

А. Х. Султанов, В. Х. Багманов, Р. В. Кутлуяров, С.В. Харитонов

МОДЕЛИРОВАНИЕ РАСПРОСТРАНЕНИЯ WDM-СИГНАЛОВ В ВОЛОКОННО-ОПТИЧЕСКОЙ ЛИНИИ ПЕРЕДАЧИ В УСЛОВИЯХ НЕЛИНЕЙНОСТЕЙ И ПОЛЯРИЗАЦИОННО-МОДОВОЙ ДИСПЕРСИИ

Рассматривается математическая модель волоконно-оптической линии связи на основе системы связанных нелинейных уравнений Шредингера. С использованием модели проведены расчёты параметров распространения сигнала в типовой волоконно-оптической линии передачи. *Волоконно-оптические линии передачи; Керр-нелинейности; ПМД; связанные уравнения Шредингера*

ВВЕДЕНИЕ

Уплотнение каналов по длине волны (WDM) на сегодняшний день является лидирующей технологией в магистральных волоконно-оптических линиях связи благодаря высокой емкости и спектральной эффективности. Однако увеличение скорости передачи до 40 Гбит/с и выше в отдельном канале связано с целым комплексом сложностей. Ключевыми факторами, существенно ограничивающими возможности волоконно-оптических систем связи, являются хроматическая дисперсия, поляризационные эффекты и нелинейности в волокне [1].

Поляризационные эффекты представляют достаточную сложность для изучения, так как существенно зависят от случайного пространственного и временного изменения параметра двулучепреломления оптического волокна. Случайное изменение параметров среды передачи происходит во временных масштабах от миллисекунд до дней [2].

Особый интерес представляют поляризационные эффекты, возникающие в волокне в условиях нелинейной передачи. Проявление таких эффектов имеет также случайный характер, и при скоростях передачи выше 10 Гбит/с и на длинных (сотни километров) линиях связи должно обязательно приниматься во внимание. В ряде работ показано, что при взаимодействии поляризационно-модовой дисперсии (ПМД) и нелинейностей существенно снижается эффективность оптических и электрических схем компенсации ПМД первого и более высоких порядков [3, 4].

Таким образом, при проектировании высокоскоростных волоконно-оптических линий пе-

редачи и модернизации существующих линий необходим оценочный анализ параметров линии с учетом хроматической дисперсии, нелинейных и поляризационных эффектов. Эффективным способом проведения таких оценок является численное моделирование линий передачи.

ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ АППАРАТ МОДЕЛИРОВАНИЯ ЛИНИИ ПЕРЕДАЧИ

Феномен нелинейности возникает, когда амплитуда приложенного электрического поля достигает значений, при которых отклик среды не может рассматриваться как линейный. Нелинейности описываются уравнениями Максвелла с включением нелинейных членов. Уравнения Максвелла могут быть использованы для получения волнового уравнения, которое описывает распространение света в оптическом волокне [1]:

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{E} = -\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} - \mu_0 \frac{\partial^2 \mathbf{P}}{\partial t^2}, \quad (1)$$

где \mathbf{E} – вектор электрического поля, \mathbf{P} – электрическая поляризация, c – скорость света в вакууме, и использовано соотношение $\mu_0 \epsilon_0 = 1/c^2$.

В случае оптических волокон в диапазоне длин волн 1–2 мкм наведенная поляризация состоит из двух слагаемых:

$$\mathbf{P}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{P}_L(\mathbf{r}, t) + \mathbf{P}_{NL}(\mathbf{r}, t), \quad (2)$$

где линейный и нелинейный член определяются, соответственно, как

$$\mathbf{P}_L(\mathbf{r}, t) = \epsilon_0 \int_{-\infty}^t \chi^{(1)}(t-t') \cdot \mathbf{E}(\mathbf{r}, t') dt', \quad (3)$$

$$\mathbf{P}_{NL}(\mathbf{r}, t) = \varepsilon_0 \int_{-\infty}^t dt_1 \int_{-\infty}^t dt_2 \int_{-\infty}^t dt_3 \times \chi^{(3)}(t - t_1, t - t_2, t - t_3); \mathbf{E}(\mathbf{r}, t_1) \mathbf{E}(\mathbf{r}, t_2) \mathbf{E}(\mathbf{r}, t_3), \quad (4)$$

где $\chi^{(i)}$ ($i = 1, 2, \dots$) – восприимчивость i -го порядка, $\chi^{(i)}$ – тензор ранга $i + 1$, вводимый для учета поляризационных эффектов.

