

В. П. ПАВЛОВ, Э. М. НУСРАТУЛЛИН, А. А. ФИЛИППОВ

МОДЕЛИРОВАНИЕ ХАРАКТЕРИСТИК УПРУГОСТИ ГИБРИДНОГО КОМПОЗИЦИОННОГО МАТЕРИАЛА НА ОСНОВЕ БОРНЫХ И УГЛЕРОДНЫХ ВОЛОКОН

Решается задача моделирования характеристик упругости гибридного композиционного материала на основе магниевой матрицы, армированной борными и углеродными волокнами. Рассматриваются два подхода: на основе аналитических приближенных выражений и на основе метода конечных элементов, реализованного средствами пакета программ ANSYS. Полученные двумя методами результаты сопоставлены и показано, что аналитические приближенные формулы достаточно хорошо в целом оценивают характеристики упругости. *Композиционный гибридный материал, характеристики упругости, метод конечного элемента*

ВВЕДЕНИЕ

В изделиях авиационной и космической техники широко применяют гибридные композиционные материалы (ГКМ), армированные одновременно двумя видами волокон (например, борными и углеродными).

При расчетах конструкций на прочность и жесткость обычно неоднородный гибридный композиционный материал заменяют эквивалентным ему однородным анизотропным материалом. При этом возникают две проблемы:

- что принять в качестве эквивалентности неоднородного композиционного материала и однородного анизотропного материала;
- как определить эффективные упругие характеристики эквивалентного анизотропного материала.

Следует отметить, что нет однозначного решения данных проблем, и каждый исследователь может реализовать свой путь.

В предлагаемой работе рассматриваются методики математического моделирования характеристик упругости гибридного композиционного материала, базирующиеся на двух подходах:

- инженерном, с применением расчетных формул, получаемых на основе методов сопоставления материалов;
- численном на основе метода конечного элемента с применением программного комплекса ANSYS.

1. ФОРМИРОВАНИЕ ПРЕДСТАВИТЕЛЬНОГО ЭЛЕМЕНТА ГИБРИДНОГО КОМПОЗИЦИОННОГО МАТЕРИАЛА

Для того чтобы спрогнозировать механические характеристики гибридного КМ, необхо-

димо задать его структуру и механические характеристики его компонент.

В реальности структура гибридного КМ обладает существенной неопределенностью, связанной с тем, что ГКМ состоит из множества волокон малого диаметра, каждое из которых практически невозможно расположить по однозначно определенному закону. Мы можем лишь в целом сориентировать нити из данных волокон в пространстве, да и то не с абсолютной точностью. Кроме того, волокна, объединенные в нити, в КМ будут располагаться на различных расстояниях, которые неизвестны для каждой отдельной нити.

Изучая структуру и состав ГКМ экспериментально, можно определить среднее для пучка волокон направление в пространстве и определить доли того или другого вида волокон в объеме ГКМ.

Таким образом, будем считать, что для ГКМ нам известны направления армирующих нитей и коэффициенты их концентрации в рассматриваемом объеме материала.

1.1. Структура представительного элемента гибридного композиционного материала

Для расчета эффективных упругих характеристик ГКМ необходимо сформировать его представительный объем, который, имея наименьший возможный объем, отражает основные механические свойства ГКМ.

Исходя из этого в работе сформирован представительный элемент трехкомпонентного гибридного материала на основе магниевой матрицы, содержащий углеродные и борные армирующие волокна (рис. 1).

Представительный элемент ГКМ имеет форму прямоугольного параллелепипеда с раз-

$$\begin{cases} E'_x = \Psi E_B + (1 - \Psi) E_M, \\ E'_y = \frac{E_B E_M}{\Psi E_M + (1 - \Psi) E_B}, \\ \nu'_{yx} = \Psi \nu_B + (1 - \Psi) \nu_M, \\ \nu'_{xy} = \nu_{yx} \frac{E'_y}{E'_x}, \\ G'_{xy} = \frac{G_B G_M}{\Psi G_M + (1 - \Psi) G_B}, \end{cases} \quad (4)$$

где E_B, ν_B, G_B – модуль упругости, коэффициент Пуассона и модуль сдвига армирующих волокон, E_M, ν_M, G_M – модуль упругости, коэффициент Пуассона и модуль сдвига матричного материала.

