

Ю. М. Ахметов, Р. Р. Калимуллин, С. Ю. Константинов, Р. Ф. Хакимов, Д. В. Целищев

## ИССЛЕДОВАНИЕ ГИДРОДИНАМИЧЕСКИХ И ТЕРМОДИНАМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ ВЫСОКОНАПОРНОГО МНОГОФАЗНОГО ВИХРЕВОГО ТЕЧЕНИЯ ЖИДКОСТИ

Рассматриваются результаты численного моделирования течения двухфазной среды в вихревом теплогенераторе и причины роста температуры рабочей жидкости. Представлены современные численные модели кавитации и кавитационного массопереноса в пакетах вычислительной гидродинамики. Дан пример численного моделирования кавитации в вихревых теплогенераторах. *Кавитация; численные модели; двухфазная среда; число кавитации; моделирование, вихревой теплогенератор, вихревое течение*

Современные исследования показывают, что закрученные потоки привлекают к себе все более пристальный интерес как разработчиков, так и потребителей. Это обуславливается тем, что особые свойства закрученных течений имеют широкий диапазон технических приложений в энергетическом, теплообменном и технологическом оборудовании ядерной энергетики, аэрокосмической технике, химической и нефтеперерабатывающей промышленности, на транспорте, промышленной теплоэнергетике.

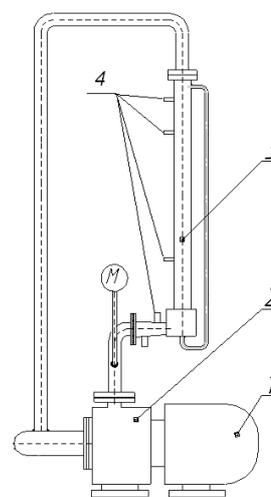
Одним из направлений деятельности кафедры прикладной гидромеханики ФГБОУ ВПО УГАТУ является исследование гидродинамических и тепловых процессов нестационарного течения несжимаемых жидкостей с целью разработки высокоэффективных принципов преобразования энергии.

Одним из наиболее эффективных и экологически безопасных устройств для преобразования энергии вихревого движения жидкости в тепло является вихревой теплогенератор (ВТГ) (рис. 1).

Принцип действия вихревого теплогенератора состоит в превращение механической энергии, затрачиваемой лопастным насосом на перемещение потока жидкости по замкнутому контуру в энергию теплового излучения.

В ходе проводимых в течение нескольких лет экспериментальных исследований вихревого теплогенератора за счет многочисленных конструктивных доработок и усовершенствований, удалось добиться нагрева рабочей жидкости объемом  $0,02 \text{ м}^3$  до  $100 \text{ }^\circ\text{C}$  за 11 минут.

Наиболее вероятным физическим процессом, который определяет изменение температуры, является гидродинамическая кавитация.



**Рис. 1.** Экспериментальная установка:  
1 – электродвигатель; 2 – насос центробежный; 3 – вихревая труба; 4 – точки регистрации давления и температуры

В процессе кавитации происходит образование пузырьков пара, при схлопывании которых выделяется значительное количество тепловой энергии, способствующей стремительному нагреву жидкости.

### 1. КЛАССИФИКАЦИЯ ЧИСЛЕННЫХ МОДЕЛЕЙ КАВИТАЦИИ

В современные пакеты вычислительной гидрогазодинамики (Star-CD, ANSYS CFX, ANSYS Fluent) включено множество математических моделей, в том числе и модели кавитации.

При моделировании кавитации следует выделять два понятия: модель кавитации и модель кавитационного массопереноса. Модель кавитации – это совокупность уравнений, описывающих кавитирующий поток и массоперенос в нем. Модель кавитационного массопереноса –

это модель механизма переноса массы при фазовом переходе или выделения газа при кавитации.

Численные модели кавитации можно поделить на три группы: «Условные», «Массовые», «Эйлера».