С использованием (2), уравнение (1) может быть записано как

$$\nabla^2 \mathbf{E} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} = \mu_0 \frac{\partial^2 \mathbf{P}_L}{\partial t^2} + \mu_0 \frac{\partial^2 \mathbf{P}_{NL}}{\partial t^2}. \quad (5)$$

Математическое описание нелинейных поляризационных эффектов основано на том факте, что одномодовое волокно поддерживает две ортогонально-поляризованные моды с одинаковым пространственным распределением. Реальные волокна имеют некоторую асимметрию из-за неточностей технологического процесса и/или механического воздействия на волокно после производства. Асимметрия нарушает вырожденность ортогонально поляризованных HE_{11} мод, приводя к двулучепреломлению – разности в фазовых и групповых скоростях двух мод. При этом величина этой разности и ориентация осей двулучепреломления случайным образом изменяются на расстояниях порядка десятков метров.

Для получения уравнений, описывающих эволюцию двух ортогонально-поляризованных волоконных мод, можно описать электрическое поле следующим образом:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{2} \left[\vec{x} E_x(\mathbf{r}, t) \exp(-i\omega_0 t) + \vec{y} E_y(\mathbf{r}, t) \exp(-i\omega_0 t) + c.c. \right] \quad (6)$$

$$E_x(\mathbf{r}, t) = F(x, y) A_x(z, t) \exp(i\beta_{0x} z), \quad (7)$$

$$E_y(\mathbf{r}, t) = F(x, y) A_y(z, t) \exp(i\beta_{0y} z), \quad (8)$$

где \vec{x}, \vec{y} – два ортогональных единичных вектора, поперечных направлению распространения, $F(x, y)$ – пространственное распределение моды, поддерживаемое волокном, $A(z, t)$ – медленно меняющаяся амплитуда, β_0 – постоянная распространения, $c.c.$ – комплексно сопряженная величина.

Медленно меняющиеся амплитуды удовлетворяют системе связанных уравнений [1]:

$$\frac{\partial A_x}{\partial z} + \beta_{1x} \frac{\partial A_x}{\partial t} + \frac{i\beta_2}{2} \frac{\partial^2 A_x}{\partial t^2} + \frac{\alpha}{2} A_x = i\gamma \left(|A_x|^2 + \frac{2}{3} |A_y|^2 \right) A_x + \frac{i\gamma}{3} A_x^* A_y^2 \exp(-2i\Delta\beta z), \quad (9)$$

$$\frac{\partial A_y}{\partial z} + \beta_{1y} \frac{\partial A_y}{\partial t} + \frac{i\beta_2}{2} \frac{\partial^2 A_y}{\partial t^2} + \frac{\alpha}{2} A_y = i\gamma \left(|A_y|^2 + \frac{2}{3} |A_x|^2 \right) A_y + \frac{i\gamma}{3} A_y^* A_x^2 \exp(2i\Delta\beta z), \quad (10)$$

где $\Delta\beta = \beta_{0x} - \beta_{0y}$; $\beta_0, \beta_1, \beta_2$ – коэффициенты разложения постоянной распространения моды β в ряд Тейлора вблизи несущей частоты ω_0 .

При этом

$$\beta_1 = \frac{1}{v_g}, \quad (11)$$

где v_g – групповая скорость.

