

А. Г. Кольцов, А. Х. Шамутдинов

## ИССЛЕДОВАНИЯ ДИНАМИКИ МЕХАНИЗМА ПАРАЛЛЕЛЬНОЙ КИНЕМАТИКИ С НОВОЙ СТРУКТУРОЙ

В статье рассмотрено исследование динамических характеристик многофункционального оборудования на основе параллельной кинематики как одного из перспективных видов металлообрабатывающего оборудования. При разработке математической модели динамической системы использованы фундаментальные положения механики, теории колебаний и математики, численные методы анализа и математического программирования. *Платформа Стюарта; колебания; параллельная кинематика; жесткость системы; математическая модель*

### ВВЕДЕНИЕ

Для разработки математической модели динамической системы принимается схематический чертеж моделируемого механизма (рис. 1) [1, 2].

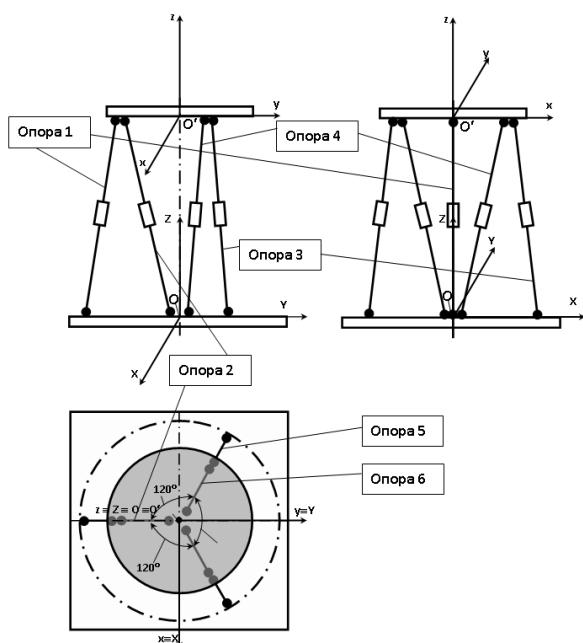


Рис. 1. Механизм со структурой e14

При составлении расчетной схемы динамической системы приняты допущения.

Для разработки расчетной схемы произведено сокращение количества деталей, включаемых в нее, т. е. уменьшение числа степеней свободы. Зазоры в подвижных соединениях не учитываем.

Подвижную и неподвижную платформы считаем недеформируемыми, деформируемыми являются шесть опор (тяг).

Начало координат выбрано в геометрическом центре неподвижной платформы.

Положение центра масс может быть изменено (вылет шпинделя, положение заготовки). Эти изменения учитываем заданием расстояния до центра тяжести подвижной платформы  $X_M$ ,  $Y_M$ ,  $Z_M$ .

За обобщенные координаты принимаются перемещения по осям  $X$ ,  $Y$ ,  $Z$  и малые углы поворота  $\varphi$ ,  $\psi$ ,  $\theta$  подвижной платформы вокруг соответствующих осей. За положительное направление вращения принимается вращение против часовой стрелки, если смотреть из конца соответствующей оси. Платформа нагружается сосредоточенными нагрузками вдоль координатных осей  $P_x$ ,  $P_y$ ,  $P_z$  и моментами сил  $M_x$ ,  $M_y$ ,  $M_z$ .

При вычислении потенциальной энергии системы не учитываем силы веса, т. е. принимаем потенциальную энергию в положении статического равновесия равной нулю.

Неподвижная система координат  $X_0$ ,  $Y_0$ ,  $Z_0$  совмещена с геометрическим центром неподвижной платформы в положении ее статического равновесия.

Подвижная система  $X$ ,  $Y$ ,  $Z$  жестко связана с массивом, ее начало во время движения совпадает с центром тяжести.

В математической модели элементы механизма представлены в виде элементарных объемов с определенными инерционными характеристиками.

При этих допущениях рассматриваются колебания по шести координатным направлениям, и расчетная схема динамической системы платформы может быть представлена в следующем виде (рис. 2).

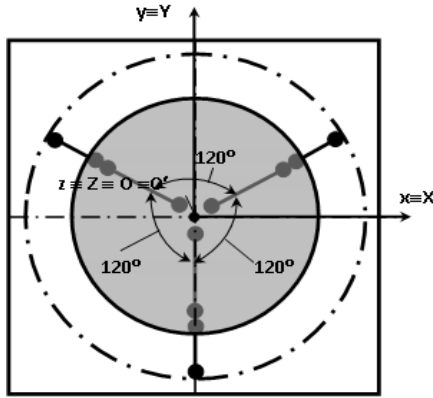


Рис. 2. Расчетная схема

По теореме Кенига, кинетическая энергия подвижной платформы,

$$T = 0,5 \left\{ \sum_1^n m_i (\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2) + \sum_1^n J_i \omega_i^2 \right\}, \quad (1)$$

где  $m_i$  и  $J_i$  – массы и моменты инерции.

$$\begin{aligned} \dot{X}^2 &= (\dot{q}_1 - Y_M \cdot \dot{q}_6 + Z_M \cdot \dot{q}_5)^2, \\ \dot{Y}^2 &= (\dot{q}_2 + X_M \cdot \dot{q}_6 - Z_M \cdot \dot{q}_4)^2, \\ \dot{Z}^2 &= (\dot{q}_3 - X_M \cdot \dot{q}_5 + Y_M \cdot \dot{q}_4)^2, \\ J\omega^2 &= J_X \cdot \dot{q}_3^2 + J_Y \cdot \dot{q}_4^2 + J_Z \cdot \dot{q}_5^2 + \\ &+ J_{XY} \cdot \dot{q}_3^2 \cdot \dot{q}_4^2 + J_{YZ} \cdot \dot{q}_5^2 \cdot \dot{q}_4^2 + J_{XZ} \cdot \dot{q}_5^2 \cdot \dot{q}_3^2. \end{aligned} \quad (2)$$

Так как координатные оси выбраны как главные оси инерции, то все центробежные моменты инерции обращаются в нуль.

