

УДК 517.958:531.72

**В. Г. МИХАЙЛОВ, П. В. ПЕТРОВ****ГИДРОДИНАМИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ  
ТЕЧЕНИЯ ГАЗОЖИДКОСТНОЙ СМЕСИ  
В ПРОТОЧНЫХ КАНАЛАХ ЦЕНТРОБЕЖНОГО НАСОСА**

Предложена модификация математической модели центробежного насоса Сана для расчета динамики изменения параметров течения газожидкостной смеси в проточных каналах лопастного насоса. Проведены численные исследования параметров двухфазного течения, построены переходные процессы по давлению и скорости жидкой фазы в элементах центробежного насоса. Проведен предварительный анализ гидродинамических течений в элементах ЭЦН на наличие неустойчивых режимов работы насоса. *Центробежный насос; потери давления в межлопаточных каналах; нестационарные течения; гидродинамическая модель; импеллер; лопаточный диффузор; газожидкостные течения*

Характерной особенностью условий работы нефтяных скважинных ЭЦН и центробежных насосов, установленных в первом контуре охлаждения реакторов АЭС, является наличие свободного газа в перекачиваемой жидкости. Эксплуатация ЭЦН в условиях наличия газа существенно снижает качественные показатели центробежных насосов. Математическое моделирование течений газожидкостных смесей в проточных каналах ЭЦН позволит на практике при разработке насосов применить прогрессивный принцип прогнозирования высоких гидравлических качеств лопастных насосов на стадии их проектирования и определить их действительные показатели при эксплуатации в тяжелых условиях.

До настоящего времени отсутствует надежная теория, способная прогнозировать режимы работы насоса в зависимости от геометрических размеров импеллера и проточного тракта насоса. Первые попытки расчета статических характеристик для заданной геометрии ЭЦН с учетом двухфазности течения были предприняты в работах R. Sachdeva (1988, 1994) [1, 2], K. Minemura (1998) [3] и D. Sun (2003) [4]. Подход при моделировании у перечисленных выше авторов одинаков. Уравнения неразрывности и количества движения для жидкости и газа, записанные для линии тока импеллера и лопаточного диффузора, дополнялись полуэмпирическими зависимостями для сил межфазного трения и трения о стенки каналов.

В настоящей работе предлагается двухмерная динамическая модификация модели D. Sun для центробежного насоса. Данная модель разрабатывалась в качестве составной части динамической модели механизированной добывающей скважины, предназначенной для быстрых оперативных расчетов нестационарных режимов течений многофазных сред.

**1. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ЭЦН**

Прототипом предлагаемой модели является модель ЭЦН D. Sun [4], разработанная в рамках проекта TUALP в университете г. Тулса (США, штат Оклахома). Модель основана на экспериментальных исследованиях режимов течения водовоздушной смеси в экспериментальной установке ЭЦН. Для построения корреляций, описывающих размеры пузырьков газа, была осуществлена визуализация картины течения в межлопаточном канале импеллера с последующей съемкой скоростной камерой.

К недостаткам существующей модели можно отнести следующие аспекты:

1) ударные потери давления на передней кромке лопаток импеллера не рассчитываются теоретически, а задаются по экспериментальным данным в виде полинома, что существенно сужает границы применимости данной модели;

2) в модели ESD.Sun не учитывается влияние объемных потерь на характеристики насоса.

В настоящей работе указанные недостатки устранены, а уравнения неразрывности и количества движения предложены в динамической форме. В качестве замыкающих уравнений также используются полуэмпирические зависимости, полученные в ходе экспериментальных исследований, проведенных в университете г. Тулса. Численное решение системы уравнений в частных производных осуществляется с использованием конечно-разностных методов.

При описании математической модели ЭЦН принимаются следующие допущения:

1) жидкая и газообразная фазы в межлопаточных каналах импеллера и диффузора движутся с учетом проскальзывания вдоль одной линии тока;

2) газ принимается идеальным, а сжатие его в каналах импеллера — адиабатическим. Жидкая фаза принимается несжимаемой;

3) теплопередача между фазами и стенками каналов отсутствует;

4) давление в жидкости и в газе при их движении вдоль линии тока изменяется одинаково.

Уравнения неразрывности для газа и жидкости определяются по формуле (1) и (2) и выглядят следующим образом:

- для газа

$$\frac{\partial (\rho_g \alpha_g)}{\partial t} \frac{dS}{dr} + \frac{1}{r \sin(\beta)} \frac{\partial (r \rho_g \alpha_g W_g \sin(\beta))}{\partial r} = 0, \quad (1)$$

где  $\rho_g$  — плотность газа, кг/м<sup>3</sup>;  $\alpha_g$  — истинное объемное содержание газа;  $r$  — ось, перпендикулярная оси вращения импеллера, радиус от оси вращения до точки на линии тока, м;  $W_g$  — относительная составляющая скорости газа, м/с;  $\beta$  — угол наклона лопатки, град;

- для жидкости

$$\frac{\partial (\rho_L (1 - \alpha_g))}{\partial t} \frac{dS}{dr} + \frac{1}{r \sin(\beta)} \frac{\partial (r \rho_L (1 - \alpha_g) W_L \sin(\beta))}{\partial r} = 0, \quad (2)$$

где  $\rho_L$  — плотность жидкости, кг/м<sup>3</sup>;  $\alpha_g$  — истинное объемное содержание газа;  $r$  — ось, перпендикулярная оси вращения импеллера, радиус от оси вращения до точки на линии тока, м;  $W_L$  — относительная составляющая скорости жидкости, м/с;  $\beta$  — угол наклона лопатки, град.