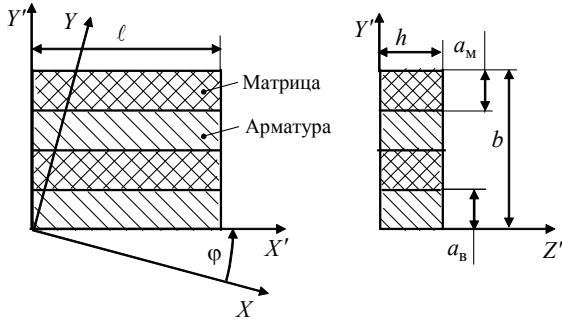


Рис. 2. Слой однонаправленного композиционного материала

На основе $E'_x, E'_y, \nu'_{xy}, \nu'_{yx}, G'_{xy}$ формируется матрица коэффициентов жесткости КМ относительно координатной системы $X'Y'$ [4]:

$$\mathbf{E}' = (E'_{i,j}, \quad i = 1, 2, 3, \quad j = 1, 2, 3), \quad (5)$$

где

$$\begin{cases} E'_{1,1} = \frac{E'_x}{1 - \nu'_{xy} \nu'_{yx}}, & E'_{1,2} = \frac{\nu'_{xy} E'_x}{1 - \nu'_{xy} \nu'_{yx}}, \\ E'_{2,1} = \frac{\nu'_{yx} E'_y}{1 - \nu'_{xy} \nu'_{yx}}, & E'_{2,2} = \frac{E'_y}{1 - \nu'_{xy} \nu'_{yx}}, \\ E'_{3,3} = G'_{xy}. \end{cases} \quad (6)$$

Положение локальной координатной системы $X'Y'$ задается относительно глобальной координатной системы XY углом φ (рис. 2).

Зная φ , сформируем матрицу коэффициентов жесткости КМ относительно глобальной координатной системы XY :

$$\mathbf{E} = (E_{i,j}, \quad i = 1, 2, 3, \quad j = 1, 2, 3), \quad (7)$$

коэффициенты которой определяются соотношениями из работы [4]:

$$\begin{cases} E_{1,1} = \cos^4 \varphi E'_{1,1} + 2 \sin^2 \varphi \cos^2 \varphi E'_{1,2} + \\ \quad + \sin^4 \varphi E'_{2,2} + 4 \sin^2 \varphi \cos^2 \varphi E'_{3,3}, \\ E_{2,2} = \sin^4 \varphi E'_{1,1} + 2 \sin^2 \varphi \cos^2 \varphi E'_{1,2} + \\ \quad + \cos^4 \varphi E'_{2,2} + 4 \sin^2 \varphi \cos^2 \varphi E'_{3,3}, \\ E_{1,2} = \sin^2 \varphi \cos^2 \varphi E'_{1,1} + \\ \quad + (\cos^4 \varphi + \sin^4 \varphi) E'_{1,2} + \\ \quad + \sin^2 \varphi \cos^2 \varphi E'_{2,2} - 4 \sin^2 \varphi \cos^2 \varphi E'_{3,3}, \\ E_{1,3} = \sin \varphi \cos^3 \varphi E'_{1,1} - \sin^3 \varphi \cos \varphi E'_{2,2} + \\ \quad + \sin \varphi \cos \varphi (\sin^2 \varphi - \cos^2 \varphi) E'_{1,2} - \\ \quad - 2 \sin \varphi \cos \varphi (\cos^2 \varphi - \sin^2 \varphi) E'_{3,3}, \\ E_{2,3} = \sin^3 \varphi \cos \varphi E'_{1,1} - \sin \varphi \cos^3 \varphi E'_{2,2} + \\ \quad + \sin \varphi \cos \varphi (\cos^2 \varphi - \sin^2 \varphi) E'_{1,2} + \\ \quad + 2 \sin \varphi \cos \varphi (\cos^2 \varphi - \sin^2 \varphi) E'_{3,3}, \\ E_{3,3} = \sin^2 \varphi \cos^2 \varphi E'_{1,1} + \sin^2 \varphi \cos^2 \varphi E'_{2,2} - \\ \quad - 2 \sin^2 \varphi \cos^2 \varphi E'_{1,2} + \\ \quad + (\cos^2 \varphi - \sin^2 \varphi)^2 E'_{3,3}. \end{cases} \quad (8)$$

2.2. Слой бороматния в гибридном композиционном материале

Выделим из представительного элемента ГКМ только его часть, примыкающую к борному волокну (рис. 3).

