Уфа : УГАТУ, 2011 Вестник УГАТУ Т. 15, № 3 (43). С. 25–27

УДК 621:519.6

Г. К. Агеев

ОБОСНОВАНИЕ ВИДА ЦЕЛЕВОЙ ФУНКЦИИ ВЫБОРА СОВМЕЩЕННЫХ ПЛАНОВ ЭКСПЕРИМЕНТА ПРИ МОДЕЛИРОВАНИИ ПРОЦЕССОВ РАСХОДОВАНИЯ РЕСУРСА ИЗДЕЛИЙ

Решается задача по выбору наиболее эффективной для оптимизации совмещенных планов эксперимента целевой функции при моделировании расходования ресурса. При этом учитывают критерии оптимальности, характеризующие конкретный план эксперимента. Объектом исследования являлся турбоагрегат, для которого при оценке повреждаемости элементов узлов в условиях эксплуатации и стендовых испытаний необходимо знание их нагруженности при различных режимах функционирования.

Планирование эксперимента; *целевая функция*; *критерии оптимальности плана эксперимента*

Ввиду наличия в моделях расходования ресурса изделий фактора времени, выбор планов эксперимента является сложным и наименее исследованным в теории планирования эксперимента. Дополнительно решение задачи усложняется по причине того, что надежность и ресурс определяются совокупностью элементов и характеристик расходования ресурса. Для этого приходится решать задачи выбора совмещенных планов эксперимента (СПЭ), под которым понимается планирование эксперимента, позволяющее получать информацию, достаточную для построения одновременно нескольких моделей, планы которых могут отличаться как размерностью, так и реализуемыми критериями оптимальности.

Применительно к процессам расходования ресурса технических изделий выходным (зависимой переменной) параметром является повреждаемость П, а входным (независимые факторы) – производственно-технологические параметры, характеризующие качество изделия (исходное состояние перед испытаниями) $\overline{P_0} = (P_{01}, P_{02},\ldots, P_{0v})$, параметры режима нагружения изделия $\overline{R} = (r_1, r_2,\ldots, r_s)$ и длительность испытаний τ:

$$\Pi_{ij} = \varphi[\overline{P_0}, R, t];\ i = \overline{1,n};\ j = \overline{1,m}. \qquad (1)$$

Эффективность выбора оптимального СПЭ зависит от многих факторов: числа совмещаемых планов, числа независимых факторов в каждом плане, вида целевой функции, объема опытов и др.

В данной работе проводилось исследование по выбору наиболее эффективной для оптимизации СПЭ целевой функции. При этом учитывают следующие критерии оптимальности планов эксперимента: A-opt; D-opt; G-opt.

Объектом исследования являлся турбоагрегат, для которого при оценке повреждаемости элементов узлов в условиях эксплуатации и стендовых испытаний необходимо знание их нагруженности при различных режимах функционирования:

$$\overline{R} = (r_1, r_2, r_3, r_4, r_5, r_6, r_7) = (N_{\text{ген}}, t_{\text{б}}, t_{\text{вх}}, n, P_{\text{вх}}, G_{\text{охл}}, m_{\text{дб}}), \qquad (2)$$

где $N_{\text{ген}}$ (r_1) – загрузка генератора переменного тока; $t_{\text{б}}$ (r_2) – температура воздуха в боксе; $t_{\text{вх}}$ (r_3) – температура воздуха на входе в турбину; $n(r_4)$ – частота вращения ротора турбины; $P_{\text{вх}}$ (r_5) – давление воздуха на входе в турбину; $G_{\text{охл}}$ (r_6) – расход охлаждающего воздуха через воздушно-масляный радиатор; $m_{\text{дб}}$ (r_7) – масса балансировочного груза.

Для оценки повреждаемости подшипника турбины требовалось определить виброускорение и осевую силу.