Неравенство величин $\beta_{1x} \neq \beta_{1y}$ приводит к уширению импульса по мере распространения в волокне. Величина уширения импульса может быть оценена с использованием временной задержки ΔT , возникающей между двумя поляризационными компонентами при распространении импульса. Для волокна длиной L задержка определяется как

$$\Delta T = \left| \frac{L}{v_{gx}} - \frac{L}{v_{gy}} \right| = L |\beta_{1x} - \beta_{1y}|. \quad (12)$$

Таким образом, второй член в левой части уравнений (9)–(10) обуславливает эффекты, связанные с двулучепреломлением.

Уравнение (12) определяет величину временной задержки между двумя ортогонально-поляризованными составляющими импульса в случае, если оси двулучепреломления не изменяют своего положения в волокне, т. е., оно справедливо для относительно коротких участков волокна (здесь мы имеем дело с ПМД первого порядка). При рассмотрении длинных волокон необходимо учитывать, что локальные оси двулучепреломления меняют свою ориентацию случайным образом от одного участка волокна к другому, и групповая задержка будет увеличиваться не линейно с расстоянием, а пропорционально его квадратному корню. Среднеквадратичное значение групповой задержки

$$\Delta\tau_{\text{ср.кв.}} = \left(\frac{\Delta\tau_b}{L_b} \right) \sqrt{2LL_c}, \quad (13)$$

где L_c – длина корреляции, $\Delta\tau_b$ – групповая задержка, получаемая на расстоянии, равном длине биений L_b , L – длина волокна.

Параметр β_2 определяет хроматическую дисперсию волокна, которая принимается поляризационно-независимой.

Последний член в уравнениях (9) и (10) является вследствие когерентного связывания между двумя поляризационными компонентами

и ведет к вырожденному четырехволновому смешению. Если длина волокна существенно больше длины биений, последний член в уравнениях (9) и (10) часто меняет знак и его усреднённый вклад равен нулю.

Длина биений $L_B = \lambda/\Delta n$, где Δn – разность эффективных показателей преломления двух ортогональных мод в волокне представляет собой расстояние, на котором накапливается разность фаз в 2π между двумя модами или, что эквивалентно, поляризация вращается по полному циклу. Экспериментальные измерения на установленных волокнах дали усредненные значения L_B порядка 40 м для стандартных ступенчатых волокон и порядка 20 м для волокон со смещённой дисперсией и ненулевой смещённой дисперсией [5].

При распространении на большие расстояния экспоненциальным членом можно пренебречь, и уравнения (9) и (10) принимают вид

$$\begin{aligned} \frac{\partial A_x}{\partial z} + \beta_{1x} \frac{\partial A_x}{\partial t} + \frac{i\beta_2}{2} \frac{\partial^2 A_x}{\partial t^2} + \frac{\alpha}{2} A_x = \\ = i\gamma \left(|A_x|^2 + \frac{2}{3} |A_y|^2 \right) A_x, \end{aligned} \quad (14)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial A_y}{\partial z} + \beta_{1y} \frac{\partial A_y}{\partial t} + \frac{i\beta_2}{2} \frac{\partial^2 A_y}{\partial t^2} + \frac{\alpha}{2} A_y = \\ = i\gamma \left(|A_y|^2 + \frac{2}{3} |A_x|^2 \right) A_y. \end{aligned} \quad (15)$$

Эти уравнения известны как связанные нелинейные уравнения Шредингера для линейно-двулучепреломляющего волокна.

Указанные уравнения управляют эволюцией поля одного оптического канала и могут быть обобщены для WDM-сигнала для описания межканальных эффектов [6].

Для l -го канала N -канальной WDM-системы электрическое поле

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_l(\mathbf{r}, t) = \\ = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} F_l(x, y) A_{lx}(z, t) \exp[i(\beta_{0lx}z - \omega_{0l}t)] + c.c. \\ F_l(x, y) A_{ly}(z, t) \exp[i(\beta_{0ly}z - \omega_{0l}t)] + c.c. \\ 0 \end{pmatrix} = \\ = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} F(x, y) A_{lx}(z, t) \exp[i(\beta_{0lx}z - \omega_{0l}t)] + c.c. \\ F(x, y) A_{ly}(z, t) \exp[i(\beta_{0ly}z - \omega_{0l}t)] + c.c. \\ 0 \end{pmatrix}, \end{aligned} \quad (16)$$

где $A_{lp}(z, t)$ и β_{0lp} – медленно меняющаяся огибающая и константа распространения p -й ($p =$

x, y) компоненты канала l , соответственно, $F_l(x, y)$ – поперечное распределение моды канала l , которое приблизительно эквивалентно $F(x, y)$ в случае одномодового волокна.