Выражение кинетической энергии системы:

$$\begin{aligned} T &= 0,5 \cdot (m \cdot (\dot{q}_1 - Y_M \cdot \dot{q}_6 + Z_M \cdot \dot{q}_5)^2 + \\ &+ (\dot{q}_2 + X_M \cdot \dot{q}_6 - Z_M \cdot \dot{q}_4)^2 + \\ &+ (\dot{q}_3 - X_M \cdot \dot{q}_5 + Y_M \cdot \dot{q}_4)^2 + \\ &+ J_X \cdot \dot{q}_3^2 + J_Y \cdot \dot{q}_4^2 + J_Z \cdot \dot{q}_5^2). \end{aligned} \quad (3)$$

Потенциальная энергия данного механизма определяется, как энергия деформации шести опор и представлена выражением:

$$\sum_{i=1}^6 \Pi_i = \sum_{i=1}^6 \frac{c_i \cdot \Delta S_i^2}{2}, \quad (4)$$

где  $c$  – жесткость  $i$ -го стержня;  $\Delta$  – деформация  $i$ -го стержня,  $i$  – количество стержней

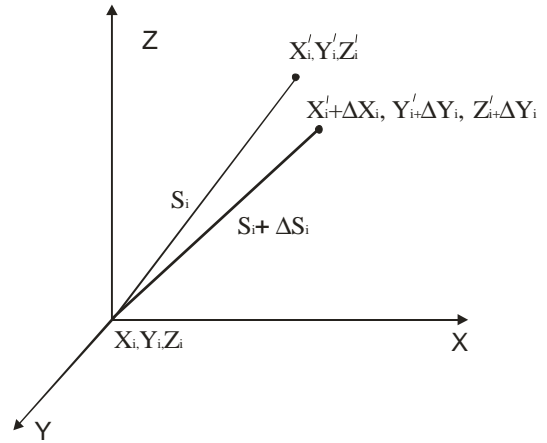


Рис. 3. Расчетная схема опоры

Деформация  $i$ -го стержня (рис. 3)

$$\Delta S_i = S_{li} - S_i, \quad (5)$$

где  $S_{li}$  – длина стержня после деформации,  $S_i$  – длина стержня до деформации.

По правилам аналитической геометрии

$$\begin{aligned} S_i^2 &= (X'_i - X_i)^2 + (Y'_i - Y_i)^2 + (Z'_i - Z_i)^2, \\ S_{li}^2 &= ((X'_i + \Delta X_i - X_i)^2 + (Y'_i + \\ &+ \Delta Y_i - Y_i)^2 + (Z'_i + \Delta Z_i - Z_i)^2 \end{aligned} \quad (6)$$

или раскрывая скобки запишем:

$$\begin{aligned} S_{li}^2 &= (X'_i - X_i)^2 + 2 \cdot (X'_i - X_i) \cdot \Delta X_i + \Delta X_i^2 + (Y'_i - Y_i)^2 + \\ &+ 2 \cdot (Y'_i - Y_i) \cdot \Delta Y_i + \Delta Y_i^2 + (Z'_i - Z_i)^2 + 2 \cdot (Z'_i - Z_i) \cdot \Delta Z_i + \\ &+ \Delta Z_i^2 = S_i^2 + 2 \cdot (X'_i - X_i) \cdot \Delta X_i + \Delta X_i^2 + \\ &+ 2 \cdot (Y'_i - Y_i) \cdot \Delta Y_i + \Delta Y_i^2 + 2 \cdot (Z'_i - Z_i) \cdot \Delta Z_i + \Delta Z_i^2, \end{aligned} \quad (7)$$

где  $X_i, Y_i, Z_i$  – координаты закрепления стержня (шарниров) на неподвижном основании,  $X'_i, Y'_i, Z'_i$  – координаты закрепления стержня (шарниров) на подвижной платформе. В выражении (7), пренебрегая переменными второго порядка малости  $\Delta X_i^2, \Delta Y_i^2, \Delta Z_i^2$ , запишем:

$$\begin{aligned} S_{li}^2 &= S_i^2 + 2 \cdot (X'_i - X_i) \cdot \Delta X_i + \\ &+ 2 \cdot (Y'_i - Y_i) \cdot \Delta Y_i + 2 \cdot (Z'_i - Z_i) \cdot \Delta Z_i \end{aligned}$$

или

$$\begin{aligned} S_{li}^2 - S_i^2 &= 2 \cdot (X'_i - X_i) \cdot \Delta X_i + \\ &+ 2 \cdot (Y'_i - Y_i) \cdot \Delta Y_i + 2 \cdot (Z'_i - Z_i) \cdot \Delta Z_i. \end{aligned}$$

Принимая во внимание, что  $S_{li} = S_i + \Delta S_i$

$$\begin{aligned}
 S_{1i}^2 - S_i^2 &= (S_{1i} - S_i) \cdot (S_{1i} + S_i) = \\
 &= (2S_i + \Delta S_i) \cdot \Delta S_i, \\
 2S_i \cdot \Delta S_i + \Delta S_i^2 &= 2 \cdot (X_i' - X_i) \cdot \Delta X_i + \\
 &+ 2 \cdot (Y_i' - Y_i) \cdot \Delta Y_i + 2 \cdot (Z_i' - Z_i) \cdot \Delta Z_i
 \end{aligned} \tag{8}$$

Преобразуя выражение (8) и пренебрегая переменными второго порядка малости  $\Delta S_i^2$ , получим:

$$\Delta S_i = \frac{(X_i' - X_i)\Delta X_i}{S_i} + \frac{(Y_i' - Y_i)\Delta Y_i}{S_i} + \frac{(Z_i' - Z_i)\Delta Z_i}{S_i}. \tag{9}$$

