN 2225-2789 (Online), ISSN 1992-6502 (Print).

**Abstract:** In this article there are adduced researches results of layered composites structure influence on residual stresses value. In the capacity of research objects are considered composite beams with different layers quantity and various stacking angles. There is represented calculation theory basis of residual stresses. There are adduced calculating experiment results about structure influence (layers quantity, stacking angles, and structure imbalance) on residual stresses values and strain state of beam elements.

**Key words:** composite; layer; imbalance; beam; stress; deformation, residual stresses.

#### About authors:

**ZHERNAKOV, Vladimir Sergeevich**, Prof., Head of a Chair of Dept. of Strength of Materials, Dipl. Engineer (Ufa Aviation Institute, 1967). Dr. of Tech. Sci. (Ufa State Aviation Technical, 1992). Honored Science Worker of RF. Member-correspondent of Science Academy of Bashkortostan Republic. Researches in area of deformable body mechanics.

**PERVUSHIN, Yury Sergeevich**, Prof., Dept. of Strength of Materials. Dipl. Engineer (Ufa Aviation Institute, 1958).

Dr. of Tech. Sci. (CPI, 1991). Researches in area of composite materials mechanics and thermomechanics.

**SOLOVIEV, Pavel Vladimirovich**, Master Teacher, Dept. of Materials Technology and Metals Physics. Dipl. Engineer (UGATU, 2009).