Нелинейная компонента поляризации может быть записана как

$$\mathbf{p}_{NL}(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \sum_{l=1}^N p_{lx} \exp[i(\beta_{0lx}z - \omega_{0l}t)] + c.c. \\ \sum_{l=1}^N p_{ly} \exp[i(\beta_{0ly}z - \omega_{0l}t)] + c.c. \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (17)$$

Наконец, система уравнений, описывающих ПМД и различные нелинейные эффекты, может быть получена в следующем виде:

$$\begin{aligned} \frac{\partial A_{lp}}{\partial z} + \beta_{1lp} \frac{\partial A_{lp}}{\partial t} + \frac{i\beta_{2lp}}{2} \frac{\partial^2 A_{lp}}{\partial t^2} + \frac{\alpha}{2} A_{lp} = \\ = i\gamma_l \left(|A_{lp}|^2 + 2 \sum_{j=1, j \neq l}^N |A_{jp}|^2 + \frac{2}{3} \sum_{j=1}^N |A_{jp}|^2 \right) A_{lp} + \\ + i\gamma_l \sum_{\substack{j, m, j \neq m, \\ \omega_j = 2\omega_j - \omega_m}} A_{jp}^2 A_{mp}^* \exp[i\beta_{2jp}(\omega_m - \omega_j)z] + \\ + i\gamma_l \frac{2}{3} \sum_{\substack{j, m, j \neq m, \\ \omega_j = 2\omega_j - \omega_m}} A_{jp} A_{jq} A_{mq}^* \exp[i(\beta_{2jp}(\omega_m - \\ - \omega_j)^2 + \frac{\Delta n}{c}(\omega_m - \omega_j))z], \end{aligned} \quad (18)$$

где $p, q = x, y$ и $p \neq q$, γ – нелинейный коэффициент для канала l .

Первое слагаемое в правой части уравнения (18) описывает фазовую самомодуляцию и кросс-модуляцию, тогда как следующие части описывают четырехволновое смешение.

Фазовая кросс-модуляция (ФКМ) – это нелинейный феномен, возникающий при одновременной передаче двух и более оптических каналов по одному волокну. Проявление эффекта ФКМ зависит от суммарной мощности сигналов в волокне и разности поляризаций двух сигналов и приводит к флуктуации интенсивности и деполяризации сигнала на временных промежутках порядка длительности одного бита. Такое быстрое изменение поляризации сигнала на выходе линии обуславливает существенное снижение эффективности компенсаторов ПМД.

Нелинейная модуляция фазы, наводимая посредством ФКМ, зависит от последовательности бит в индуцирующем канале. Известно, что взаимное влияние WDM-каналов при ФКМ зависит от длины сдвига (walk-off) между битовыми по-

следовательностями соседних каналов, возникающей из-за разности групповых скоростей двух WDM-каналов. Однако в протяженных WDM-системах с управлением дисперсией оптическая линия состоит из чередующихся отрезков с нормальной и аномальной дисперсией, так что дисперсия и потери в волокне компенсируются после каждого периода карты дисперсии. Поэтому, хотя импульсы в соседних каналах сдвигаются относительно друг друга на протяжении пролета, они снова «возвращаются» при компенсации дисперсии и снова взаимодействуют с битами соседнего канала в следующем пролёте линии. В результате ФКМ увеличивается от одного пролета к другому и может достигать достаточно больших значений для длинных линий передачи.

РЕЗУЛЬТАТЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ

Уравнения (14)–(15), (18) в общем случае не могут быть решены аналитически.