Выходными параметрами моделей, характеризующими тепловое состояние элементов турбогенератора, являлись:

- температура неподвижного уплотнения на входе в турбину турбогенератора $t_{\text{упл}}$;
- температура корпуса генератора переменного тока $t_{\text{к}}$;
- температура смазки подшипников генератора $t_{\text{см}}$;
- температура рабочей жидкости $t_{\text{рж}}$.

Для оценки повреждаемости подшипника турбины турбогенератора в качестве выходных параметров рассматривались виброускорение J и осевая сила F_a. Совмещение планов эксперимента проводилось для регрессионных моделей, включающих следующие параметры нагружения:

Контактная информация: ageevgeo@mail.ru

$$\begin{aligned} &t_{\text{упл}} = f_1(r_2, r_3, r_5) = f_1(t_{\text{б}}, t_{\text{вх}}, P_{\text{вх}});\\ &t_{\text{к}} = f_2(r_1, r_2, r_6) = f_2(N_{\text{ген}}, t_{\text{б}}, G_{\text{охл}});\\ &t_{\text{см}} = f_3(r_1, r_2, r_4, r_6) = f_3(N_{\text{ген}}, t_{\text{б}}, n, G_{\text{охл}});\\ &t_{\text{рж}} = f_4(r_1, r_2, r_3, r_6) = f_4(N_{\text{ген}}, t_{\text{б}}, t_{\text{вх}}, G_{\text{охл}});\\ &j = f_5(r_1, r_4, r_7) = f_5(N_{\text{ген}}, n, m_{\text{дб}});\\ &F_{\text{а}} = f_6(r_3, r_4, r_5) = f_6(t_{\text{вх}}, n, P_{\text{вх}}). \end{aligned} \tag{3}$$

Поскольку вид функционалов f_1, f_2, f_3, f_4, f_5 и f_6 неизвестен, то зависимость между параметрами рассматривалась в виде неполного полинома 2-го порядка:

$$R = \sum_{i=0}^{n} b_i r_i + \sum_{i,j=1}^{n} b_{ij} r_i r_j + \sum_{i=1}^{n} b_{ii} r_i^2. \tag{4}$$

Исследование проводилось численным методом при следующих условиях:

- число совмещаемых планов $m = 6$;
- оптимизация проводилась с учетом критериев оптимальности e_D, e_A, e_G. План эксперимента для каждого из 6 уравнений оптимизировался по одному из 3 критериев, общее число вариантов совмещения плана эксперимента 729 ($N_\Sigma = 729$);
- план эксперимента включал 15 опытов ($N = 15$);
- исследование эффективности СПЭ проводилось на примере модели 2-го порядка (4);
- рассматривались 8 видов целевой функции аддитивного вида – Φ_1, Φ_2,…Φ_8 [2]:

$$\Phi_1 = \sum_{j=1}^{m}\sum_{i=1}^{n_j} e_{ji};\ \Phi_2 = \sum_{j=1}^{m}\sum_{i=1}^{n_j} (1-e_{ji})^2;$$

$$\Phi_3 = \sum\nolimits_{j=1}^{m}\sum\nolimits_{i=1}^{n_j} (|1-e_{ji}|)^{\frac{1}{2}};$$

$$\Phi_4 = \exp\left[-\sum_{j=1}^{m}\sum_{i=1}^{n_j} a_{ji}\exp(-e_{ji})\right]; \tag{5}$$

$$\Phi_5 = \exp\left[-\exp\left(\sum_{j=1}^{m}\sum_{i=1}^{n_j} \alpha_{ji} e_{ji}\right)\right];$$

$$\Phi_7 = \sum_{j=1}^{m}\sum_{i=1}^{n_j} \sqrt{(1-e_{ji})^2};\ \Phi_8 = \sum_{j=1}^{m}\sum_{i=1}^{n_j} \sqrt{|1-e_{ji}|^2};$$