Модели «Условные» используют для расчета кавитации кавитационное число:

$$K = \frac{p - p_{кр}}{\frac{\rho v^2}{2}}, \quad (1)$$

где  $p$  – давление в ячейке;  $p_{кр}$  – критическое давление, при котором возникает кавитация, обычно давление насыщенных паров;  $v$  – скорость потока в ячейке,  $\rho$  – плотность жидкости.

«Условные» модели делятся на два вида в зависимости от условия применения: по значению кавитационного числа, по давлению насыщенных паров и местной скорости потока. Массоперенос в этом классе моделей не считается. При верном условии ячейка заполняется паром или исключается из расчета. Достоинства: быстрота получения решения. Недостатки: качество сетки влияет на точность полученного решения, сложность в задании кавитационного числа. Используются при начальных инженерных расчетах, в предположении, что кавитация начнется при заданном кавитационном числе. Не отменяет необходимость эксперимента по выяснению точного значения кавитационного числа.

Модели «Массовые» отличаются от моделей «Условных» рассчитываемым кавитационным массопереносом в зависимости от величины абсолютного давления, вычисленной решателем. Включение модели кавитационного массопереноса происходит при достижении уровня давления насыщенных паров жидкости или величины давления, указываемой пользователем. Основное отличие от «Условных» моделей – расчет величины массовой доли образовавшегося и сконденсировавшегося пара. Достоинства «массовых» моделей: способность моделировать кипение и кавитацию в низкоскоростных потоках жидкости, относительно небольшое время расчета. Недостатки: некачественное моделирование кавитации в высокоскоростных потоках жидкости. Модели используются для определения зон кавитации в лопастных машинах, моделирования кипения жидкости и пузырьковой кавитации. Для численного моделирования кавитации нет необходимости в проведении эксперимента с целью определения кави-

тационного числа. Данные модели присутствуют в ANSYS Fluent [1].

Модели «Эйлера» позволяют рассчитать характеристики пара и жидкости за счет добавления уравнений импульса для фазы пар. Достоинства: возможность моделирования гидродинамической кавитации в медленных и высокоскоростных потоках жидкости, развитой кавитации, нестационарных течений. К недостаткам моделей «Эйлера» следует отнести длительность расчета. Данные модели используются для моделирования кавитации в гидрооборудовании и быстроходных центробежных насосах. Также возможно моделирование кавитации в вихревых трубах с подключением термодинамических соотношений. Модели данного типа присутствуют в ANSYS Fluent [1] и ANSYS CFX [1].

Моделирование кавитационного потока в моделях кавитации основывается на фундаментальных законах механики жидкости и газов: 1) уравнения неразрывности; 2) уравнение импульса; 3) закона изменения турбулентной вязкости от скорости (модель турбулентности).

### 1.1. Уравнение неразрывности

Для некавитирующего потока уравнение неразрывности имеет вид:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\rho \vec{v}) = 0. \quad (2)$$

Его применение для кавитирующего потока недопустимо ввиду разрыва сплошности среды и образования двух фаз: пара и газа. Для того чтобы рассчитать кавитирующий поток, применяют искусственный прием разложения уравнения неразрывности на два уравнения баланса масс:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \alpha \rho_\alpha}{\partial t} + \text{div}(\alpha \rho_\alpha \vec{v}) &= -R; \\ \frac{\partial \beta \rho_\beta}{\partial t} + \text{div}(\beta \rho_\beta \vec{v}) &= R, \end{aligned} \quad (3)$$

где  $\alpha$  – объемная доля жидкости, %;  $\beta$  – объемная доля пара, %;  $\rho_\alpha$  – плотность жидкости, кг/м<sup>3</sup>;  $\rho_\beta$  – плотность пара, кг/м<sup>3</sup>;  $R$  – источник или сток массы, кг/м<sup>3</sup>с.

Чтобы перейти от уравнения баланса масс (3) к уравнению неразрывности потока (2) вводится соотношение:

$$\alpha + \beta = 1. \quad (4)$$

Источники массы считаются из уравнений кавитационного массопереноса, описанных ниже.