Общепринятым подходом к решению связанных уравнений Шредингера является их численное решение.

Учитывая случайный характер моделируемых поляризационных эффектов, для получения наглядной картины исследуемого процесса передачи необходимо проведение ряда вычислительных экспериментов с получением ансамбля реализаций случайного процесса при каждом сочетании исходных условий.

Надлежащее моделирование ПМД требует воспроизводства ее случайной природы. Простейшая модель ПМД отображает эффект первого порядка и представляет собой отрезок двулучепреломляющего волокна, дающего временную задержку между двух ортогонально-поляризованных компонент поля. Более реалистичные модели должны воспроизводить ПМД-эффекты более высокого порядка. Это может быть достигнуто использованием хорошо известной модели, состоящей из последовательности двулучепреломляющих волокон, повернутых на случайные углы относительно оси распространения сигнала. Для учета нелинейных эффектов каждое волокно должно быть смоделировано как нелинейная среда распространения с использованием системы уравнений Шредингера. В разработанной вычислительной модели связанные уравнения Шредингера решаются с использованием фурье-метода расщепления по физическим факторам [1].

Описанная модель схематически изображена на рис. 1. ПМД моделируемой линии определяется распределением $\Delta\beta_1(z)$.

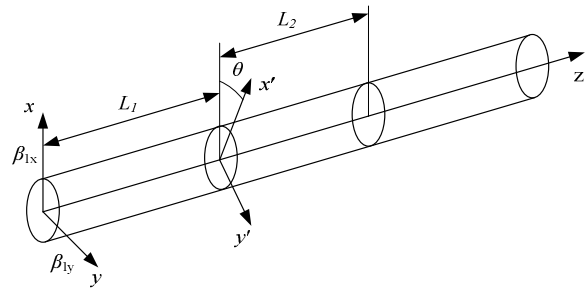


Рис. 1. Модель волоконной линии

В серии проведенных симуляций была смоделирована волоконно-оптическая линия передачи, состоящая из четырех пролетов, каждый из которых включает в себя участок волокна с ненулевой смещенной дисперсией длиной 80 км, волокно, компенсирующее дисперсию, длиной 3 км и идеальный усилитель на основе волокна, легированного эрбием (на рис. 2 обозначены как NZDSF, DCF, EDFA соответственно; там же WDM-мультиплексор обозначен как MUX WDM, WDM-демультиплексор – как DEMUX WDM).

При моделировании рассматривался WDM-сигнал, состоящий из двух каналов на длине волны порядка 1550 нм с межканальным интервалом 0,8 нм. В каждом канале передавалась последовательность бит, образованная супергауссовскими импульсами. Параметры волокна, использованные при расчете, соответствуют справочным параметрам для NZDSF-волокон.

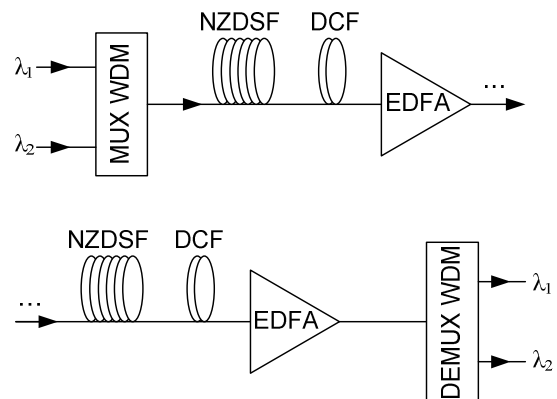


Рис. 2. Структурная схема моделируемой ВОЛП

При моделировании было рассмотрено несколько случаев.

На рис. 3, *а* изображен ансамбль реализаций осциллограммы одноканального сигнала с пиковой мощностью 1 мВт после прохождения линии передачи, в которой отсутствует ПМД, то есть волокно не имеет свойств двулучепреломления. На рис. 3, *б* изображен тот же сигнал после прохождения линии с ПМД (моделировалось волокно с низким значением параметра ПМД – $D_p = 0,05$ пс/ $\sqrt{\text{км}}$). По результатам моделирования видно, что ПМД в случае низкой мощности сигнала в волокне ухудшает параметры сигнала на приеме из-за случайного фазового дрожания импульсов.