Заменяя в выражении  $l_i = \frac{(X_i' - X_i)}{S_i}$ ,

$$m_i = \frac{(Y_i' - Y_i)}{S_i}, \quad n_i = \frac{(Z_i' - Z_i)}{S_i}, \quad \text{получим}$$

$$\Delta S_i = l_i \cdot \Delta X_i + m_i \cdot \Delta Y_i + n_i \cdot \Delta Z_i. \tag{10}$$

Тогда для стержня изменения положения координат верхнего шарнира на подвижной платформе (при  $Z = 0$ , шарниры лежат в плоскости  $XOZ$ ) опишутся зависимостями:

$$\begin{aligned}
 \Delta X_i &= q_i - Y_i \cdot q_6, \\
 \Delta Y_i &= q_2 + X_i \cdot q_6, \\
 \Delta Z_i &= q_3 + q_4 \cdot Y_i - q_5 \cdot X_i,
 \end{aligned} \tag{11}$$

где  $X, Y, Z$  – координаты закрепления опор (шарниров) на подвижной платформе. Исходя из выше изложенного, составим матрицу инерции

$$\|a\| = \begin{vmatrix} m & 0 & 0 & 0 & Z_M m & -Y_M m \\ 0 & m & 0 & -Z_M m & 0 & X_M m \\ 0 & 0 & m & Y_M m & -X_M m & 0 \\ 0 & -Z_M m & Y_M m & (Z_M^2 + Y_M^2) \times \\ & & & \times m + J_x & -X_M Y_M m & -X_M Z_M m \\ -Z_M m & 0 & -X_M m & X_M Y_M m & (Z_M^2 + X_M^2) \times \\ & & & \times m + J_y & -Y_M Z_M m & \\ -Y_M m & X_M m & 0 & -X_M Z_M m & -Y_M Z_M m & (Y_M^2 + X_M^2) \times \\ & & & & & \times m + J_z \end{vmatrix} \tag{12}$$

и матрицу жесткости

$$\|c\| = \begin{vmatrix} \sum_1^6 C_{li}^2 & \sum_1^6 C_{li} m_i & \sum_1^6 C_{li} n_i & \sum_1^6 C_{li} n_i Y_i & \sum_1^6 -C_{li} n_i X_i & \sum_1^6 C_{li} \times \\ & \sum_1^6 C_{li} m_i & \sum_1^6 C_{li} m_i^2 & \sum_1^6 C_{li} m_i n_i Y_i & \sum_1^6 -C_{li} m_i n_i X_i & \sum_1^6 \times (m_i X_i - \\ & & & & & -l_i Y_i) \\ \sum_1^6 C_{li} n_i & \sum_1^6 C_{li} m_i n_i & \sum_1^6 C_{li} n_i^2 & \sum_1^6 C_{li} n_i^2 Y_i & \sum_1^6 -C_{li} n_i^2 X_i & \sum_1^6 \times (m_i X_i - \\ & & & & & -l_i Y_i) \\ \sum_1^6 -C_{li} \times & \sum_1^6 -C_{li} m_i \times & \sum_1^6 -C_{li} \times & \sum_1^6 -C_{li} n_i^2 \times & \sum_1^6 -C_{li} n_i^2 \times & \sum_1^6 \times (m_i X_i - \\ & & & & & -l_i Y_i) \\ \sum_1^6 \times n_i Y_i & \sum_1^6 \times n_i Y_i & \sum_1^6 C_{li} n_i^2 Y_i & \sum_1^6 C_{li} n_i^2 Y_i^2 & \sum_1^6 -C_{li} n_i^2 \times & \sum_1^6 \times (m_i X_i - \\ & & & & & -l_i Y_i) \\ \sum_1^6 \times n_i X_i & \sum_1^6 -C_{li} \times & \sum_1^6 -C_{li} \times & \sum_1^6 -C_{li} n_i^2 \times & \sum_1^6 -C_{li} n_i^2 \times & \sum_1^6 \times (m_i X_i - \\ & & & & & -l_i Y_i) \\ \sum_1^6 \times (m_i X_i - & \sum_1^6 \times (m_i X_i - & \sum_1^6 \times (m_i X_i - & \sum_1^6 \times (m_i X_i - & \sum_1^6 \times (m_i X_i - & \sum_1^6 \times (m_i X_i - \\ & -l_i Y_i) & -l_i Y_i) & -l_i Y_i) & -l_i Y_i) & -l_i Y_i) \end{vmatrix} \tag{13}$$

### КОЛЕБАНИЯ ДИНАМИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ МЕХАНИЗМА

Для удобства решения дифференциальные уравнения колебаний системы запишем в матричном виде:

$$\|a\| \cdot \{\ddot{q}_i\} + \|c\| \cdot \{q_i\} = \{P_i(t)\}, \tag{14}$$

где  $\|a\|$  – матрица коэффициентов инерции;  $\|c\|$  – матрица коэффициентов жесткости;  $\{P_i(t)\}$  – матрица обобщенных возмущающих сил.

Решение системы неоднородных дифференциальных уравнений (14) нужно искать в виде:

$$q_{o.n} = q_{o.o} + q_{ч.н}, \tag{15}$$

где  $q_{o.o}$  – общее решение системы однородных дифференциальных уравнений,  $q_{ч.н}$  – частное решение системы неоднородных дифференциальных уравнений. Общее решение системы однородных дифференциальных уравнений  $q_{o.n}$  описывает свободные колебания системы и представляет интерес при исследовании резонансных явлений в системе. С помощью данной системы уравнений можно исследовать зависимость собственных частот системы от различных ее параметров.

Решение системы частных неоднородных дифференциальных уравнений позволяет определить амплитуды вынужденных колебаний элементов расчетной схемы по обобщенным координатам. Решение данной системы может представлять интерес при исследовании колеба-

ний элементов расчетной схемы в результате действия периодической вынуждающей силы.