### 1.2 Уравнение импульса

Классическое уравнение импульса имеет следующий вид:

$$\frac{\partial(\rho\vec{v})}{\partial t} + \text{div}(\rho\vec{v} \otimes \vec{v}) = -\nabla p + \nabla\tau + S_M, \quad (5)$$

где:  $\nabla p$  – градиент нормальных давлений;  $\nabla\tau$  – градиент касательных напряжений;  $S_M$  – источники сторонних импульсов.

С учетом уравнения баланса масс (3) уравнение импульсов приобретает следующий вид:

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\alpha\rho_\alpha\vec{v})}{\partial t} + \text{div}(\alpha\rho_\alpha\vec{v} \otimes \vec{v}) &= -\alpha\nabla p + \alpha\nabla\tau - R\vec{v}, \\ \frac{\partial(\beta\rho_\beta\vec{v})}{\partial t} + \text{div}(\beta\rho_\beta\vec{v} \otimes \vec{v}) &= -\beta\nabla p + \beta\nabla\tau + R\vec{v}. \end{aligned} \quad (6)$$

Давление в точке считается по обобщенной гипотезе Стокса:

$$p = -\frac{1}{3}(p_{xx} + p_{yy} + p_{zz}). \quad (7)$$

Тензор касательных напряжений в жидкости считается следующим образом:

$$\tau = \mu(\nabla\vec{v} + (\nabla\vec{v})^T - \frac{2}{3}\text{div}(\vec{v})). \quad (8)$$

Вязкость рассчитывается по уравнению:

$$\mu = \mu_0 + \mu_t. \quad (9)$$

Значение турбулентной вязкости  $\mu_t$  рассчитывается по модели турбулентности.

### 1.3. Модель турбулентности

При расчете кавитации выбор модели турбулентности является наиболее сложным. Для расчета кавитации в местных гидравлических сопротивлениях наиболее приемлема модель  $k - \epsilon$ , основанная на гипотезе Буссинеска.

Турбулентная вязкость в модели  $k - \epsilon$  рассчитывается через турбулентную кинетическую энергию  $k$  и скорости ее диссипации  $\epsilon$ :

$$\mu_t = \frac{C_\mu \rho k^2}{\epsilon}, \quad (10)$$

где  $C_\mu$  – эмпирический коэффициент, равный 0,09 [2].

Турбулентная кинетическая энергия и скорость диссипации считаются по уравнениям:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(\alpha\rho_\alpha k_\alpha) + \nabla \cdot (\alpha(\rho_\alpha \vec{v} k_\alpha - (\mu + \frac{\mu_{ta}}{\sigma_k}) \nabla k_\alpha)) &= \\ = \alpha(P_\alpha - \rho_\alpha \epsilon_\alpha) + T_\alpha^k, \\ \frac{\partial}{\partial t}(\alpha\rho_\alpha \epsilon_\alpha) + \nabla \cdot (\alpha(\rho_\alpha \vec{v} \epsilon_\alpha - (\mu + \frac{\mu_{ta}}{\sigma_k}) \nabla \epsilon_\alpha)) &= \\ = \alpha \frac{\epsilon_\alpha}{k_\alpha} (C_{\epsilon 1} P_\alpha - C_{\epsilon 2} \rho_\alpha \epsilon_\alpha) + T_\alpha^\epsilon, \end{aligned} \quad (11)$$

где  $C_{\epsilon 1} = 1,44$ ,  $C_{\epsilon 2} = 1,92$ ,  $\sigma_k = 1$ ,  $\sigma_\epsilon = 1,22$ .

Для гомогенной смеси турбулентность считается только для одной фазы – жидкость. В моделях кавитации возможен выбор и других моделей турбулентности, например – моделей турбулентности в напряжениях Ренольдса и т. д.

## 2. ЧИСЛЕННЫЕ МОДЕЛИ КАВИТАЦИОННОГО МАССОПЕРЕНОСА

При численном моделировании кавитации на первый план выходит модель кавитационного массопереноса, назначение которой заключается в расчете массы выделившегося и сконденсировавшегося пара.