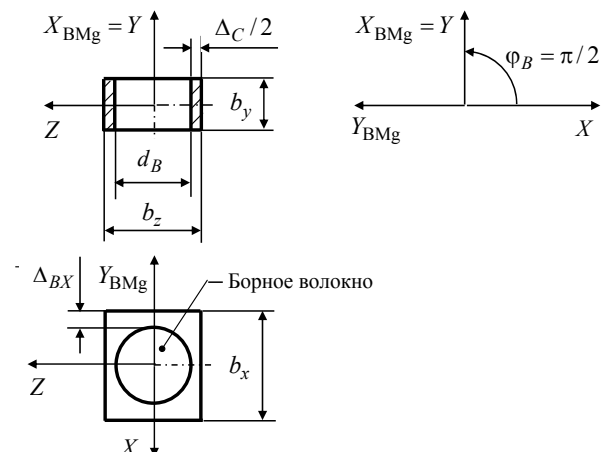


Рис. 3. Слой бороматния, выделенный из представительного элемента слоистого гибридного композиционного материала

Рассматривая слой бороматния (см. рис. 3), считаем, что его матрицей является магниевый сплав МЛ-10, а армирующим элементом – борное волокно диаметром $d_B = 100$ мкм.

В соответствии с рис. 1 и рис. 3 слой боромагния имеет размеры b_x, b_y, b_z , которые определяются выражениями:

$$b_x = a_x, \quad b_y = a_y, \quad b_z = d_B + \Delta_C. \quad (9)$$

Подставим (1) в (9) и получим

$$\begin{cases} b_x = d_B + 2\Delta_{BX}, \\ b_y = d_C + \Delta_{CY}, \\ b_z = d_B + \Delta_C. \end{cases} \quad (10)$$

Для заданных значений $d_B, d_C, \Delta_{BX}, \Delta_C, \Delta_{CZ}$ из (10) получим:

$$\begin{cases} b_x = 1,1 \cdot 10^{-4} \text{ м}, \\ b_y = 1,2 \cdot 10^{-5} \text{ м}, \\ b_z = 1,02 \cdot 10^{-4} \text{ м}. \end{cases} \quad (11)$$

Определим объемы борного волокна V_B и представительного элемента боромагния V_{BMg} :

$$\begin{cases} V_B = \pi d_B^2 / 4 = 8,011 \cdot 10^{-13} \text{ м}^3, \\ V_{\text{BMg}} = b_x b_y b_z = 1,346 \cdot 10^{-13} \text{ м}^3 \end{cases} \quad (12)$$

и коэффициент армирования боромагния:

$$\Psi_{\text{BMg}} = \frac{V_B}{V_{\text{BMg}}} = 0,595. \quad (13)$$

Зная параметры структуры и характеристики компонент слоя боромагния и воспользовавшись формулами (4), определим характеристики упругости боромагния относительно координатной системы $X'Y'Z'$:

$$\begin{cases} E_X^{\text{BMg}} = \Psi_{\text{BMg}} E_B + (1 - \Psi_{\text{BMg}}) E_{\text{Mg}} = \\ = 2,932 \cdot 10^{11} \text{ Па}, \\ E_Y^{\text{BMg}} = \frac{E_B E_{\text{Mg}}}{\Psi_{\text{BMg}} E_{\text{Mg}} + (1 - \Psi_{\text{BMg}}) E_B} = \\ = 1,167 \cdot 10^{11} \text{ Па}, \\ \nu_{YX}^{\text{BMg}} = \Psi_{\text{BMg}} \nu_B + (1 - \Psi_{\text{BMg}}) \nu_{\text{Mg}} = 0,259, \\ \nu_{XY}^{\text{BMg}} = \nu_{YX}^{\text{BMg}} \frac{E_x^{\text{BMg}}}{E_y^{\text{BMg}}} = 0,103, \\ G_{XY}^{\text{BMg}} = \frac{G_B G_{\text{Mg}}}{\Psi_{\text{BMg}} G_{\text{Mg}} + (1 - \Psi_{\text{BMg}}) G_B} = \\ = 4,581 \cdot 10^{10} \text{ Па}, \end{cases} \quad (14)$$