Соотношение между  $S$  и  $r$  определяется как

$$\frac{dS}{dr} = \frac{j}{\sin(\beta_h) \cos(\gamma)}, \quad (3)$$

где  $S$  — линия тока, м;  $\beta_h$  — проекция угла наклона лопатки на плоскость, перпендикулярную оси вращения импеллера, определяется по формуле (4);  $\gamma$  — угол между касательной к лопатке и ее проекцией на плоскость перпендикулярную оси вращения импеллера;  $j = 1$  — для импеллера;  $j = (-1)$  — для диффузора, соотношение между  $\beta$  и  $\beta_h$  имеет вид:

$$\beta = \arccos(\cos(\beta_h) \cos(\gamma)). \quad (4)$$

Уравнения количества движения для газа и жидкости определяются по формулам:

- для газа

$$\alpha_g \rho_g \frac{\partial W_g}{\partial t} \frac{dS}{dr} + \alpha_g \rho_g W_g \frac{dW_g}{dr} = -\alpha_g \frac{dP}{dr} + \alpha_g \rho_g \omega^2 r - \left( \frac{dP}{dS} \right)_{f,g} \frac{dS}{dr} + M_{g,s} \frac{dS}{dr}; \quad (5)$$

- для жидкости

$$(1 - \alpha_g) \rho_L \frac{\partial W_L}{\partial t} \frac{dS}{dr} + (1 - \alpha_g) \rho_L W_L \frac{dW_L}{dr} = - (1 - \alpha_g) \frac{dP}{dr} + (1 - \alpha_g) \rho_L \omega^2 r - \left( \frac{dP}{dS} \right)_{f,L} \frac{dS}{dr} - M_{L,s} \frac{dS}{dr}, \quad (6)$$

где  $\omega$  — угловая скорость импеллера, с<sup>-1</sup>;

Градиент давления от трения фазы « $p$ » (жидкости или газа) о стенки канала определяется по формуле

$$\left( \frac{dp}{ds} \right)_{f,p} = -f_p \frac{\rho_p W_p^2}{2d_{H,p}}, \quad (7)$$

где  $f_p$  — коэффициент гидравлического трения жидкости (газа) о стенки канала;  $d_{H,p}$  — гидравлический диаметр, определяется по формуле

$$d_{H,p} = \frac{4aH}{2(a+H)} \alpha_p. \quad (8)$$

Для расчета коэффициента гидравлического трения жидкости (газа) о стенки канала  $f_p$  в работе D. Sun [4] предложен метод

суперпозиции, т. е. последовательного наложения воздействующих факторов. В качестве воздействующих факторов на коэффициент гидравлического трения принимаются: форма поперечного сечения межлопаточного канала, кривизна канала и его вращение.

При таком подходе критическое число Рейнольдса для течения в канале является функцией критических чисел Рейнольдса для каждого воздействующего фактора.

Для диффузора критическое число Рейнольдса определяется по формуле

$$(N_{Re})_{crit, diffuser} = (N_{Re})_{crit, normal, p} \times \left[ 1 + \left( \frac{(N_{Re})_{crit, rectangular, p} - 1}{(N_{Re})_{crit, normal}} \right) + \left( \frac{(N_{Re})_{crit, curvedgular, p} - 1}{(N_{Re})_{crit, normal}} \right) \right], \quad (9)$$

где  $(N_{Re})_{crit, normal, p}$  — критическое число Рейнольдса в цилиндрическом канале;  $(N_{Re})_{crit, rectangular, p}$  — критическое число Рейнольдса в канале с прямоугольным поперечным сечением;  $(N_{Re})_{crit, curvedgular, p}$  — критическое число Рейнольдса в канале с криволинейными стенками;

Для импеллера критическое число Рейнольдса определяется по формуле

$$(N_{Re})_{crit, impeller} = (N_{Re})_{crit, normal, p} \times \left[ 1 + \left( \frac{(N_{Re})_{crit, rectangular, p} - 1}{(N_{Re})_{crit, normal}} \right) + \left( \frac{(N_{Re})_{crit, curvedgular, p} - 1}{(N_{Re})_{crit, normal}} \right) + \left( \frac{(N_{Re})_{crit, rotation, p} - 1}{(N_{Re})_{crit, normal}} \right) \right], \quad (10)$$

где  $(N_{Re})_{crit, normal} = 2300$  — для цилиндрического канала;  $(N_{Re})_{crit, rectangular, p} = 2300$  — для канала с прямоугольным поперечным сечением.

Критическое число Рейнольдса для криволинейного канала определяется как

$$(N_{Re})_{crit, curved, p} =$$

$$= \begin{cases} 2 \times 10^4 \left( \frac{d_{H,p}/2}{R_c} \right), & \text{если } \frac{R_c}{d_{H,p}/2} < 860 \\ 2300, & \text{если } \frac{R_c}{d_{H,p}/2} \geq 860 \end{cases}, \quad (11)$$

где  $R_c$  — радиус кривизны канала, определяется как

$$R_c = \frac{1}{\sin \beta - \frac{d\beta(r)}{dr} + \frac{1}{r \operatorname{tg} \beta}}. \quad (12)$$

Критическое число Рейнольдса для вращающегося канала:

$$(N_{Re})_{crit, rotation, p} = \begin{cases} 1070 (N_{Re, \Omega, p})^{0,23} & \text{если } N_{Re, \Omega, p} \geq 28 \\ 2300 & \text{если } N_{Re, \Omega, p} < 28 \end{cases}, \quad (13)$$

где  $N_{Re, \Omega, p}$  — число Рейнольдса для вращающегося канала, определяется как

$$N_{Re, \Omega, p} = \frac{\omega d_{H,p}^2 \rho_p}{\mu_p}. \quad (14)$$

Коэффициент гидравлического трения для цилиндрического прямолинейного неподвижного канала фазы «p» имеет вид