Решение системы общих однородных дифференциальных уравнений и определение собственных частот. Данная система в матричной записи имеет вид:

$$\begin{aligned} \|a\| \left\{ \ddot{q}_i \right\} + \|c\| \left\{ \dot{q}_i \right\} &= 0 \\ \|a\| \left\{ \ddot{q} \right\} &= -\|c\| \left\{ \dot{q} \right\}; \quad \left\{ \dot{q} \right\} = -\frac{\|a\|}{\|c\|} \left\{ \ddot{q} \right\} = \\ &= -\|c\|^{-1} \|a\| \left\{ \ddot{q} \right\} = -\|B\| \left\{ \ddot{q} \right\} \end{aligned} \quad (16)$$

или

$$\left\{ \dot{q} \right\} = -\|B\| \left\{ \ddot{q} \right\},$$

где  $\|B\| = \|a\| \|c\|^{-1}$ ,  $\|a\| = \|c\|^{-1}$

Представим частные решения этих уравнений в виде гармоничной функции:  $q_i = A_i \sin(kt + \beta)$ , тогда  $\dot{q}_i = -k^2 A_i \sin(kt + \beta) = -k^2 q_i$ , обозначив

$$\lambda = \frac{1}{k^2}, \text{ получим}$$

$$\lambda \left\{ \dot{q} \right\} = \|B\| \left\{ \dot{q} \right\}. \quad (17)$$

Система алгебраических уравнений имеет следующий вид:

$$\begin{pmatrix} (B_{11}-\lambda) & B_{12} & B_{13} & \dots & B_{16} \\ B_{21} & (B_{22}-\lambda) & B_{23} & \dots & B_{26} \\ B_{31} & B_{32} & (B_{33}-\lambda) & \dots & B_{36} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ B_{61} & B_{62} & B_{63} & \dots & (B_{66}-\lambda) \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \\ \dots \\ q_6 \end{pmatrix} = 0. \quad (18)$$

Приравняв нулю, определитель матрицы, входящий в уравнение (18), получаем:

$$\begin{vmatrix} (B_{11}-\lambda) & B_{12} & B_{13} & \dots & B_{16} \\ B_{21} & (B_{22}-\lambda) & B_{23} & \dots & B_{26} \\ B_{31} & B_{32} & (B_{33}-\lambda) & \dots & B_{36} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ B_{61} & B_{62} & B_{63} & \dots & (B_{66}-\lambda) \end{vmatrix} = 0 \quad (19)$$

и раскрывая его, получим частотное уравнение:

$$\lambda^6 - I_1 \lambda^5 + I_2 \lambda^4 - I_3 \lambda^3 + I_4 \lambda^2 - I_5 \lambda + I_6 = 0. \quad (20)$$

Решая полином путем разложения, в программном пакете MATLAB можно легко найти

все значения  $\lambda$ , а значит и собственные частоты

$$k_i = \sqrt{\frac{1}{\lambda_i}}.$$

### ИССЛЕДОВАНИЯ СВОБОДНЫХ КОЛЕБАНИЙ

Целью данного этапа исследований является определение собственных частот и их зависимость от различных параметров системы. В основу исследований положено решение системы общих однородных уравнений при помощи пакета MATLAB для определения собственных частот системы, определяются корни полинома с помощью встроенной функции MATLAB  $\lambda = \text{roots}(\text{poly}(B))$ , где POLY – вычисление характеристического полинома; ROOTS – вычисление корней полинома.

В качестве исходных данных при математическом моделировании используются результаты экспериментов (данные по жесткости опор, геометрические размеры, масса) [3].

Для исследования системы на возможность появления резонансных явлений при различных видах и режимах обработки, а также различных параметрах системы, осуществляем определение зависимостей собственных частот от различных параметров системы (массы, жесткости опор, вылета подвижной платформы, диаметра опор).

Для этого осуществляется построение графиков при многократном определении корней полинома описанным выше способом при изменении одного из входных параметров системы (масса, жесткость, вылет).

В пакете MATLAB данные действия выполняются командой построения графика Plot.

Результаты исследований представлены на графиках рис. 4–8.

### ИССЛЕДОВАНИЯ ВЫНУЖДЕННЫХ КОЛЕБАНИЙ

Исследование вынужденных колебаний осуществляется решением системы неоднородных алгебраических уравнений. Данная система имеет вид:

$$[c - \omega^2 a] \cdot [B_i] = [Q_i], \quad (21)$$

где  $B_i$  – амплитуды вынужденных колебаний элементов расчетной схемы;  $Q_i$  – внешняя сила на соответствующие элементы.

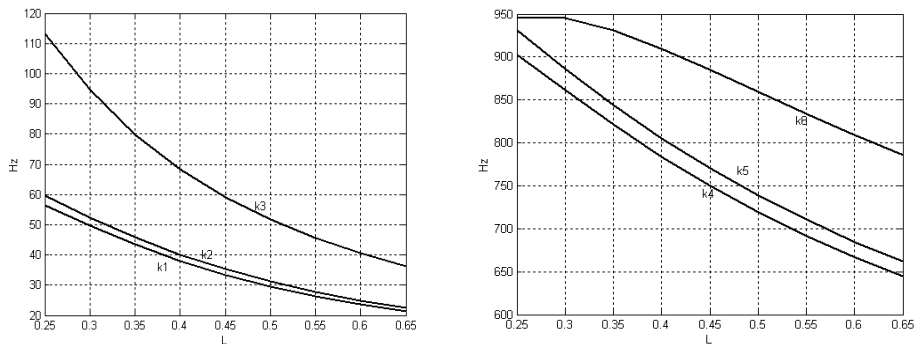


Рис. 4. Зависимость собственных частот системы от высоты подвижной платформы по оси Z