а затем по соотношениям (6) сформируем матрицу упругих характеристик боромагния $\tilde{E}_{\text{BMg}} = (\tilde{E}_{i,j}^{\text{BMg}}, i=1,2,3, j=1,2,3)$ по отношению к локальной координатной системе $X_{\text{BMg}} Y_{\text{BMg}}$:

$$\tilde{E}_{\text{BMg}} = \begin{pmatrix} 301,2 & 31,06 & 0 \\ 31,06 & 119,9 & 0 \\ 0 & 0 & 45,81 \end{pmatrix} \text{ ГПа}. \quad (15)$$

Применяя соотношения (8) при заданном угле φ_B , определим матрицу

$E_{\text{BMg}} = (E_{i,j}^{\text{BMg}}, i=1,2,3, j=1,2,3)$ характеристик жесткости боромагния относительно глобальной координатной системы XYZ :

$$E_{\text{BMg}} = \begin{pmatrix} 119,9 & 31,06 & 0 \\ 31,06 & 301,2 & 0 \\ 0 & 0 & 45,81 \end{pmatrix} \text{ ГПа}. \quad (16)$$

2.3. Слой углеродомагния в гибридном композиционном материале

Создадим слой углеродомагния (рис. 4), удалив из гибридного композиционного материала (см. рис. 1) борное волокно с примыкающим к нему матричным материалом. Считаем, что слой углеродомагния состоит из матрицы на основе магниевого сплава МЛ-10 и четырнадцати армирующих волокон диаметром $d_c = 10$ мкм.

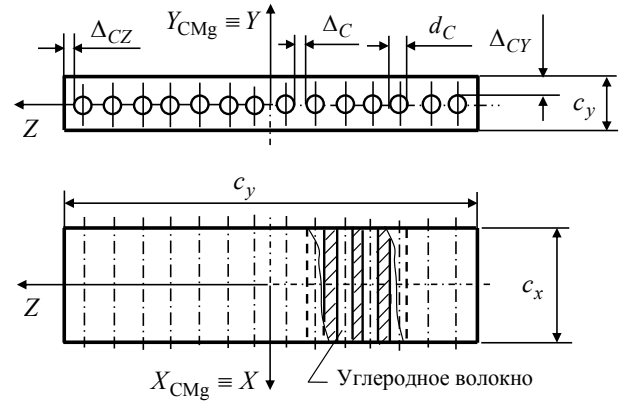


Рис. 4. Слой углеродомагния, выделенный из представительного элемента слоистого гибридного композиционного материала

Слой углеродомагния имеет размеры c_x, c_y, c_z , которые в соответствии с рис. 1 и рис. 4 определяются выражениями:

$$c_x = a_x, \quad c_y = a_y, \quad c_z = a_z - b_z. \quad (17)$$

Подставим (1) и (11) в (17) и получим

$$\begin{cases} c_x = 1,1 \cdot 10^{-4} \text{ м}, & c_y = 1,2 \cdot 10^{-5} \text{ м}, \\ c_z = 1,68 \cdot 10^{-4} \text{ м}. \end{cases} \quad (18)$$

Определим объемы углеродного волокна V_C и представительного элемента углеродомагния V_{CMg} (см. рис. 1):

$$\begin{cases} V_C = 14\pi d_C^2 / 4 = 1,210 \cdot 10^{-13} \text{ м}^3, \\ V_{CMg} = c_x c_y c_z = 2,218 \cdot 10^{-13} \text{ м}^3 \end{cases} \quad (19)$$