- для ламинарного течения

$$f_{circular, straight, stationary, p} = \frac{64}{N_{Re, p}}, \quad (15)$$

где  $N_{Re, p}$  — число Рейнольдса для фазы «p», определяется как

$$N_{Re, p} = \frac{\rho_p d_{H,p} W_p}{\mu_p}. \quad (16)$$

Для определения критического числа Рейнольдса для турбулентного режима течения используется корреляция Чарчила [5]

$$f_{circular, straight, stationary, p} = 8 \left[ 2,457 \ln \frac{1}{\left( \frac{7}{N_{Re, p}} \right)^{0,9} + 0,27 \left( \frac{\varepsilon}{d_{H,p}} \right)} \right]^{-2}, \quad (17)$$

где  $\varepsilon$  — шероховатость стенок лопатки, м;

С учетом воздействующих факторов, коэффициент гидравлического трения имеет вид:

- для импеллера

$$f_{impeller, p} = F_{rectangular, p} \cdot F_{curved, p} \times$$

$$\times F_{\text{rotation}, p} \cdot f_{\text{circular, straight, stationary}, p}; \quad (18)$$

• для диффузора расчет ведется по формуле

$$f_{\text{diffuser}, p} = F_{\text{rectangular}, p} \cdot F_{\text{curved}, p} \times f_{\text{circular, straight, stationary}, p}; \quad (19)$$

где  $F_{\text{rectangular}, p}$ ,  $F_{\text{curved}, p}$ ,  $F_{\text{rotation}, p}$  — поправочные коэффициенты, учитывающие форму поперечного сечения, кривизну и вращение канала. Подробные методики их определения приведены в диссертационной работе D. Sun [4].

В общем виде уравнение для определения силы трения между жидкой и газовой фазой имеет следующую форму записи

$$F_{\text{iterfacid}} = -M_{g,s} = M_{l,s} = \frac{a_{\text{iterfacid}}}{8} C_d \rho_L \times [|W_g - W_L| (W_L - W_g)], \quad (20)$$

где  $a_{\text{iterfacid}}$  — коэффициент, отвечающий за форму поверхности раздела фаз. Для сферической формы межфазового раздела  $a_{\text{iterfacid}}$  определяется как

$$a_{\text{iterfacid}} = \frac{3\alpha_g}{r_{\text{iterfacid}}}, \quad (21)$$

где  $r_{\text{iterfacid}}$  — межфазовая характеристическая длина. Для пузырькового режима течения межфазовая характеристическая длина равна радиусу пузырька газа  $r_{\text{iterfacid}} = r_b$ .

Окончательно уравнения силы трения между фазами для пузырькового режима течения в межлопаточных каналах ЭЦН будет иметь вид

$$F_{\text{iterfacid}} = \frac{3\alpha_g}{8} \frac{C_d}{r_{\text{iterfacid}}} \rho_l [|W_g - W_l| (W_l - W_g)], \quad (22)$$

где  $C_d$  — коэффициент проскальзывания между газом и жидкостью.

Коэффициент проскальзывания определяется по формуле 1.23

$$C_{d,\text{stokes}} = \frac{24}{N_{\text{Re}, \text{iterfacid}}}, \quad (23)$$

где  $N_{\text{Re}, \text{iterfacid}}$  — число Рейнольдса в межфазовой плоскости, определяется как

$$N_{\text{Re}, \text{iterfacid}} = \frac{2r_{\text{iterfacid}} |W_g - W_l| \rho_c}{\mu_m}, \quad (24)$$

где  $\mu_m$  — вязкость газожидкостной смеси, Па·с, определяется как

$$\mu_m = \mu_L(1 - \alpha_g) + \mu_g \alpha_g. \quad (25)$$

Используя экспериментальные данные (R. Beltur, 2003 [6]) и визуализацию картины течения в межлопаточном канале (рис. 1) для определения межфазовой характерной длины  $r_{\text{iterfacid}}$  для различных режимов течения, были получены корреляции для определения  $\frac{C_d}{r_{\text{iterfacid}}}$  в виде

$$\frac{C_d}{r_{\text{iterfacid}}} = \begin{cases} \frac{12\mu_m}{|W_g - W_L| \rho_L} \left( \frac{4,564 \times 10^7}{W_{Sg}^{0,4}} \right), & \text{если } \alpha_g < 0,15 \\ \frac{12\mu_m}{|W_g - W_L| \rho_L} \left( \frac{6,39 \times 10^7 (1 - \alpha_g)^{1,5}}{W_{Sg}^{0,4}} \right), & \text{если } 0,5 \geq \alpha_g \geq 0,15 \\ \frac{12\mu_m}{|W_g - W_L| \rho_L} \left( \frac{9,13 \times 10^7 \alpha_g^2}{W_{Sg}^{0,4}} \right), & \text{если } \alpha_g > 0,5, \end{cases} \quad (26)$$

где  $W_{Sg}$  — приведенная (средняя) скорость газа, определяется по формуле

$$W_{Sg} = \frac{Q_{g \text{ impeller}}}{2\pi r H \sin \beta}, \quad (27)$$

где  $Q_{g \text{ impeller}}$  — расход газа через рабочее колесо.

Для выполнения численного расчета представленных выше дифференциальных уравнений задаются граничные условия на входе в импеллер, в области между импеллером и лопаточным диффузором, на выходе из диффузора.