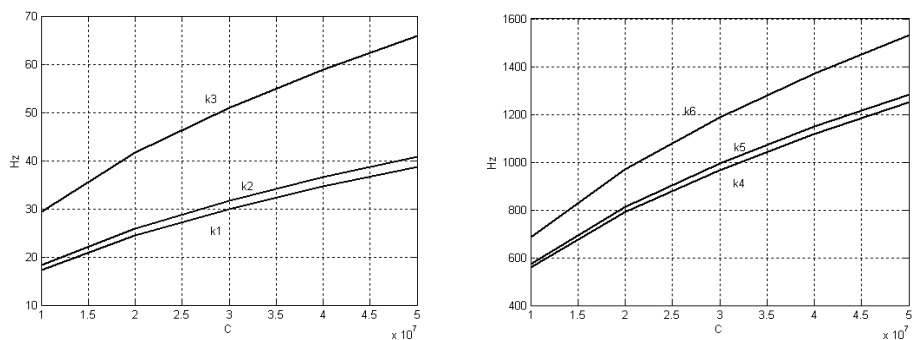


Рис. 5. Зависимость собственных частот системы от жесткости опор при высоте подвижной платформы  $H = 0,5$  м

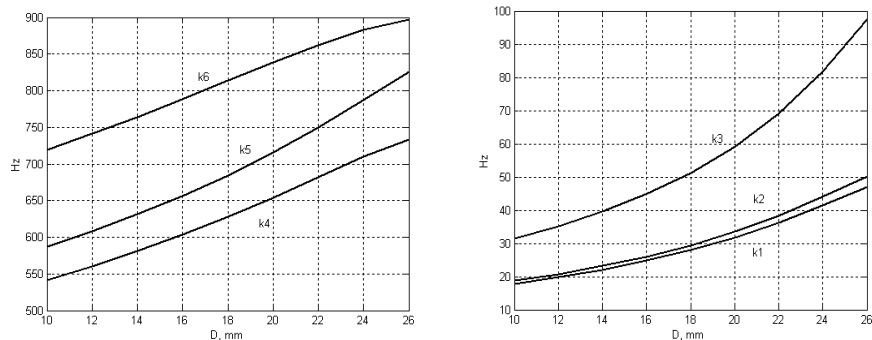


Рис. 6. Зависимость собственных частот системы от диаметра опор при  $H = 0,5$  м

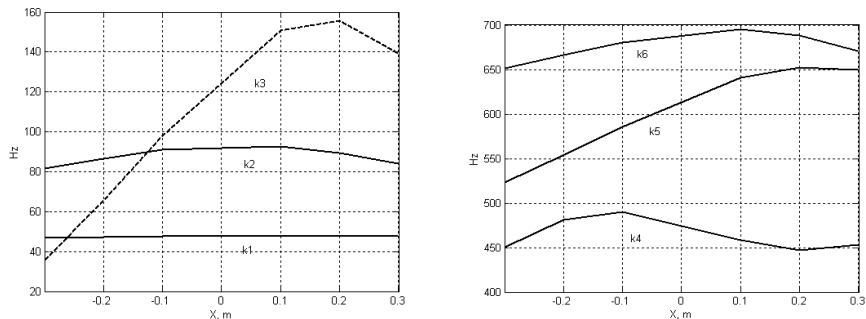
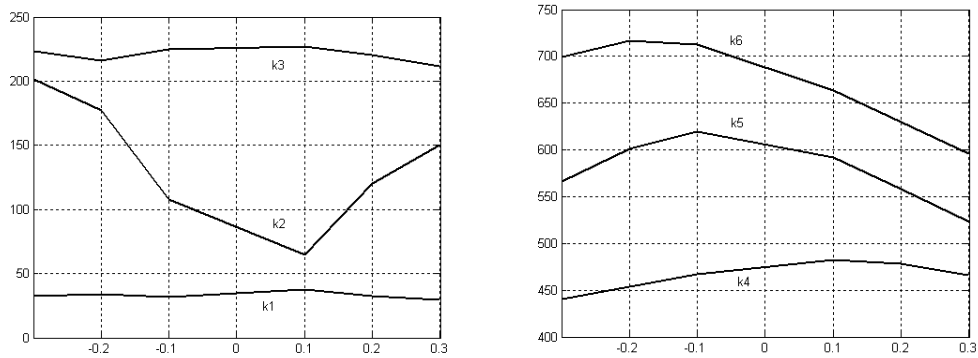
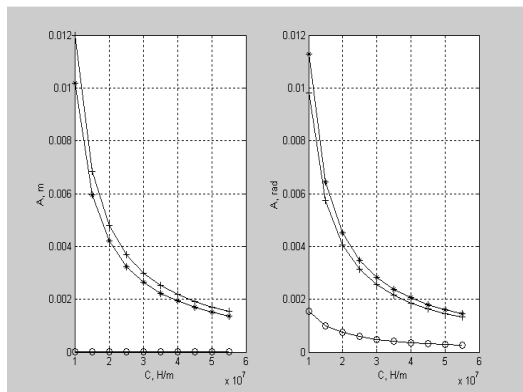


Рис. 7. Зависимость собственных частот системы от положения подвижной платформы по оси X при  $H = 0,5$  м,  $D = 20$  мм

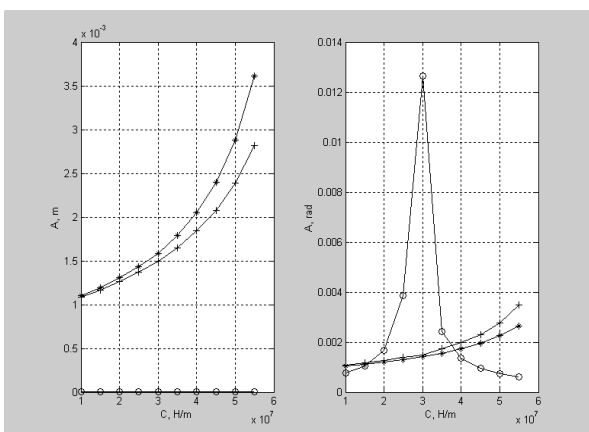


**Рис. 8.** Зависимость собственных частот системы от положения подвижной платформы по оси  $Y$  при  $H = 0,5$  м,  $D = 20$  мм