и коэффициент армирования боромагния

$$\Psi_{CMg} = \frac{V_C}{V_{CMg}} = 0,545. \quad (20)$$

Зная параметры структуры и характеристики компонент слоя боромагния, можно, воспользовавшись правилом смесей [3], применить для определения характеристик упругости боромагния следующие соотношения:

$$\begin{cases} E_X^{CMg} = \Psi_{CMg} E_C + (1 - \Psi_{CMg}) E_{Mg} = \\ = 1,836 \cdot 10^{11} \text{ Па}, \\ E_Y^{CMg} = \frac{E_C E_{Mg}}{\Psi_{CMg} E_{Mg} + (1 - \Psi_{CMg}) E_C} = \\ = 8,231 \cdot 10^{10} \text{ Па}, \\ \nu_{YX}^{CMg} = \Psi_{CMg} \nu_C + (1 - \Psi_{CMg}) \nu_{Mg} = 0,236, \\ \nu_{XY}^{CMg} = \nu_{YX}^{CMg} \frac{E_Y^{CMg}}{E_X^{CMg}} = 0,106, \\ G_{XY}^{CMg} = \frac{G_C G_{Mg}}{\Psi_{CMg} G_{Mg} + (1 - \Psi_{CMg}) G_C} = \\ = 3,246 \cdot 10^{10} \text{ Па}. \end{cases} \quad (21)$$

а по соотношениям (6) сформировать матрицу значений упругих характеристик углеродомагния $\tilde{E}_{CMg} = (\tilde{E}_{i,j}^{CMg}, i = 1, 2, 3, j = 1, 2, 3)$ по отношению к локальной координатной системе $X_{BMg} Y_{BMg}$ (рис.4).

Из рис. 4 видно, что локальные координатные оси $X_{BMg} Y_{BMg}$ для углеродомагния совпадают с глобальными осями X, Y, Z . В этом случае матрицы характеристик жесткости относительно глобальных и локальных координатных систем одинаковы:

$$E_{CMg} = \tilde{E}_{CMg} = \begin{pmatrix} 188,3 & 19,95 & 0 \\ 19,95 & 84,42 & 0 \\ 0 & 0 & 32,46 \end{pmatrix} \text{ ГПа}. \quad (22)$$

2.4. Характеристики жесткости двухслойного гибридного композиционного материала

Пусть имеется двухслойный композиционный материал (рис. 5).

Матрицу значений упругих характеристик гибридного композиционного материала $E = (E_{i,j}, i = 1, 2, 3, j = 1, 2, 3)$ по отношению

к глобальной координатной системе XY определим через матрицы E_{CMg} и E_{BMg} с учетом рис. 5 по соотношениям:

$$E = \frac{b_z}{b_z + c_z} E_{BMg} + \frac{c_z}{b_z + c_z} E_{CMg}. \quad (23)$$

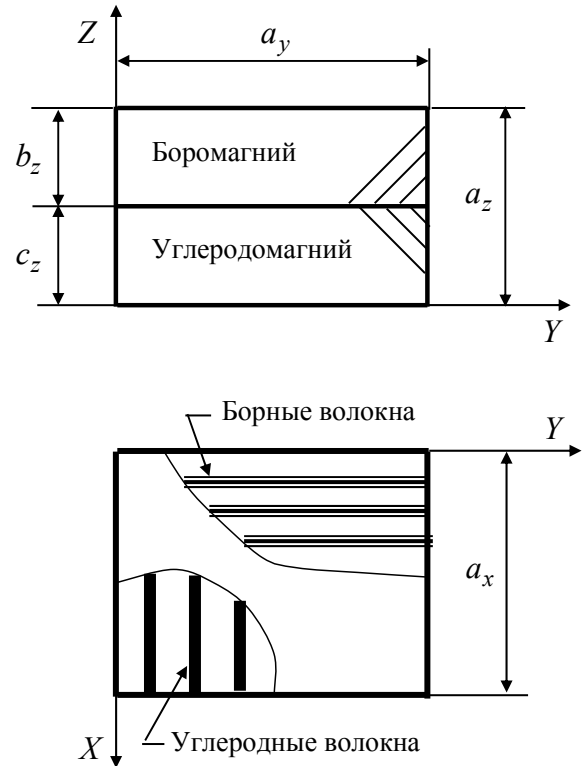


Рис. 5. Представительный элемент двухслойного гибридного композиционного материала