На рис. 4, *а* изображен ансамбль реализаций осциллограммы одного из двух каналов WDM-сигнала, пиковая мощность которого составляет 1 мВт после прохождения линии передачи, в которой отсутствует ПМД. При этом мощ-

ность второго канала принята 100 мВт, то есть он играет роль сигнала накачки, создающего нелинейные эффекты в волокне и вызывающего существенные искажения сигнала малой мощности. Поляризации двух канальных сигналов совпадают, что является худшим случаем с точки зрения их взаимного влияния. На рис. 4, *б* изображен случай, когда при тех же условиях два сигнала имеют ортогональные поляризации. При этом видно, что влияние сигнала накачки ниже, чем в предыдущем случае. На рис. 4, *в*, изображена осциллограмма того же сигнала при прохождении волокна со слабой ПМД при одинаковой исходной поляризации канальных сигналов. Слабая ПМД способствует снижению нелинейных помех, наводимых сигналом накачки на сигнал малой мощности, что связано с частичной деполяризацией сигналов.

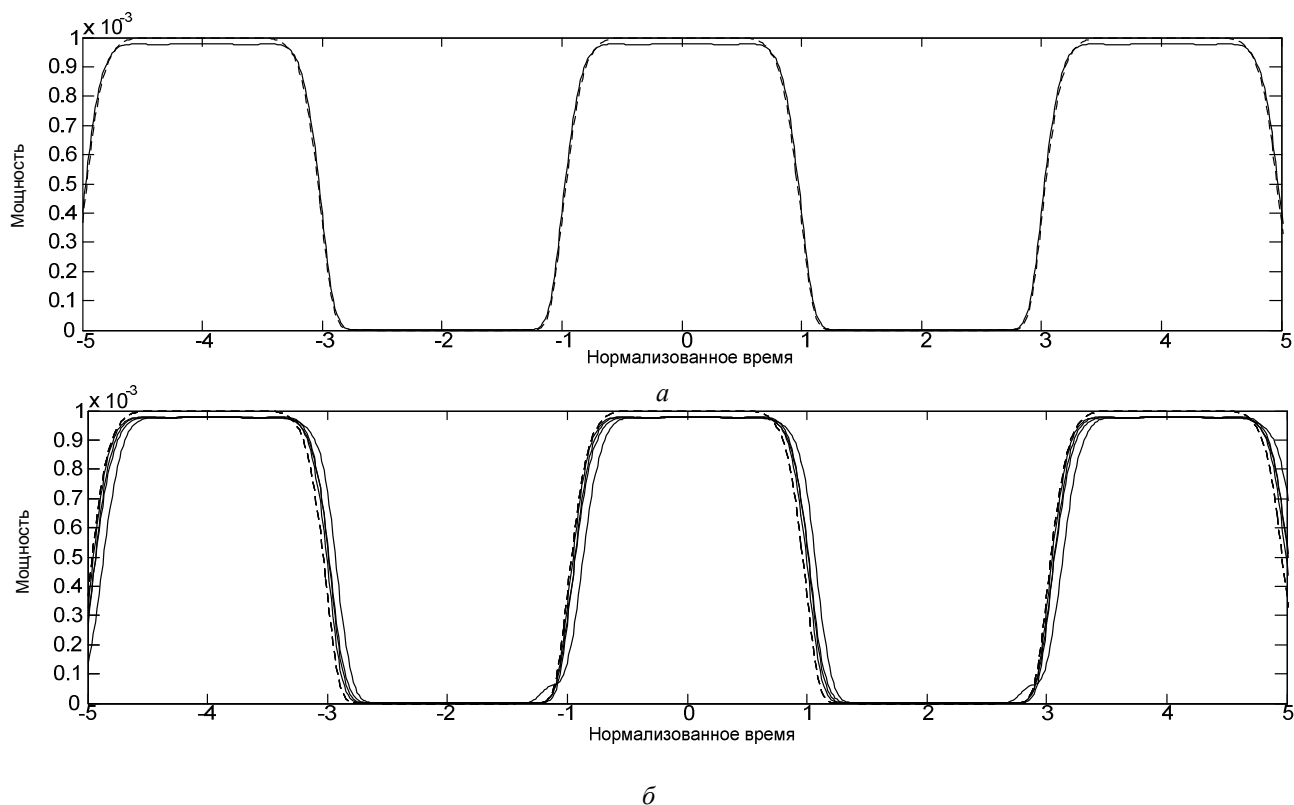


Рис. 3. Передача сигнала малой мощности: *а* – в линии без ПМД; *б* – со слабой ПМД. Штриховой линией показана форма исходного сигнала

