Уфа : УГАТУ, 2011 Вестник УГАТУ Т. 15, № 3 (43). С. 28–32

УДК 539.3:621.452

И. Х. Бадамшин

МОДЕЛИРОВАНИЕ СИЛ, ДЕЙСТВУЮЩИХ НА ГАЗОТУРБИННЫЙ ДВИГАТЕЛЬ

Приведены модели расчета сил, действующих на газотурбинный двигатель. Результаты расчета имеют удовлетворительную сходимость с экспериментальными данными. Разработанная модель позволяет заложить основу для снижения нагрузок на двигатель за счет соответствующей ориентации векторов сил, и, в частности, повысить прочность элементов ГТД. *Газотурбинный двигатель*; *прочность*; *инерционные и гироскопические нагрузки*

При выполнении самолетом эволюции в полете, а также при взлете и посадке возникают инерционные перегрузки, действующие на все элементы двигателя. В каждом конкретном случае максимальные силы инерции, вызывающие перегрузку узла, детали или двигателя в целом, определяются равенством [1]

$$P_j = Mgn^{э}_{max},$$

где M – масса узла, детали или двигателя в целом, кг; g – ускорение силы тяжести; $n^{э}_{max}$ – коэффициент максимальной эксплуатационной перегрузки. Сила инерции направлена по радиусу кривизны траектории, описываемой самолетом при эволюции.

При выполнении самолетом эволюции на вращающийся ротор двигателя кроме сил инерции, вызывающих перегрузку, действует гироскопический момент. Величина этого момента находится из формулы [1]

$$M_Г = J_p\,\omega\Omega\sin\theta,$$

где J_p – массовый полярный момент инерции ротора относительно оси его вращения; ω – угловая скорость ротора; Ω – угловая скорость самолета при эволюции; θ – угол между векторами угловых скоростей ω и Ω. Действие гироскопического момента для одного из видов эволюций иллюстрируется на рис. 1.

Гироскопические моменты возникают на каждом диске ротора, создают изгиб ротора, нагружают элементы его конструкций и соединений. Суммарный гироскопический момент всего ротора создает большие нагрузки на опоры ротора.

Плоскость действия гироскопического момента, как это видно на рис. 1, перпендикулярна плоскости виража или плоскости вертикальной петли. Следовательно, силы, возникающие от действия гироскопического момента ротора, перпендикулярны силам инерции $Đ_j$ и складываются с ними геометрически [1].

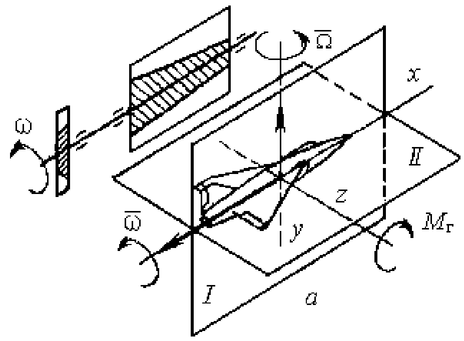

Рис. 1. Схема направлений действия гироскопического момента для одного из видов эволюции самолета [1]

Во всех случаях движения самолета на двигатель действует также сила тяжести F.

Существующая модель расчета ускорения силы тяжести g основана на законе всемирного тяготения и втором законе Ньютона. В соответствии с названными законами, ускорение силы тяжести на поверхности Земли определяется по известному соотношению [2]

$$G = F/m = GM/R^2,$$

где G – гравитационная постоянная; $M = 5{,}98\cdot10^{24}$ кг – масса Земли [3]; m – масса тела, находящегося на поверхности Земли; R – средний радиус Земли.

В работе рассматривается другая модель расчета ускорения силы тяжести, отличная от существующей. Зная ускорение силы тяжести, можно рассчитать и собственно силу тяжести, в частности, действующую на ГТД.

Расчетная модель основана на следующих предпосылках.

1. Поскольку кинетическая энергия (или скорость) одного и того же тела зависит от системы отсчета, то конкретные значения скорости, приведенные в расчете, определенно указывают на систему отсчета.

Контактная информация: (347) 273-79-54

2. Рассмотрим тело, имеющее форму шара, движущееся в пространстве.