Расход жидкой и газовой фаз на входе в импеллер с учетом утечек в щелевом уплотнении

$$\left. \begin{aligned} Q_L &= Q_{L \text{ impeller}} + Q_{L \text{ crack}} \\ Q_g &= Q_{g \text{ impeller}} + Q_{g \text{ crack}} \end{aligned} \right\}, \quad (28)$$

где  $Q_L$  — расход жидкости;  $Q_g$  — расход газа.

Расход жидкой и газовой фаз на входе в диффузор

$$\left. \begin{aligned} Q_{L \text{ diffuzer}} &= Q_{L \text{ impeller}} - Q_{L \text{ crack}} \\ Q_{g \text{ diffuzer}} &= Q_{g \text{ impeller}} - Q_{g \text{ crack}} \end{aligned} \right\}. \quad (29)$$

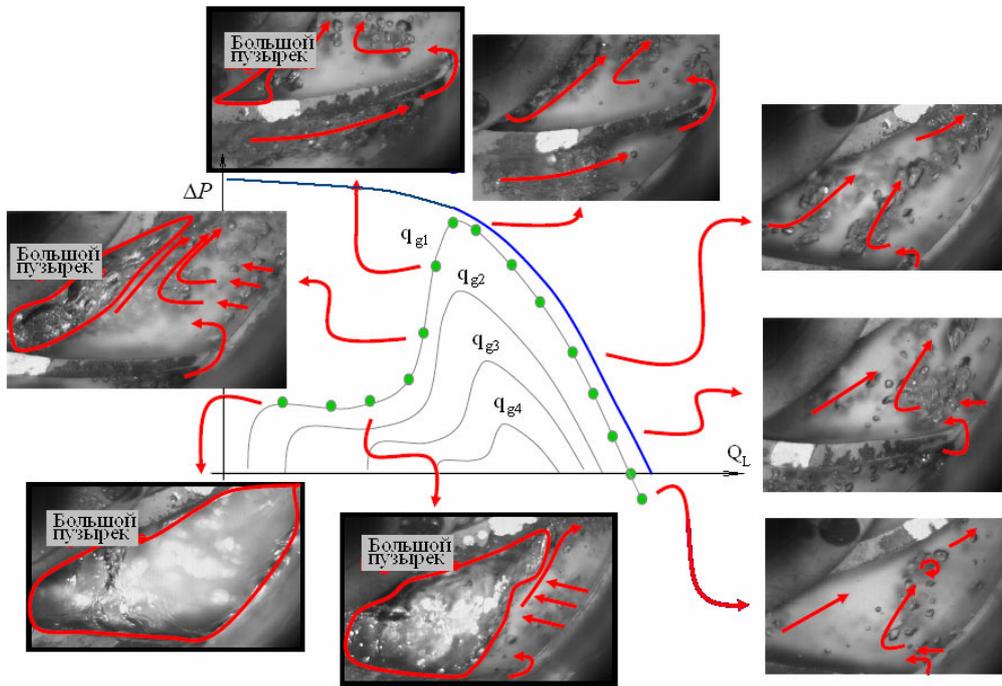


Рис. 1. Визуализация газожидкостной структуры в межлопаточных каналах импеллера

Потери давления в переднем уплотнении импеллера складываются из потерь в зазоре между импеллером и корпусом насоса и потерь в щелевом уплотнении. Потери давления в уплотнении, рассчитывается по формуле

$$\Delta P_{p \text{ crack}} = (P_{\text{impeller entrance}} - P_{\text{impeller discharge}}) - \frac{\rho_p (\omega r_{\text{impeller discharge}})^2}{8} \times \left[ 1 - \left( \frac{r_i}{r_{\text{impeller discharge}}} \right)^2 \right], \quad (30)$$

где  $r_i$  — радиус импеллера в области уплотнения.

Скорость фазы в щелевом уплотнении равна

$$V_{p \text{ crack}} = \mu \sqrt{\frac{2\Delta P_{p \text{ crack}}}{\rho_p}}, \quad (31)$$

где коэффициент расхода  $\mu$  определяется по формуле

$$\mu = \frac{1}{\sqrt{f_{p \text{ crack}} l / (2b) + 1,5}}, \quad (32)$$

где  $b$  — радиальный зазор в уплотнении;  $l$  — длина щелевого канала.

Число Рейнольдса в щелевом зазоре следует определять по формуле

$$\text{Re}_{p \text{ crack}} = \frac{2\rho_p b \sqrt{V_{p \text{ crack}}^2 + \left(\frac{\omega r_i}{2}\right)^2}}{\mu_p}, \quad (33)$$

где  $V_{p \text{ crack}}$  — абсолютная скорость через щелевое уплотнение импеллера, м/с.

Для определения коэффициента гидравлического трения необходимо знать величину относительной толщины ламинарной пленки

$$\delta = \frac{2b N_p}{\text{Re}_{p \text{ crack}}} \sqrt{\frac{8}{f_{p \text{ crack}}}}. \quad (34)$$

Если толщина ламинарной пленки  $\delta$  больше абсолютной шероховатости стенки уплотнения  $k$ , то коэффициент гидравлического сопротивления следует рассчитывать по формуле для движения в трубах с гладкими стенками

$$f_{p \text{ crack}} = \frac{0,3164}{\sqrt[4]{\text{Re}_{p \text{ crack}}}}. \quad (35)$$

В противном случае коэффициент  $f_{p \text{ crack}}$  необходимо определять по формуле

$$f_{p \text{ crack}} = \frac{1}{(1,74 + 2 \lg(\frac{b}{k}))^2}. \quad (36)$$

Рассматривая утечку как истечение через кольцевое отверстие, имеем

$$Q_{p \text{ crack}} = 2\mu\pi r_i \alpha_p b \sqrt{\frac{2\Delta P_{p \text{ crack}}}{\rho_p}}. \quad (37)$$