где e_{ij} – приведенное к безразмерному виду и нормированное значение критерия оптимальности плана эксперимента (ПЭ); m – число ПЭ, совмещаемых в СПЭ; n_j – число критериев, по которым проводится оптимизация j-го ПЭ в СПЭ; α_j – коэффициент значимости j-го ПЭ, обусловленный точностью контроля выходного параметра «y» j-й регрессионной модели, для построения которой проводится эксперимент ($\alpha = T/\sqrt{\sigma_y^2}$, где σ_y^2 – дисперсия y; T – константа, выбираемая из условия получения наиболее удобных значений). Целевая функция (Φ_1) максимизирует различные сочетания критериев оптимальности. Целевые функции (Φ_2), (Φ_3), (Φ_7) и (Φ_8) минимизируют квадрат разности между идеальным значением j-го критерия оптимальности ($e_j = 1$) и его реального значения. Целевая функция (Φ_6) минимизирует разность между идеальным значением j-го критерия оптимальности ($e_j = 1$) и его реальным значением.

Целевые функции (Φ_4) и (Φ_5) представляют собой обобщенный параметр оптимизации – функцию Харингтона, получаемую преобразованием значений нескольких параметров оптимизации y_p в безразмерную шкалу желательности и позволяющую строить соответствующие им частные функции желательности [1]. Нормированные и приведенные к единой области определения значения критериев оптимальности – A-opt, D-opt и G-opt имели вид:

$$e_A = \frac{\tilde{tr}\,|M^{-1}(\zeta^*)|}{\tilde{tr}\,|M^{-1}(\varepsilon)|\,r} \in 0...1;\ e_D = \frac{|M^{-1}(\zeta^*)|}{|M^{-1}(\varepsilon)|\,r} \in 0...1;$$

$$e_G = \frac{k^{1/2}}{(\max_{\Omega_X} d(x,\varepsilon))^{1/2}} \in 0...1, \tag{6}$$

где $|M^{-1}|$ – определитель нормированной дисперсионной матрицы; $tr\,M^{-1}$ – след нормированной дисперсионной матрицы; $d_{\max} = \max\limits_{x} d(x)$ – максимальное в области планирования значение нормированной дисперсии оценки модели; k – число параметров модели.

При построении плана эксперимента одним из основных параметров плана является объем опытов N. При выборе N учитывается, с одной стороны, стремление получить наиболее точное значение коэффициентов модели, с другой – желание сократить общую длительность испытаний и, как следствие, их стоимость. В связи с этим возникает оптимизационная задача по определению N. Стремление к минимуму объема испытаний N характеризуется критерием насыщенности $K_{\text{нас}}$:

$$K_{\text{нас}} \approx N \to (k+1), \tag{7}$$

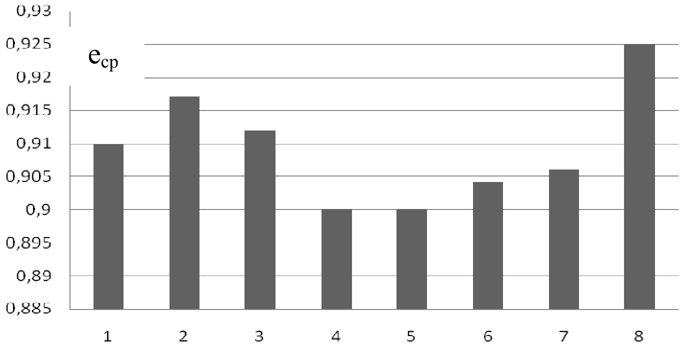
где k – число констант модели, подлежащих определению.

Установлено, что применительно к полученному СПЭ, увеличение числа опытов в плане на 2 приводит к увеличению среднего значения критерия оптимальности плана на 1% и при этом среднее значение разницы между максимальным и минимальным значениями критериев эффективности уменьшается в 4 раза.