Для расчета массы выделившегося и сконденсировавшегося пара необходимо учитывать динамику кавитационного пузырька. Для этого используется уравнение Рейля-Плессета [1]:

$$R \frac{d^2 R}{dt^2} + \frac{3}{2} \left( \frac{dR}{dt} \right)^2 + \frac{2\sigma}{\rho R} = \frac{p_n - p}{\rho}. \quad (12)$$

Поскольку решить данное уравнение в общем виде невозможно, его упрощают, пренебрегая вторым порядком и не учитывая поверхностное натяжение жидкости. В этом случае уравнение динамики пузырька примет вид [1]:

$$\frac{dR}{dt} = \sqrt{\frac{2}{3} \left( \frac{p_n - p}{\rho} \right)}. \quad (13)$$

На основании упрощенного уравнения динамики кавитационного пузырька созданы три модели массопереноса: модель Singhal, модель Zwart-Gerber-Belamri, модель Schnerr – Sauer [1].

Модель Singhal является самой ранней моделью межфазного переноса и представляет собой следующие уравнения [1]:

$$p < p_n, \\ m_e = F_{\text{vap}} \frac{\max(1, \sqrt{k})(1 - f_v - f_g)}{\sigma} \rho_l \rho_{\text{vap}} \sqrt{\frac{2}{3} \frac{p - p_n}{\rho_l}}, \quad (14)$$

$$p > p_n, \\ m_c = F_{\text{cond}} \frac{\max(1, \sqrt{k})(f_v)}{\sigma} \rho_l \rho_{\text{vap}} \sqrt{\frac{2}{3} \frac{p - p_n}{\rho_l}},$$

где  $f_v$  – массовая доля пара;  $f_g$  – массовая прочих (неконденсируемых) газов в жидкости;  $m_e$  – масса выделившегося пара;  $m_c$  – масса сконденсированного пара;  $\Gamma$  – коэффициент диффузии жидкости в пар;  $F_{\text{vap}} = 0,02$  – коэффициент парообразования;  $F_{\text{cond}} = 0,01$  – коэффициент конденсации;  $k$  – коэффициент релаксации по давлению;  $\rho_{\text{vap}}$  – плотность пара;  $\rho_l$  – плотность жидкости. К достоинствам данной модели следует отнести: возможность учета несконденсированного газа (необходимо при моделировании течений нефти), высокую степень совпадения результатов численного моделирования течений в центробежных насосах с действительностью. Недостатком данной модели является плохая сходимость вследствие необходимости подбора  $k$ .

Для устранения недостатков модели Singhal была создана модель Zwart-Gerber-Belamri. В модель Zwart-Gerber-Belamri были внесены упрощения: плотность жидкости и плотность жидкости с пузырьками считаются одинаковыми, в жидкости отсутствует несконденсированный газ. Уравнения массопереноса для модели Zwart-Gerber-Belamri [1]:

$$p < p_n, m_e = F_{\text{vap}} \frac{3\alpha_{\text{nuc}}(1 - \alpha)\rho_{\text{vap}}}{R_0} \sqrt{\frac{2}{3} \frac{p - p_n}{\rho_l}}, \quad (15)$$

$$p > p_n, m_c = F_{\text{cond}} \frac{3\alpha\rho_{\text{vap}}}{R_0} \sqrt{\frac{2}{3} \frac{p - p_n}{\rho_l}},$$

где  $F_{\text{vap}} = 50$ ;  $F_{\text{cond}} = 0,01$ ;  $\alpha_{\text{nuc}} = 5 \cdot 10^{-4}$  – коэффициент связи объемной доли с массовой;  $R_0 = 10^{-6}$  м – начальный радиус пузырька. К достоинствам модели Zwart-Gerber-Belamri относится хорошая сходимость; возможность изменения коэффициентов. Однако она считается менее точной, чем модель Singhal.