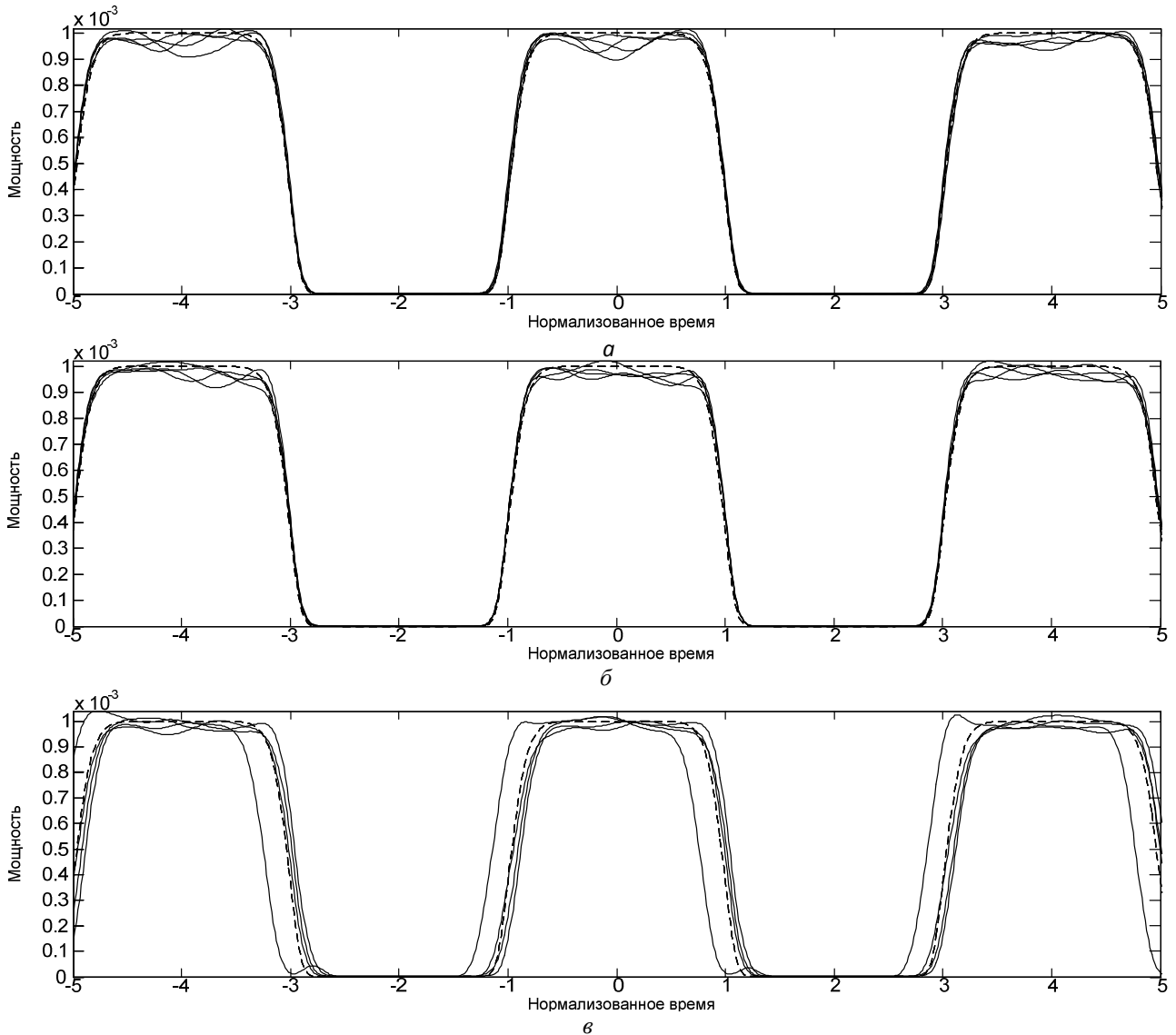


Рис. 4. Передача двухканального сигнала с накачкой большой мощности:

a – в линии без ПМД при одинаковой поляризации каналов;
б – в линии без ПМД при ортогональной поляризации каналов; *в* – в линии со слабой ПМД.
 Штриховой линией показана форма исходного сигнала

ВЫВОДЫ

На основе системы связанных нелинейных уравнений Шредингера создана компьютерная модель волоконно-оптической линии связи, позволяющая рассчитывать параметры передачи WDM-сигналов. Результаты проведенных расчетов показывают, что при низкой мощности сигналов ПМД оказывает большее влияние на систему по сравнению с нелинейностями. Когда суммарная мощность WDM-сигнала велика, нелинейные эффекты становятся доминирующими. При этом наличие в линии слабой ПМД незначительно снижает искажение сигналов, вызванное нелинейными эффектами. Полученные

при моделировании результаты применимы к реальным WDM-сетям с большими скоростями передачи. Разработанная модель может применяться при анализе существующих и проектировании новых волоконно-оптических линий передачи.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Agrawal G. P.** Nonlinear Fiber Optics. Elsevier Inc., USA, 2007.
2. **Menyuk C. R., Marks B. S.** Interaction of polarization mode dispersion and nonlinearity in optical fiber transmission systems // Journal of Lightwave Technology. 2006. Vol. 24. P. 2806–2826.

3. Bit-pattern-dependent polarization rotation in first-order PMD-compensated WDM systems / R. Khoravani [et al.] // *Optics Communications*. 2006. № 257. P. 191–196.