На входе в импеллер считаем, что в газожидкостной смеси отсутствует проскальзывание, поэтому объемное содержание газа определяется как

$$\alpha_{g \text{ impeller entrance}} = \frac{Q_{g \text{ impeller}}}{Q_{g \text{ impeller}} + Q_{L \text{ impeller}}}. \quad (38)$$

Объемное содержание газа на выходе из импеллера равно объемному содержанию газа на входе в диффузор

$$\alpha_{g \text{ impeller discharge}} = \alpha_{g \text{ diffuser entrance}}. \quad (39)$$

Давление на входе в импеллер определяем по уравнению Бернулли в форме

$$P_{\text{impeller entrance}} = P_{eye} + \frac{(V_{eye,L})^2 - (V_{\text{impeller entrance},L})^2}{2} (1-x) \times \rho_m + \frac{(V_{eye,g})^2 - (V_{\text{impeller entrance},g})^2}{2} \times (x) \rho_m, \quad (40)$$

где  $x$  — весовое содержание газа, определяется как

$$x = \frac{Q_{g \text{ impeller}} \rho_g}{Q_{g \text{ impeller}} \rho_g + Q_{L \text{ impeller}} \rho_L}. \quad (41)$$

$\rho_m$  — плотность газожидкостной смеси без учета проскальзывания фаз, определяется как

$$\rho_m = \rho_g \alpha_{g \text{ impeller entrance}} + \rho_L (1 - \alpha_{g \text{ impeller entrance}}). \quad (42)$$

Статическое давление на входе в диффузор определяется по формуле

$$P_{\text{diffuser entrance}} = P_{\text{impeller discharge}} + \frac{(V_{\text{impeller discharge},L})^2 - (V_{\text{diffuser entrance},L})^2}{2} \times (1-x) \rho_m + \frac{(V_{\text{impeller discharge},g})^2 - (V_{\text{diffuser entrance},g})^2}{2} \times (x) \rho_m, \quad (43)$$

где  $V_{\text{impeller discharge}}$  — абсолютная скорость на выходе из импеллера, определяется как

$$V_{\text{impeller discharge}} = \sqrt{W_{\text{impeller discharge}}^2 + r^2 \omega^2 - 2W_{\text{impeller discharge}} r \omega \times \cos(\beta_{\text{impeller discharge}})}. \quad (44)$$

Направление относительной скорости  $W$  на выходе из импеллера не совпадает с направлением выходного элемента лопатки. Причина этого отклонения относительного потока от геометрии выходного элемента лопатки в инерции газожидкостной смеси. Газожидкостная смесь, заключенная в межлопаточном объеме при вращении импеллера начинает вращаться в направлении, противоположном вращению рабочего колеса. Таким образом, на поток, движущийся с относительной скоростью, накладывается дополнительное вихревое движение, вызванное наличием осевого вихря.

Действительное значение угла  $\beta'_{\text{impeller discharge}}$  отклонения относительной скорости  $W_{\text{impeller discharge}}$  определяется как

$$\beta'_{\text{impeller discharge}} = \arctg \left( \frac{(W_{\text{impeller discharge}} \sin(\beta_{\text{impeller discharge}})) / (W_{\text{impeller discharge}} \cos(\beta_{\text{impeller discharge}}) + k_2 \omega r_{\text{impeller discharge}})}{1} \right), \quad (45)$$

где  $k_2$  — поправочный коэффициент, определяется как  $k_2 = 1 - \sigma_2$ .

Инерционный фактор  $\sigma_2$  на выходе из рабочего колеса зависит от угла  $\beta_{\text{impeller discharge}}$  и количества лопаток  $n_{\text{impeller}}$ . Инерционный фактор может быть посчитан с помощью аппроксимации F.J. Wiesner [7], состоящей из эмпирических формул

$$\frac{r_{\text{impeller entrance}}}{r_{\text{impeller discharge}}} \leq e^x, \quad (46)$$

$$\sigma_2 = 1 - \frac{\sqrt{\sin(\beta_{\text{impeller discharge}})}}{n_{\text{impeller}}^{0,7}}. \quad (47)$$

$$\text{Если } \frac{r_{\text{impeller entrance}}}{r_{\text{impeller discharge}}} > e^x, \quad (48)$$

где

$$x = \left( \frac{-8,16 \sin(\beta_{\text{impeller discharge}})}{n_{\text{impeller}}} \right).$$

Тогда

$$\sigma_2 = \left( 1 - \frac{\sqrt{\sin(\beta_{\text{impeller discharge}})}}{n_{\text{impeller}}^{0,7}} \right) \times \left[ 1 - \left( \frac{r_{\text{impeller entrance}} - e^x}{r_{\text{impeller discharge}} - 1 - e^x} \right)^3 \right]. \quad (49)$$

Уравнение для расчета давления на входе в следующую ступень ЭЦН имеет вид

$$P_{\text{next eye}} = P_{\text{diffuser discharge}} + \frac{(V_{\text{diffuser discharge}, L})^2 - (V_{\text{next eye}, L})^2}{2} \times (1 - x) \rho_m + \frac{(V_{\text{diffuser discharge}, g})^2 - (V_{\text{next eye}, g})^2}{2} \times (x) \rho_m. \quad (50)$$

При расчете статического давления в импеллере не учитывались ударные потери, которые возникают, когда направление вектора относительной скорости  $W_1$  на входе в импеллер не совпадает с углом входа на лопатки  $\beta_1$ . Причина этого в том, что меридиальная скорость потока зависит от подачи насоса ( $Q_{\text{Impeller}}$ ), которая может меняться.