Для рассматриваемого конкретного гибридного КМ получаем:

$$E = \begin{pmatrix} 162,5 & 24,15 & 0 \\ 24,15 & 166,3 & 0 \\ 0 & 0 & 37,50 \end{pmatrix} \text{ ГПа}. \quad (24)$$

3. МОДЕЛИРОВАНИЕ ХАРАКТЕРИСТИК УПРУГОСТИ ГИБРИДНОГО КОМПОЗИЦИОННОГО МАТЕРИАЛА МЕТОДОМ КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

3.1. Методика моделирования характеристик упругости КМ методом конечного элемента

Существующие пакеты программ не позволяют рассчитывать напряженно-деформированное состояние конструкций из КМ с полным учетом его структуры. Поэтому при расчетах неоднородный композиционный материал заменяется

эквивалентным ему однородным анизотропным материалом.

В качестве эквивалентного в работе рассматривается орторопный материал, для которого связь между напряжениями $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z, \tau_{xy}, \tau_{yz}, \tau_{xz}$ и деформациями $\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z, \gamma_{xy}, \gamma_{yz}, \gamma_{xz}$ определяется шестью соотношениями [4]:

$$\begin{cases} \sigma_x = E_{1,1}\varepsilon_x + E_{1,2}\varepsilon_y + E_{1,3}\varepsilon_z, \\ \sigma_y = E_{2,1}\varepsilon_x + E_{2,2}\varepsilon_y + E_{2,3}\varepsilon_z, \\ \sigma_z = E_{3,1}\varepsilon_x + E_{3,2}\varepsilon_y + E_{3,3}\varepsilon_z, \\ \tau_{xy} = E_{4,4}\gamma_{xy}, \\ \tau_{yz} = E_{5,5}\gamma_{yz}, \\ \tau_{xz} = E_{6,6}\gamma_{xz}. \end{cases} \quad (25)$$

Коэффициенты эквивалентного материала жесткости $E_{ij}, i, j = 1, 2, 3, E_{4,4}, E_{5,5}, E_{6,6}$, необходимые для применения соотношений системы (25), определяются на основе математического моделирования деформирования представительного элемента из ГKM.

В соответствии с соотношениями (25) реализуется шесть экспериментов, в каждом из которых только одна из компонент деформации отличается от нуля.

В первом эксперименте $\varepsilon_x \neq 0, \varepsilon_y = \varepsilon_z = \gamma_{xy} = \gamma_{yz} = \gamma_{xz} = 0$. Деформация представительного элемента в этом случае показана на рис. 6.

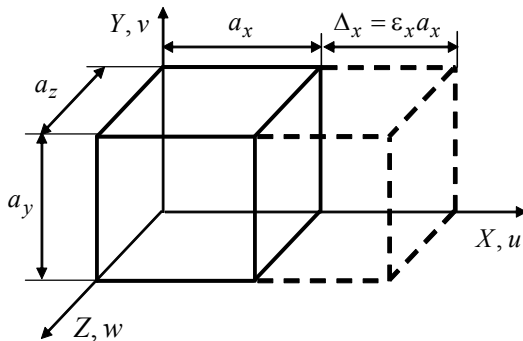


Рис. 6. Линейная деформация представительного элемента вдоль оси X

При линейной деформации ε_x в случае однородного материала перемещения точек на поверхностях представительного объема определяются следующим алгоритмом:

- перемещения всех точек на всех гранях представительного объема вдоль направленных осей Y, Z равны нулю:

$$v_r = w_r = 0, \quad (26)$$

- на всех гранях перемещения точек вдоль оси X определяются формулой

$$u_r = \varepsilon_x x. \quad (27)$$

Далее средствами ANSYS строится конечно-элементная модель представительного элемента ГKM (см. рис. 1) и определяется его напряженное состояние.