Модель Schnerr-Sauer является следующей модификацией модели Singhal. Для повышения сходимости в ней было модифицировано уравнение массопереноса для фазы пар. Массоперенос пара в модели Schnerr-Sauer считается в зависимости от объемной концентрации пара, которая находится методами математической ста-

тистики из количества кавитационных пузырьков  $n$ :

$$\alpha = \frac{n \cdot \frac{4}{3} \pi R_0^3}{1 + n \cdot \frac{4}{3} \pi R_0^3}. \quad (16)$$

Уравнения массопереноса для модели Schnerr-Sauer [1]:

$$p < p_n, m_e = \frac{\rho_{\text{vap}}\rho_l}{\rho} \alpha(1 - \alpha) \frac{3}{R_0} \sqrt{\frac{2}{3} \frac{p - p_n}{\rho_l}}, \quad (17)$$

$$p > p_n, m_c = \frac{\rho_{\text{vap}}\rho_l}{\rho} \alpha(1 - \alpha) \frac{3}{R_0} \sqrt{\frac{2}{3} \frac{p - p_n}{\rho_l}}.$$

Достоинство данной модели заключается в пропорциональном массопереносе при парообразовании и конденсации, что автоматически обеспечивает хорошую сходимость.

### 3. РЕЗУЛЬТАТЫ ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ТЕЧЕНИЯ ЖИДКОСТИ В ВИХРЕВОМ ТЕПЛОГЕНЕРАТОРЕ С УЧЕТОМ КАВИТАЦИИ

Численное моделирование проводилось в программном комплексе «ANSYS CFX», сочетающем уникальные возможности анализа гидродинамических процессов, многофазных потоков, химической кинетики, горения, радиационного теплообмена и т. д.

На рис. 2 представлена твердотельная модель проточной части вихревого теплогенератора (ВТГ).

При моделировании двухфазного кавитационного течения (вода и водяной пар) в ВТГ использовались следующие модели и условия на входе:

1. Модель кавитации: «Эйлера»;
2. Модель кавитационного массопереноса: Zwart-Gerber-Belamri;
3. Модель турбулентности:  $k$ - $\epsilon$ .

Условия на входе:

1. Объемная доля воды – 100%;
2. Температура (статическая) – 25,6°C;
3. Статическое давление –  $7,7 \cdot 10^5$  Па;

Условия на выходе:

1. Статическое давление –  $2,02 \cdot 10^5$  Па;
2. Давление насыщенных паров: 2350 Па.

Дискретизация по пространству осуществляется построением в расчетной области сетки, состоящей из 2,1 млн ячеек.



Рис. 2. Проточная часть вихревого теплогенератора

Сетка имеет адаптацию ячеек в наиболее интересных для изучения участках вихревого теплогенератора: камера завихрения, вихревая камера, крестовина. В результате численного моделирования получены характеристики движения жидкости по тракту ВТГ.

Статическое давление по линии тока в вихревой камере изменяется: на периферии трубы давление выше, чем вдоль оси (рис. 3), так как на вихревой поток действуют центробежные силы, направленные от центра к внешней стенке трубы.

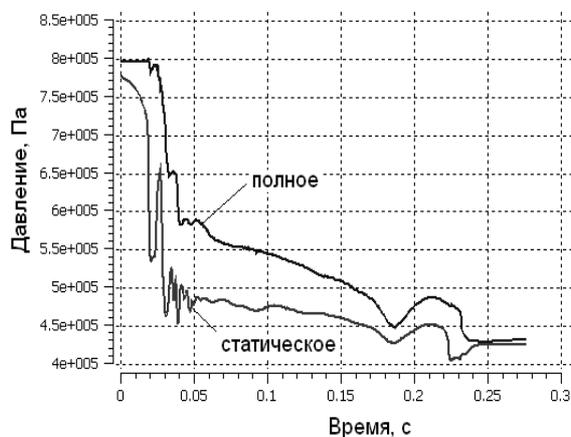


Рис. 3. Перепад полного и статического давления в теплогенераторе по времени движения жидкости вдоль линии тока

Центробежные силы закрученного потока создают разрежение в осевой области камеры завихрения.