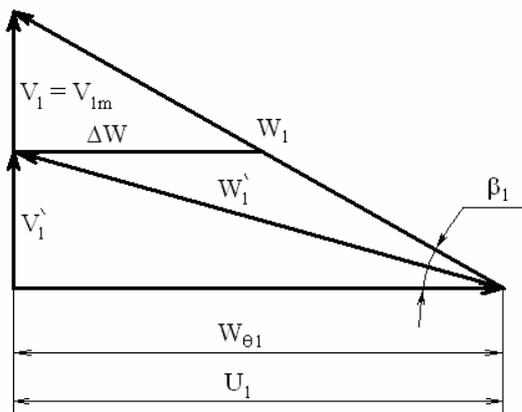


Рис. 2. Треугольник скоростей на входе в импеллер

Если меридиальная скорость  $V_{M1}$ , соответствующая расчетному режиму течения (угол наклона вектора относительной скорости  $W_1$  совпадает с углом наклона лопатки на входе в импеллер), уменьшается до величины  $V'_{M1}$ ,

то возникающая разность векторов между относительными скоростями  $W_1$  и  $W_1'$  называется ударной составляющей  $\Delta W$  (рис. 2). Потери давления при внезапном изменении направления потока согласно [8] определяются по формуле

$$\Delta P_{\text{shock}, s} = \varphi \Delta W^2 \frac{\rho_m}{2} = \varphi (\omega r_{\text{impeller entrance}})^2 \left( 1 - \frac{V'_{M1}}{V_{M1}} \right)^2 \frac{\rho_m}{2}, \quad (51)$$

где  $\varphi = 0,58 - 0,7$  — коэффициент Плейдерера смягчения удара из-за эластичности жидкой фазы.

Ударные потери давления для газожидкостной смеси рассчитываются как

$$\Delta P_{\text{shock}, t} = R_f \Delta P_{\text{shock}, s}, \quad (52)$$

где  $R_f$  — коэффициент, учитывающий влияние на коэффициент Плейдерера газа, определяется по формуле

$$R_f = 1 + 21 \left( \frac{x}{1-x} \right) + \left( \frac{x}{1-x} \right)^2. \quad (53)$$

Окончательно уравнение для расчета повышения статического давления в ступени ЭЦН имеет вид

$$\Delta P_{\text{stage}} = P_{\text{next eye}} - P_{\text{eye}} - \Delta P_{\text{shock}, t}. \quad (54)$$

## 2. ПРЕДВАРИТЕЛЬНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ЧИСЛЕННОГО ИССЛЕДОВАНИЯ ДИНАМИЧЕСКИХ РЕЖИМОВ ТЕЧЕНИЯ В МЕЖЛОПАТОЧНЫХ КАНАЛАХ ЭЦН

Экспериментальные исследования [6] и полученные расчетные характеристики ЭЦН, работающего на газожидкостной смеси (рис. 3) показывают, что характеристики насоса при малых подачах имеют характерный «седлообразный» прогиб. Авторы работ [8, 9] называют такую характеристику нестабильной и отмечают, что насос не может устойчиво работать в режимах, расположенных левее максимума напорной характеристики.

В данной работе были проведены динамические расчеты и построены переходные процессы по давлению и скорости жидкой фазы в импеллере и диффузоре, вызванные ступенчатым изменением газосодержания на входе в ЭЦН на стационарных режимах работы насоса (режимах с подачей насоса правее и левее точки максимума на характеристике насоса),

с целью определения границы устойчивой работы насоса.

На рис. 3 построены статические характеристики ЭЦН при следующих исходных данных: давление перед ступенью ЭЦН — 446091 Па; вязкость воды —  $10^{-3}$  Па с; вязкость воздуха —  $2 \times 10^{-5}$  Па с; плотность воды — 1000 кг/м<sup>3</sup>; плотность воздуха — 1,206 кг/м<sup>3</sup>.

При построении статических характеристик (рис. 3) изменялось объемное содержание газа на входе в ЭЦН от  $\alpha_g = 0$  до  $\alpha_g = 0,3$ .

При моделировании переходных процессов использовалась следующая геометрия ЭЦН:

$$\begin{aligned} r_{\text{impeller entrance}} &= 0,029 \text{ м}; \\ r_{\text{impeller discharge}} &= 0,048 \text{ м}; \\ \beta_{\text{impeller entrance}} &= 38^\circ; \\ \beta_{\text{impeller discharge}} &= 23^\circ; \\ \omega_{\text{impeller}} &= 305,103 \text{ с}^{-1}; \\ n_{\text{impeller}} &= 7; \\ \varepsilon &= 0,0005 \text{ м}; \\ H &= 0,01 \text{ м}; \\ r_{\text{diffuser entrance}} &= 0,048 \text{ м}; \\ r_{\text{diffuser discharge}} &= 0,029 \text{ м}; \\ \beta_{\text{diffuser entrance}} &= 10^\circ; \\ \beta_{\text{diffuser discharge}} &= 85^\circ; \\ \gamma_{\text{diffuser entrance}} &= 30^\circ; \\ \gamma_{\text{diffuser discharge}} &= 80^\circ; \\ n_{\text{diffuser}} &= 8; \\ \psi &= 0,78. \end{aligned}$$

В качестве начальных условий распределения давления  $P$ , относительных скоростей жидкости и газа  $W_L$ ,  $W_g$ , истинного объемного содержания газа  $\alpha_g$  и плотности газа  $\rho_g$  вдоль линий тока импеллера и диффузора, используются расчеты по исправленной стационарной модели *D. Sup* для подач, соответствующих точкам 1, 2, 3, показанным на рис. 4–5. Ступенчатое воздействие задается скачкообразным изменением объемного содержания газа во входном сечении импеллера с  $\alpha_{g \text{ impeller entrance}} = 0,05$  до  $\alpha_{g \text{ impeller entrance}} = 0,01$ .