Затем на всех трех гранях представительного элемента ГKM определяются осредненные напряжения $\bar{\sigma}_x^{(ex)}, \bar{\sigma}_y^{(ex)}, \bar{\sigma}_z^{(ex)}$, при подстановке которых в первые три уравнения системы (25) получаются выражения для определения коэффициентов жесткости:

$$\begin{cases} E_{1,1} = \bar{\sigma}_x^{(ex)} / \varepsilon_x, & E_{2,1} = \bar{\sigma}_y^{(ex)} / \varepsilon_x, \\ E_{3,1} = \bar{\sigma}_z^{(ex)} / \varepsilon_x. \end{cases} \quad (28)$$

Аналогично, при задании деформаций $\varepsilon_y \neq 0, \varepsilon_x = \varepsilon_z = \gamma_{xy} = \gamma_{yz} = \gamma_{xz} = 0$ и $\varepsilon_z \neq 0, \varepsilon_x = \varepsilon_y = \gamma_{xy} = \gamma_{yz} = \gamma_{xz} = 0$ определяются:

$$E_{1,2}, E_{1,2}, E_{1,2} \text{ и } E_{1,3}, E_{1,3}, E_{1,3}.$$

Для определения характеристик жесткости при сдвиге рассматривается деформация представительного элемента при деформации сдвига γ_{xy} (рис. 7).

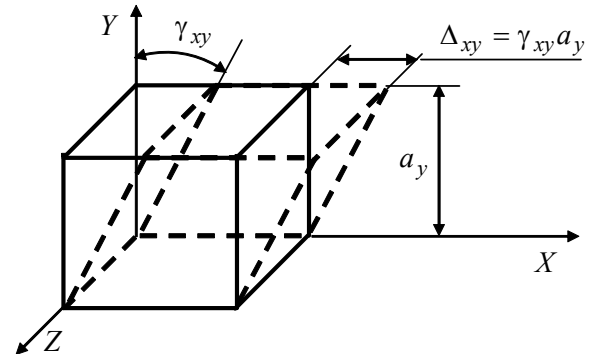


Рис. 7. Сдвиговая деформация материала представительного элемента в плоскости оси XY

При сдвиговой деформации $\gamma_{xy} \neq 0, \varepsilon_x = \varepsilon_y = \varepsilon_z = \gamma_{yz} = \gamma_{xz} = 0$ в случае однородного материала перемещения точек на поверхностях представительного объема определяются следующим алгоритмом:

- перемещения всех точек на всех гранях представительного объема вдоль направленных осей Y, Z равны нулю $v_r = w_r = 0$;
- на всех гранях перемещение точек вдоль оси X определяются формулой $u_r = \gamma_{xy} y$.

Далее средствами ANSYS определяется осредненное напряжение $\bar{\tau}_{xy}^{(\gamma_{xy})}$, при подстановке которого в четвертое уравнение системы (25) получается выражение для определения коэффициентов жесткости $E_{4,4} = \bar{\tau}_{xy}^{(\gamma_{xy})} / \gamma_{xy}$.

Аналогично, при задании $\gamma_{yz} \neq 0$,
 $\varepsilon_x = \varepsilon_y = \varepsilon_z = \gamma_{xy} = \gamma_{xz} = 0$ и $\gamma_{xz} \neq 0$,
 $\varepsilon_x = \varepsilon_y = \varepsilon_z = \gamma_{xy} = \gamma_{yz} = 0$ определяются $E_{5,5}$ и $E_{6,6}$.

Таким образом, шесть математических экспериментов позволили определить все необходимые для закона Гука (25) характеристики жесткости однородного ортотропного материала, эквивалентного неоднородному ГКМ.

3.2. Особенности задания краевых условий и определения осредненных напряжений при конечно-элементном анализе

На первый взгляд предлагаемая схема расчета эффективных упругих характеристик весьма проста, но при ее реализации возникает необходимость решения ряда довольно сложных задач.

Задача 1. Рассматриваемый представительный элемент является неоднородным телом, состоящим из магниевой матрицы, в которой располагается одно борное и четырнадцать углеродных волокон.

В связи с этим необходимо выполнить конечно-элементное разбиение шестнадцати тел, имеющих различные механические характеристики материалов, и объединить данные объемы в единую конечно-элементную модель неоднородного тела.