Таблица 1

Фрагмент таблицы результатов

№ п.п.	Вид СПЭ	Значение целевой функции (ЦФ) $\Phi_i(i = 1,n)$							
		Φ_1	Φ_2	Φ_3	Φ_4	Φ_5	Φ_6	Φ_7	Φ_8
1	$e(D\text{-}D\text{-}D\text{-}D\text{-}D\text{-}D)$	0,926	0,926	0,926	0,926	0,926	0,926	0,926	0,926
2	$e(A\text{-}D\text{-}D\text{-}D\text{-}D\text{-}D)$	0,919	0,926	0,921	0,91	0,91	0,928	0,935	0,903
3	$e(G\text{-}D\text{-}D\text{-}D\text{-}D\text{-}D)$	0,887	0,917	0,907	0,826	0826	0,901	0,907	0,916
4	$e(D\text{-}A\text{-}D\text{-}D\text{-}D\text{-}D)$	0,914	0,951	0,921	0,921	0,921	0,909	0,934	0,913
5	$e(A\text{-}A\text{-}D\text{-}D\text{-}D\text{-}D)$	0,902	0,926	0,936	0,723	0,723	0,934	0,933	0,922
…….	…………………	…….	…….	…….	…….	…….	…….	…….	…….
725	$e(G\text{-}D\text{-}D\text{-}D\text{-}D\text{-}D)$	0,918	0,926	0,930	0,811	0,811	0,935	0,858	0,932
726	$e(G\text{-}A\text{-}G\text{-}G\text{-}G\text{-}G)$	0,716	0,701	0,714	0,710	0,710	0,833	0,836	0,818
727	$e(D\text{-}G\text{-}G\text{-}G\text{-}G\text{-}G)$	0,742	0,726	0,726	0,726	0,726	0,773	0,691	0,826
728	$e(A\text{-}G\text{-}G\text{-}G\text{-}G\text{-}G)$	0,711	0,712	0,719	0,703	0,703	0,713	0,839	0,819
729	$e(G\text{-}G\text{-}G\text{-}G\text{-}G\text{-}G)$	0,716	0,716	0,712	0,701	0,701	0,712	0,731	0,712



Зависимость среднего значения критерия оптимальности СПЭ от вида целевой функции

Результаты расчетов приведены в табл. 1, 2 и на рисунке.

Исследование оптимальной области СПЭ показало следующее:

- наиболее эффективным для выбора оптимального СПЭ является функционал аддитивного вида $\hat{O}_8 = \sum_{i=1}^{n_j} \sqrt{\left|1 - e_{ji}^2\right|}$, среднее значение критерия оптимальности для которого составляет 0,925.
- следующей по эффективности является целевая функция $\hat{O}_2 = \sum_{i=1}^{n_j} \left(1 - e_{ji}^2\right)^2$, для которой среднее значение критерия оптимальности равно 0,917. Наименее эффективными являются функционалы вида:

$$\Phi_4 = \exp\left[-\sum_{j=1}^{m}\sum_{i=1}^{n_j} a_{ji} \exp(-e_{ji})\right];$$

$$\Phi_5 = \exp\left[-\exp\left(\sum_{j=1}^{m}\sum_{i=1}^{n_j} a_{ji} e_{ji}\right)\right];$$

для которых среднее значение критерия оптимальности равно 0,9;

- наиболее совмещаемыми (т. е. большее число отдельных ПЭ совмещаются в СПЭ) являются D-оптимальные планы. Эффективность СПЭ при таком критерии оптимальности в 1,2 раза выше, чем при совмещении планов с учетом G -критериев;
- наибольшее влияние на эффективность СПЭ при совмещении A-opt, D-opt и G-opt планов оказывает критерий G-opt. При этом эффективность СПЭ уменьшается в 1,2…1,4 раза.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Стронгин Р. Г.** Численные методы в многоэкстремальных задачах. М.: Наука, 1978. 240 с.

2. **Гишваров А. С.** Теория ускоренных ресурсных испытаний технических систем. Уфа: Гилем, 2000. 338 с.

ОБ АВТОРЕ

Агеев Георгий Константинович, ассистент каф. авиационных двигателей. Дипл. инженер-механик по авиационным двигателям (УГАТУ, 2007). Иссл. в обл. авиационных двигателей.