Для значений подач насоса, соответствующих точке 1 (расположенной правее максимума напорной характеристики), точке 2 (расположенной в максимуме напорной характеристики) и точке 3 (расположенной левее максимума напорной характеристики), были построены переходные процессы по давлению и скорости жидкой фазы (рис. 4, 5). Анализ переходных процессов показал, что устойчивый режим течения имеет место правее точки 2.

При работе ЭЦН в режиме, соответствующем точке 3, происходит срыв подачи, и насос выходит на нестабильный режим работы.

Работа насоса в условиях нестационарности течения газожидкостной смеси крайне нежелательна и не должна допускаться при эксплуатации.

## ВЫВОДЫ

По результатам работы предложена первая версия гидродинамической модели расчета параметров двухфазного течения в межлопаточных каналах импеллера и диффузора центробежного насоса. Динамическое моделирование двухфазных течений в проточных каналах ЭЦН показало, что:

1) течение газожидкостной смеси в межлопаточных каналах импеллера устойчиво на всех режимах работы насоса;

2) на режимах с малой подачей в межлопаточных каналах диффузора происходит потеря структурной устойчивости газожидкостной смеси, что вызывает срыв подачи.

## УСЛОВНЫЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ:

- $\rho$  — плотность, кг/м<sup>3</sup>;
- $\mu$  — вязкость, Па с;
- $\alpha_g$  — истинное объемное содержание газа;
- $t$  — время, с;
- $S$  — линия тока, м;
- $r$  — ось, перпендикулярная оси вращения импеллера, радиус от оси вращения до точки на линии тока, м;
- $\beta$  — угол наклона лопатки, град;
- $W$  — относительная составляющая скорости, м/с;
- $U$  — окружная составляющая скорости, м/с;
- $V$  — абсолютная скорость, м/с;
- $P$  — давление, Па;
- $\omega$  — угловая скорость импеллера, с<sup>-1</sup>;
- $a$  — ширина межлопаточного канала, м;
- $H$  — высота межлопаточного канала, м;
- $R_c$  — радиус кривизны лопатки, м;
- $\beta_h$  — проекция угла наклона лопатки на плоскость, перпендикулярную оси вращения импеллера;
- $\gamma$  — угол между касательной к лопатке и ее проекцией на плоскость, перпендикулярную оси вращения импеллера;
- $\beta$  — угол между касательной к лопатке и осью вращения импеллера;
- $Q$  — подача насоса, м<sup>3</sup>/с;

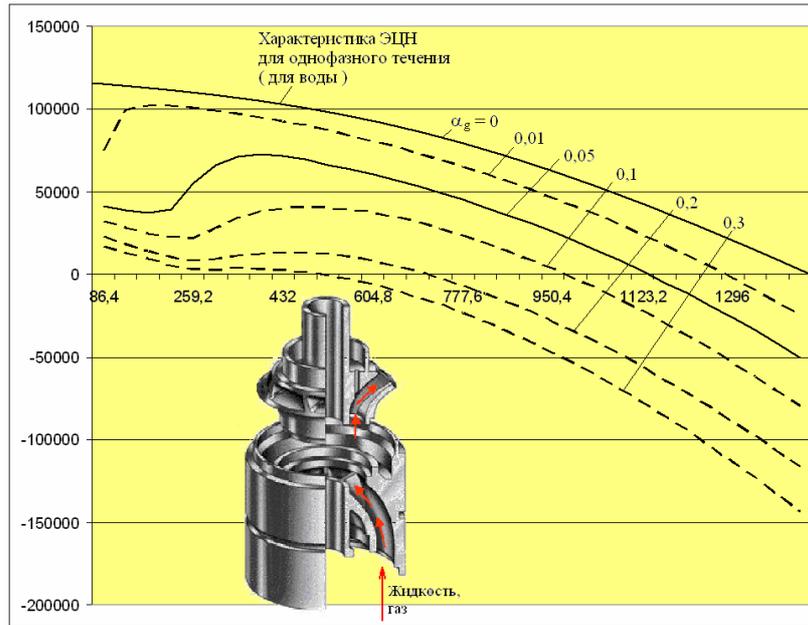


Рис. 3. Расчетные стационарные характеристики ЭЦН, построенные при разном значении объемного содержания газа  $\alpha_g$

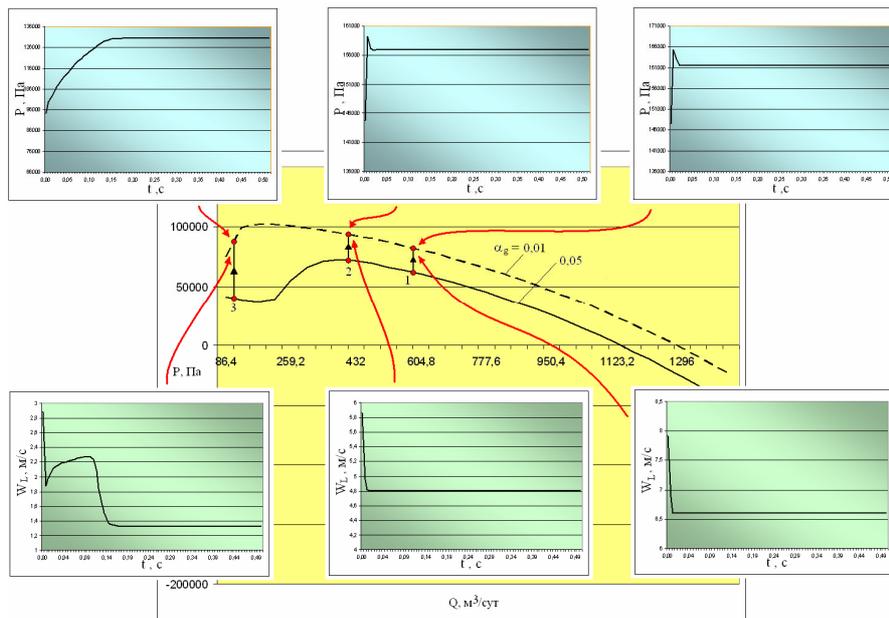


Рис. 4. Переходные процессы по давлению и относительной скорости жидкой фазы на выходе их импеллера насоса