4. Effects of nonlinear crosstalk in optical PMD compensation / J. H. Lee [et al.] // *IEEE Photonics Technology Letters*. Vol.14, № 8.

5. Measurement of local beat length and differential group delay in installed single-mode fibers / A. Galtaossa [et al.] // *Journal of Lightwave Technology*. 2000. Vol. 18(10). P. 1389–1394.

6. Impact of polarization mode dispersion and nonlinear effect on 40 Gbit/s dense wavelength division multiplexing system / X. Sun [et al.] // *Front. Electr. Electron. Eng. China*. 2006. Vol. 3. P. 361–366.

ОБ АВТОРАХ

Султанов Альберт Ханович, проф., зав. каф. телекоммуникац. систем. Дипл. инженер по многоканальн. электросвязи (Новосибирск. электротехн. ин-т связи, 1973). Д-р техн. наук по управлению в техн. сист. (УГАТУ, 1996). Иссл. в обл. телекоммуникац. систем, оптоэлектр. аэрокосм. систем.

Багманов Валерий Хусанович, проф. той же каф. Дипл. физик (МГУ, 1975). Д-р техн. наук по системн. анализу, управлению и обработке информации (УГАТУ, 2007). Иссл. в обл. математическ. моделирования и обработки сигналов.

Кутлюяров Руслан Владимирович, асп. той же каф. Дипл. инженер по многоканальн. телекоммуникац. системам (УГАТУ, 2008). Иссл. в обл. волоконно-оптической связи.

Харитонов Святослав Валериевич, магистрант Ин-та прикл. физики (г. Йена, ФРГ). Дипл. инженер по многоканальн. телекоммуникац. системам (УГАТУ, 2010). Иссл. в обл. волоконно-оптической связи.