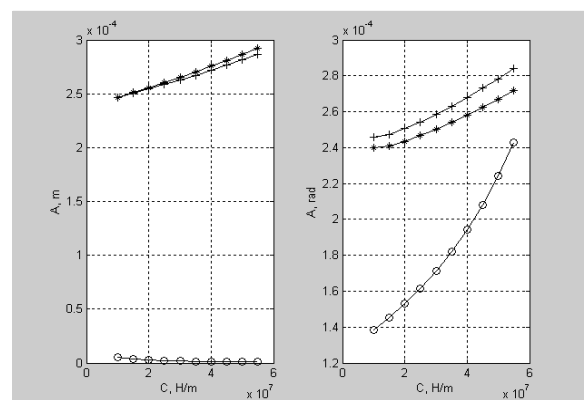
Для решения данной системы использовался MATLAB. Результаты исследований представлены на графиках рис. 9–22.



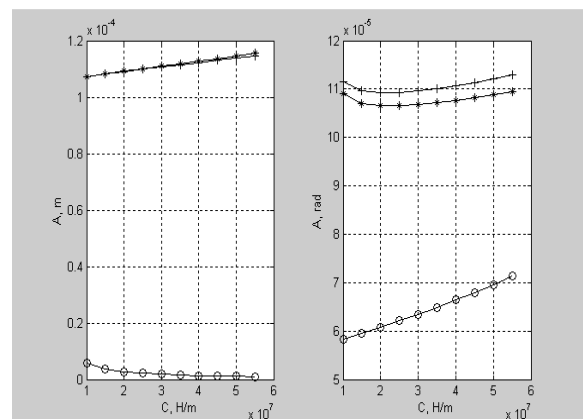
**Рис. 9.** Зависимость амплитуд вынужденных колебаний « $A$ » от жесткости опор « $C$ » при следующих параметрах системы: ( $f = 10$  Гц,  $P_z = P_y = P_x = 300$  Н,  $M_z = 10$  Н/м)



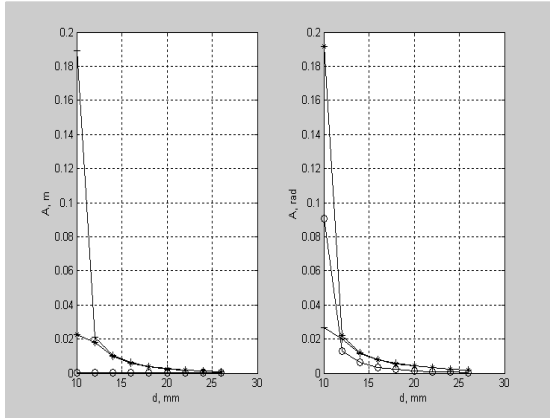
**Рис. 10.** Зависимость амплитуд вынужденных колебаний « $A$ » от жесткости опор « $C$ » при следующих параметрах системы: ( $f = 50$  Гц,  $P_z = P_y = P_x = 300$  Н,  $M_z = 10$  Н/м)



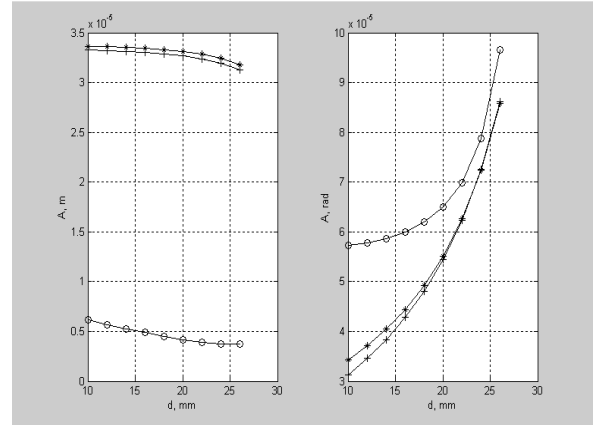
**Рис. 11.** Зависимость амплитуд вынужденных колебаний « $A$ » от жесткости опор « $C$ » при следующих параметрах системы: ( $f = 100$  Гц,  $P_z = P_y = P_x = 300$  Н,  $M_z = 10$  Н/м)



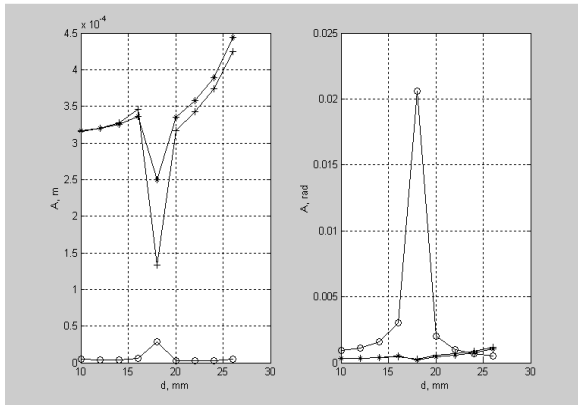
**Рис. 12.** Зависимость амплитуд вынужденных колебаний « $A$ » от жесткости опор « $C$ » при следующих параметрах системы ( $f = 150$  Гц,  $P_z = P_y = P_x = 300$  Н,  $M_z = 10$  Н/м)