$x$  — весовое содержание газа в газожидкостной смеси;  
 $\varepsilon$  — шероховатость стенок лопатки, м;  
 $n$  — количество лопаток импеллера (диффузора).

**Индексы:**

$g$  — газ;  
 $L$  — жидкость;  
 $t$  — газожидкостная смесь;  
 $M$  — меридиальная скорость;

$p$  — фазовое состояние ( $p = L$  — для жидкой фазы,  $p = g$  — для газа);  
 $crit$  — критическое состояние;  
 $normal$  — цилиндрический канал;  
 $rectangular$  — канал с прямоугольным поперечным сечением;  
 $rotation$  — вращающийся канал;  
 $curved$  — канал с криволинейными стенками;  
 $impeller$  — рабочее колесо (импеллер);

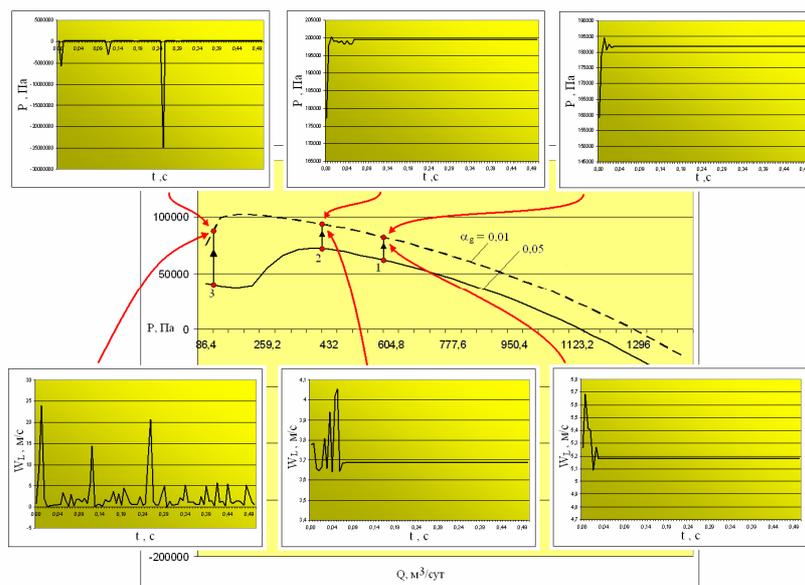


Рис. 5. Переходные процессы по давлению и относительной скорости жидкой фазы на выходе их диффузора насоса

diffuser — диффузор;  
 iterfaced — поверхность межфазового раздела;  
 eye — сечение на входе в ступень насоса;  
 entrance — сечение на входе в импеллер (диффузор);  
 dischage — сечение на выходе из импеллера (диффузора);  
 crack — щелевое уплотнение импеллера.

condition / R. Beltur, M. Prado // TUALP ABM Report. October 2001.

7. **Wiesner, F. J.** A review of slip factors for centrifugal impellers / F. J. Wiesner // J. of Eng. for Power. October 1967. Transaction of the ASME.
8. **Поляков, В. В.** Насосы и вентиляторы : учеб. для вузов / В. В. Поляков, Л. С. Скворцов. М. : Стройиздат, 1990. 336 с.
9. **Ломакин, А. А.** Центробежные и осевые насосы / А. А. Ломакин. М. : Машиностроение, 1966. 364 с.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Sachdeva, R.** Two-Phase Flow Through Electric Submersible Pumps : Ph. D. Dissertation / R. Sachdeva, D. R. Doty, Z. Schmidt. Oklahoma : The University of Tulsa, 1988.
2. **Sachdeva, R.** Performance of electric submersible pump in gassy wells / R. Sachdeva, D. R. Doty, Z. Schmidt // SPE Production & Facilities. February, 1994.
3. **Minemura, K.** Prediction of air-water two-phase flow performance of a centrifugal pump based on one-dimensional two-fluid model / K. Minemura, T. Uchiyama, S. Shoda, E. Kazuyuki // J. of Fluids Eng. June 1998. Vol. 120.
4. **Sun, D.** Modeling Gas-Liquid Head Performance of Electrical Submersible Pumps : Ph. D. Dissertation / D. Sun. Oklahoma : The University of Tulsa, 2003.
5. **Churchill, S. W.** Friction-factor equation spans all fluid-flow regimes / S. W. Churchill // Chemical Engineering. Nov. 1977.
6. **Beltur, R.** Compilation of experimental data of previous works on ESP under two-phase flow

#### ОБ АВТОРАХ



**Михайлов Валерий Германович**, проф. каф. основ констр. механизмов и машин. Дипл. инж.-мех. по гидравлич. машинам (УАИ, 1985). Д-р техн. наук по тепловым двигателям (УГАТУ, 1999). Иссл. в обл. газовой динамики двигателей.



**Петров Павел Валерьевич**, асп. каф. ПГМ. Дипл. маг. техн. и технол. по вак. и гидр. компрес. техники (УГАТУ, 2006). Готовит дис. в обл. гидрофицированных механотронных систем.