Изменение температуры имеет возрастающий характер по всему тракту ВТГ. При прохождении жидкости за один цикл разность температур между входной точкой и точкой на выходе из теплогенератора (без учета насоса) составила  $\Delta T = 0,1$  °C (рис. 4).

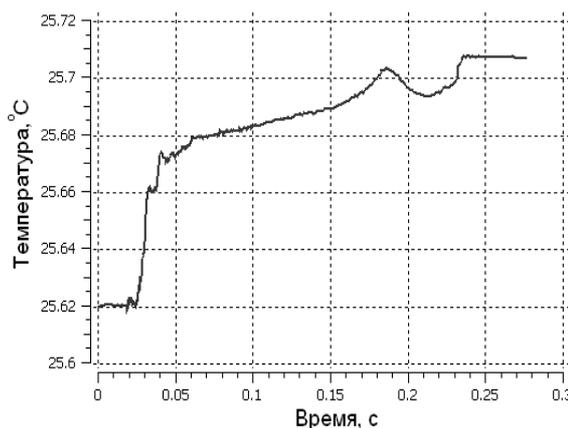


Рис. 4. Рост температуры жидкости в теплогенераторе за один цикл

Интенсивный рост температуры отмечен на участках «камера завихрения» и «вихревая камера», это обуславливается увеличением интенсивности закручивания потока и его разгоном. Также отмечен резкий скачок температуры на крестовине, поскольку оно является местным сопротивлением, источником местных потерь давления. После крестовины происходит разделение потока: часть потока поступает потребителю, а часть через байпас возвращается в вихревую трубу для дополнительного подогрева (рис. 5).

Подогретая байпасная струя «пробивает» более холодный вихревой поток в камере завихрения (рис. 6, 7). Такой характер изменения температуры подтверждает существование дополнительной положительной обратной связи через байпас [3].

Моделирования кавитации внутри ВТГ показало, что имеется две зоны кавитации: 1) в области камеры завихрения; 2) в области входа потока в крестовину. Визуализация зон кавитации представлена на рис. 8.

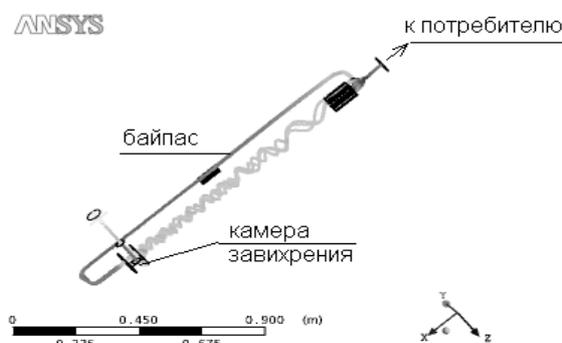
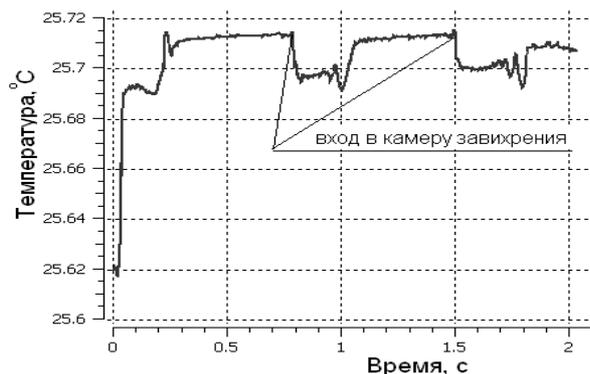
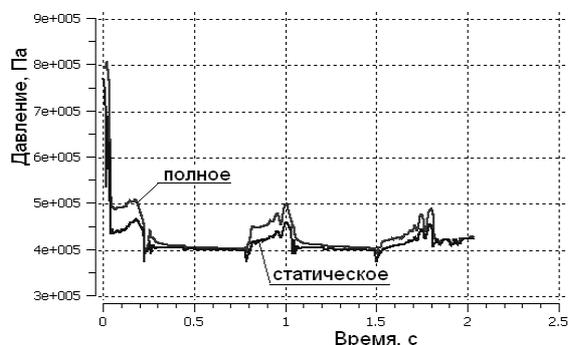