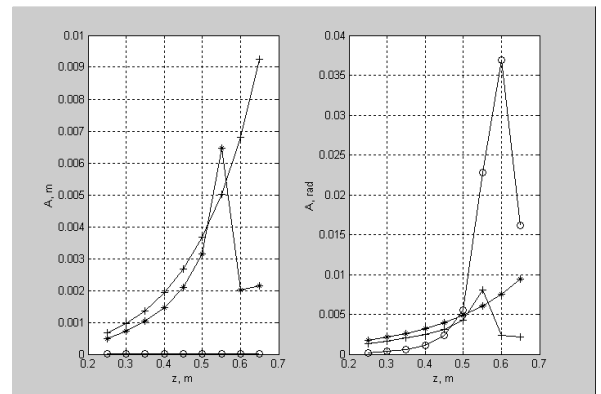
**Рис. 13.** Зависимость амплитуд вынужденных колебаний «А» от диаметра опор «D» при следующих параметрах системы:  
 $(f = 10 \text{ Гц}, P_z = P_y = P_x = 300 \text{ Н}, M_z = 10 \text{ Н/м})$



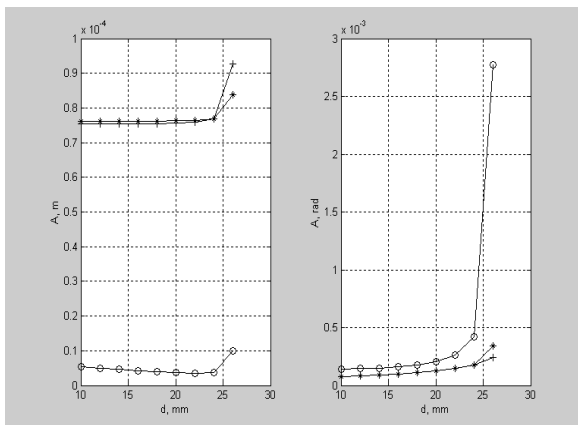
**Рис. 16.** Зависимость амплитуд вынужденных колебаний «А» от диаметра опор «D» при следующих параметрах системы:  
 $(f = 150 \text{ Гц}, P_z = P_y = P_x = 300 \text{ Н}, M_z = 10 \text{ Н/м})$



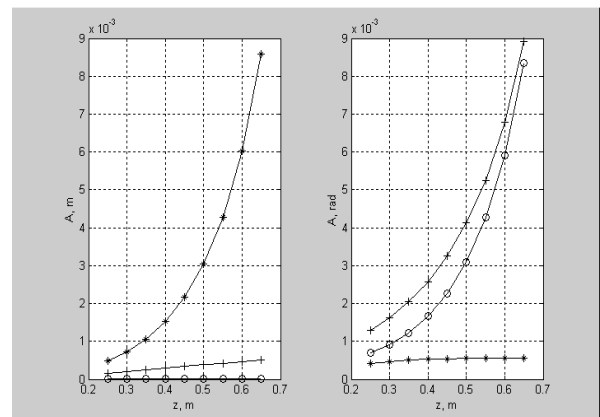
**Рис. 14.** Зависимость амплитуд вынужденных колебаний «А» от диаметра опор «D» при следующих параметрах системы:  
 $(f = 50 \text{ Гц}, P_z = P_y = P_x = 300 \text{ Н}, M_z = 10 \text{ Н/м})$



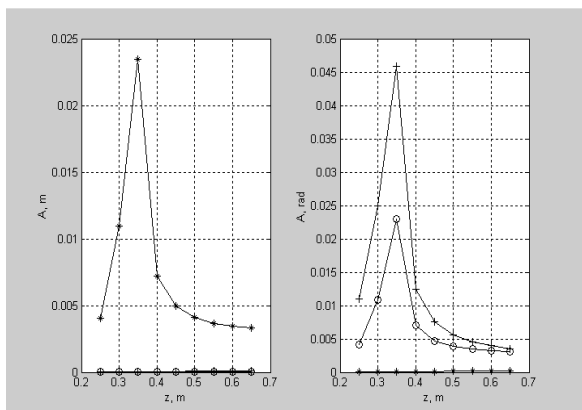
**Рис. 17.** Зависимость амплитуд вынужденных колебаний «А» от вылета подвижной опоры по оси Z при следующих параметрах системы:  
 $(f = 10 \text{ Гц}, P_z = P_y = P_x = 300 \text{ Н}, M_z = 10 \text{ Н/м})$



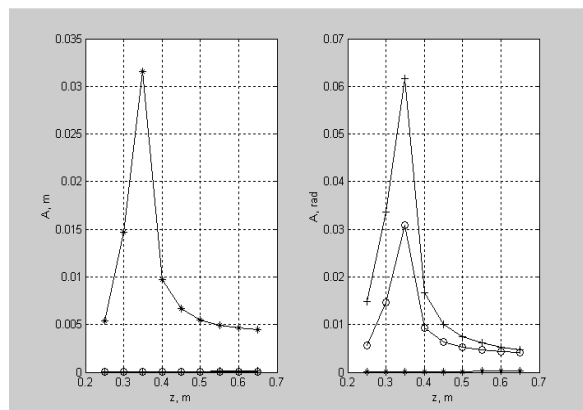
**Рис. 15.** Зависимость амплитуд вынужденных колебаний «А» от диаметра опор «D» при следующих параметрах системы:  
 $(f = 100 \text{ Гц}, P_z = P_y = P_x = 300 \text{ Н}, M_z = 10 \text{ Н/м})$



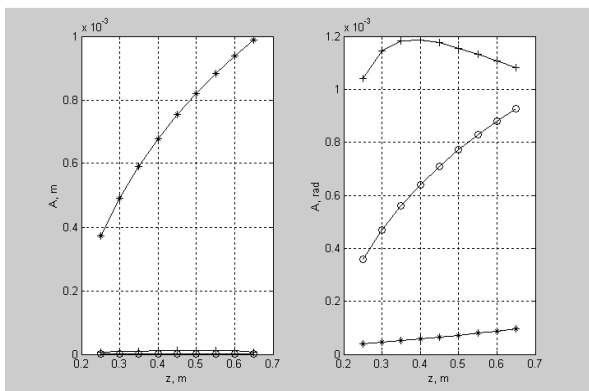
**Рис. 18.** Зависимость амплитуд вынужденных колебаний «А» от вылета подвижной опоры по оси Z при следующих параметрах системы:  
 $(f = 50 \text{ Гц}, P_z = P_y = P_x = 300 \text{ Н}, M_z = 10 \text{ Н/м})$