Все этого делается средствами ANSYS, алгоритм этого процесса непрозрачен для пользователя ANSYS и требует создания специальных макросов для его корректировки.

Задача 2. Необходимо определить кинематические граничные условия на боковых гранях представительного элемента.

В этом случае средствами ANSYS выбираются узлы на поверхностях представительного элемента и определяются их декартовы координаты. Далее уже требуется создание и применение пользователем ANSYS специальных макросов, которые по формулам вида (26) и (27) определяют заданные перемещения в узловых точках на гранях представительного элемента КМ.

Задача 3. Требуется определить осредненные напряжения на гранях представительного элемента гибридного композиционного материала при заданных кинематических условиях. Для этого в результате решения методом конечного элемента определяются узловые силы на гранях представительного элемента, затем силы одного направления на каждой из граней суммируются и полученное значение величины

суммарной силы делится на площадь грани, что приводит к нахождению осредненного напряжения на грани.

3.3. Результаты исследований методом конечных элементов и их сопоставление с результатами аналитических вычислений

В рамках предлагаемой методики были вычислены характеристики жесткости изучаемого гибридного композиционного материала, при допущении, что армирующие и матричные компоненты ГКМ являются изотропными материалами с модулями упругости E и коэффициентами Пуассона ν при значениях, указанных выше.

В результате полученных расчетов получены следующие значения коэффициенты жесткости $E_{i,j}$ гибридного композиционного материала в ГПа:

$$\begin{cases} E_{1,1} = 141; & E_{1,2} = 29,2; & E_{1,3} = 46,0; \\ E_{2,1} = 29,2; & E_{2,2} = 59,0; & E_{2,3} = 44,9; \\ E_{3,1} = 46,0; & E_{3,2} = 44,9; & E_{3,3} = 181; \\ E_{4,4} = 7,02; & E_{5,5} = 7,45; & E_{6,6} = 8,07. \end{cases} \quad (29)$$

ВЫВОДЫ

1. Предложена структура представительного элемента гибридного композиционного материала на основе магниевой матрицы, армированной борными и углеродными волокнами.

2. Проведена оценка характеристик жесткости смоделированного гибридного композиционного материала на основе инженерных формул с применением правила смесей.

3. Разработана и апробирована методика расчета методом конечных элементов на пакете ANSYS коэффициентов жесткости однородного анизотропного материала, эквивалентного гибриднему композиционному материалу на основе магниевой матрицы, армированной борными и углеродными волокнами.

4. Проведено сопоставление результатов инженерных и конечно-элементных расчетов упругих характеристик композитов и показано, что их различие достигает 20 %, что делает необходимым для повышения точности расчетов конструкций из КМ на прочность и жесткость использовать эффективные характеристики упругости КМ, получаемые при более точном конечно-элементном анализе.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Костиков В. И., Варенков А. Н.** Сверхвысокотемпературные композиционные материалы. М.: Интермет Инжиниринг, 2003. 560 с.
2. Структура и свойства композиционных материалов / К. И. Портной, С. А. Салибеков, И. Л. Светлов, В. М. Чубаров. М.: Машиностроение, 1979. 255 с.
3. **Первушин Ю. С., Жернаков В. С.** Проектирование и прогнозирование механических свойств однонаправленного слоя из композиционного материала: учеб. пособие / Уфимск. гос. авиац. техн. ун-т. Уфа: УГАТУ, 2002. 127 с.
4. **Лехницкий С. Г.** Теория упругости анизотропного тела. М.: Наука, 1977. 416 с.

ОБ АВТОРАХ

Павлов Виктор Павлович, проф. каф. сопротивления материалов УГАТУ. Дипл. инж. по авиационным двигателям (УАИ, 1973). Д-р техн. наук по динамике и прочности (УГАТУ, 2005). Иссл. в обл. механики композиционных материалов.

Нусратуллин Эдуард Марсович, асп. той же каф. Дипл. математик (БашГУ, 2005). Иссл. в обл. механики композиционных материалов.

Филиппов Александр Анатольевич, асп. той же каф. Дипл. инж.-программист по мат. моделированию и системному администрированию (УГАТУ, 2008). Иссл. в обл. механики композиционных материалов.