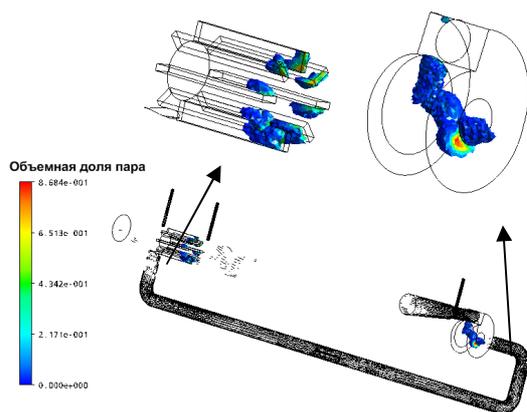
Рис. 5. Линия тока (дважды проходящую байпасную линию) движения жидкости в вихревом теплогенераторе по времени движения жидкости вдоль линии тока



**Рис. 6.** Рост температуры жидкости в теплогенераторе по времени движения жидкости вдоль линии тока при повторном проходе через байпасную линию



**Рис. 7.** Изменение статического и полного давлений по тракту теплогенератора по времени движения жидкости вдоль линии тока при многократном прохождении через байпасную линию



**Рис. 8.** Визуализация зон кавитации в ВТГ

Зоны кавитации, полученные в результате численного моделирования, совпадают с зонами локального нагрева ВТГ, полученными в результате экспериментальных исследований [3].

## ВЫВОДЫ

Разработана и решена в программном комплексе «ANSYS CFX» система уравнений имитационной математической моделью процесса в ВТГ в трехмерной постановке, с использованием стандартной  $k-\varepsilon$  модели турбулентности, уравнения нагрева жидкости, модели кавитации. Результаты вычисления показали наличие поля температур, подтверждающее возможность теплообмена и возникновения кавитационных эффектов в области камеры завихрения и входа потока в крестовину.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. ANSYS FLUENT 12.0 Theory Guide. April 2009. ANSYS Inc.
2. Газизов Р. К., Лукашук С. Ю., Соловьев А. А. Основы компьютерного моделирования технических систем: учеб. пособие; Уфимск. гос. авиац. техн. ун-т. УГАТУ, 2008. 143 с.
3. Ахметов Ю. М., Калимуллин Р. Р., Целищев В. А. Численное и физическое моделирование течения жидкости в вихревом теплогенераторе // Вестник УГАТУ. 2010. Т. 14, № 4(39). С. 42–49.

## ОБ АВТОРАХ

**Ахметов Юрий Мавлютович**, доц. каф. прикл. гидромеханики, зам ген. директора НИИТ. Дипл. инженер-механик по авиац. двигателям (УАИ 1959). Канд. техн. наук по тепл. двигателям (МАИ, 1978). Иссл. в обл. газогидравлическ. течений и систем упр. энергетическ. установок.

**Калимуллин Радик Рифкатович**, асс. той же каф. Дипл. инженер техники и технологии по энергомашиностроению (УГАТУ, 2008). Иссл. в обл. высоконапорн. многофаз. течения жидкости.

**Константинов Сергей Юрьевич**, магистрант той же каф. Дипл. бакалавр вакуумн. и компресс. техники (УГАТУ, 2010) Иссл. в обл. матем. моделирования кавитационных течений.

**Хакимов Рустем Фанилевич**, магистрант той же каф. Дипл. бакалавр вакуумн. и компресс. техники (УГАТУ, 2009). Иссл. в обл. высоконапорн. многофазн. течения жидкости.

**Целищев Дмитрий Владимирович**, доц. той же каф. Дипл. магистр по энергомашиностр. (УГАТУ, 2006). Канд. техн. наук по гидравлическ. машинам (УГАТУ, 2010). Иссл. в обл. электрогидравл. рулевых приводов для систем упр-я летательн. аппаратами.