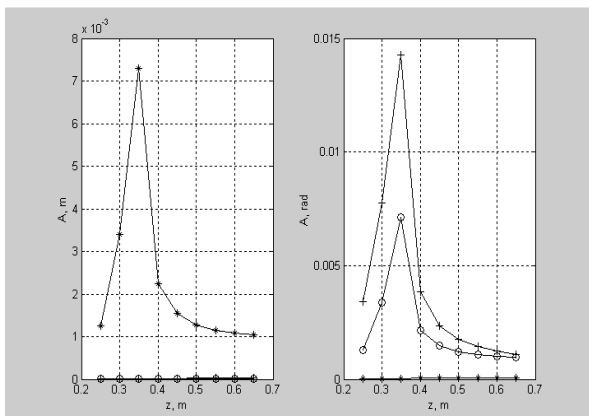
**Рис. 19.** Зависимость амплитуд вынужденных колебаний «А» от вылета подвижной опоры по оси Z при следующих параметрах системы ( $f = 100$  Гц,  $P_z = P_y = P_x = 300$  Н,  $M_z = 10$  Н/м)



**Рис. 22.** Зависимость амплитуд вынужденных колебаний «А» от вылета подвижной опоры по оси Z при следующих параметрах системы: ( $f = 100$  Гц,  $P_z = P_y = P_x = 400$  Н,  $M_z = 10$  Н/м)



**Рис. 20.** Зависимость амплитуд вынужденных колебаний «А» от вылета подвижной опоры по оси Z при следующих параметрах системы: ( $f = 150$  Гц,  $P_z = P_y = P_x = 300$  Н,  $M_z = 10$  Н/м)



**Рис. 21.** Зависимость амплитуд вынужденных колебаний «А» от вылета подвижной опоры по оси Z при следующих параметрах системы: ( $f = 100$  Гц,  $P_z = P_y = P_x = 100$  Н,  $M_z = 10$  Н/м)

### ВЫВОДЫ

При увеличении высоты механизма (по оси Z) собственные частоты уменьшаются, что снижает жесткость механизма.

При увеличении собственных частот и диаметра опор жесткость механизма увеличивается.

Резонансная зона возникает: при частоте  $k3 = 155$  Гц и  $X = 0,2$  м,  $k4 = 480$  Гц и  $X = 0,1$  м,  $k5 = 650$  Гц и  $X = 0,2$ ,  $k6 = 690$  Гц и  $X = 0,1$  м, что говорит о нежелательном перемещении механизма по оси X на интервал  $X = 0,1 \dots 0,2$  м.

Резонансная зона возникает: при частоте  $k4 = 430$  Гц и  $Y = 0,1$  м,  $k5 = 620$  Гц и  $Y = -0,1$  м,  $k6 = 720$  Гц и  $Y = -0,2$  м, что говорит о нежелательном перемещении механизма по оси Y на интервал  $Y = -0,2 \dots 0,1$  м.

Анализ результатов исследований вынужденных колебаний показывает, что наименьшая амплитуда имеет место вдоль оси Z на рассмотренном диапазоне жесткости (диаметров) и при частотах вынуждающей силы равной 10, 50, 100, 150 Гц.

Амплитуда колебаний по осям X, Y (горизонтальные оси) находятся в интервале от 0,1...1 мм и в зависимости от частоты вынуждающей силы имеет различный характер: при частоте 10 Гц с увеличением жесткости резко убывает, а при частотах 100, 150 Гц амплитуда минимальная 0,1...0,3 мм и изменяется незначительно в пределах 0,02 мм. Амплитуды крутильных колебаний относительно осей X, Y, Z имеют зависимости аналогичные линейным и находятся в диапазоне от  $6 \cdot 10^{-5}$  до 0,01 рад. При изменении вылета подвижной платформы по оси Z наименьшая амплитуда имеет место по оси X, Z (при частотах 50...150 Гц). Амплитуды



колебаний по осям  $X$ ,  $Y$  (при частоте 10 Гц) изменяются в интервале от 0,5 до 20 мм.

При увеличении возмущающих сил до 400 Н амплитуда по оси  $Y$  носит резонансный характер.

Таким образом, рассмотренное оборудование имеет наибольшую виброустойчивость и наименьшую погрешность от вибросмещений по оси  $Z$ . Колебания по осям  $X$ ,  $Y$  и крутильные колебания требуют тщательного расчета конструкторско-технологических параметров.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Шамутдинов А. Х. Исследование классификации многоповодковых механизмов параллельной кинематики // Омский научный вестник. 2011. № 2(100). С. 85–90.

2. Гаврилов В. А., Кольцов А. Г., Шамутдинов А. Х. Классификация механизмов для техноло-

гических машин с параллельной кинематикой // СТИН. 2005. № 9. С. 28–31.

3. Гаврилов В. А., Кольцов А. Г. Многофункциональное оборудование на основе параллельной кинематики // Деп. в ВИНТИ 29.11.2006, №1481-В2006 ОмГТУ. Омск., 2006. 131 с.

#### ОБ АВТОРАХ

**Кольцов Александр Германович**, доц. каф. металлорежущих станков и инструментов. Дипл. инж. по металлорежущим станкам и инструментам (ОмГТУ 1997). Канд. техн. наук по динамике и прочности (ОмГТУ, 2002). Иссл. динамики и точности технологического оборудования.

**Шамутдинов Айдар Харисович**, ст. преп. каф. гидромеханики и транспортных машин. Дипл. инж. по металлорежущим станкам и инструментам (ОмГТУ 1994). Иссл. в области кинематики механизмов.