Первый случай. Если тело двигается только *поступательно и прямолинейно без вращения* под действием некоторого импульса, то точки A и B (рис. 2) имеют одинаковую линейную скорость $V_1 = V_2$. Центростремительное ускорение в этом случае отсутствует.

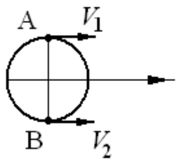

Рис. 2

Например, пушечное ядро, вылетевшее из ствола пушки, может совершать такое движение на прямолинейном участке траектории полета и т. п.

Второй случай. К телу привязывается нить, другой конец которой жестко закрепляется в точке O (рис. 3).

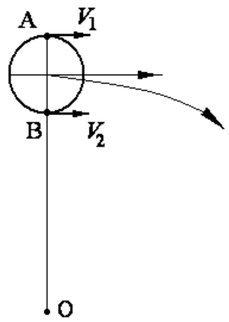

Рис. 3

Как и в первом случае, телу придается импульс. В отличие от первого случая, тело будет совершать круговое движение с радиусом равным длине нити. Кинетическая энергия, которой обладает движущееся тело, является источником центробежной силы, направленной от центра вращения наружу. Центробежная сила уравновешена силой сопротивления (упругости) нити. Поскольку тело движется по криволинейной траектории, то имеет место и центростремительное ускорение, которое вызвано силой сопротивления нити, именно она заставляет тело двигаться по окружности. Действительно, если нить перерезать (сила сопротивления нити равна нулю), равновесие нарушится и тело вылетит за пределы орбиты вращения.

При этом точки A и B также имеют примерно одинаковую линейную скорость $V_1 \approx V_2$ в случае, когда радиус орбиты значительно превышает радиус тела (см. рис. 3).

Третий случай. Если к поступательному прямолинейному движению (см. первый случай) рассматриваемого тела добавить вращение вокруг собственной оси (рис. 4), то необходимо сложить векторы орбитальной и вращательной скоростей.

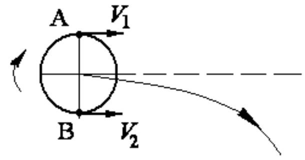

Рис. 4

Вследствие сложения векторов линейная скорость V_1 в точке A будет больше, чем V_2 в точке B (рис. 4):

$$V_1 = V_{орб} + V_{вр},$$
$$V_2 = V_{орб} - V_{вр}.$$

Соответственно импульс в точке A будет больше, чем в точке B при одинаковой массе m

$$mV_1 > mV_2.$$

Иначе говоря, нижняя полусфера тела затормаживается по сравнению с верхней полусферой. Появляется крутящий момент в точке A относительно точки B (рис. 5).

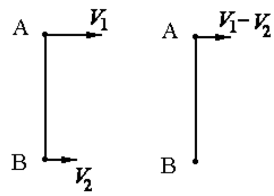

Рис. 5

Крутящий момент смещает центр масс в точке C рассматриваемого тела с прямолинейной траектории (пунктирная линия на рис. 4) в новое положение в точку C_1 (рис. 6). В результате многократного смещения центра масс формируется криволинейная траектория (сплошная линия со стрелкой на рис. 4).

Например, если ударить по бильярдному шару не точно по его центру, а с некоторым смещением от центра, то шар будет двигаться не только поступательно, но и одновременно вращаться. Это так называемый «крученый удар» заставляет шар двигаться по криволинейной траектории.

Как известно, равномерное движение по окружности (криволинейной траектории) – это движение с центростремительным ускорением. Если умножить это ускорение на массу тела, то получим значение центростремительной силы.

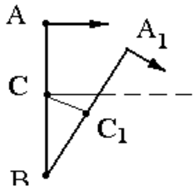

Рис. 6

Таким образом, показана причина возникновения центростремительной силы, которая появляется в результате взаимодействия поступательного и вращательного движения тела.

Иначе говоря, в данном случае роль силы упругости нити (которой здесь нет) играет центростремительная сила. Тело движется равномерно по криволинейной траектории, находясь в равновесии. Центробежная сила, вызванная кинетической энергией движения по орбите, уравновешена центростремительной силой, вызванной взаимодействием поступательного и вращательного движения тела.

В условиях данного равновесия, с точки зрения энергетической, можно записать, что кинетическая энергия тела равна работе центростремительной силы

$$mg\Delta r = mV^2/2, \qquad (1)$$

где m – масса тела; g – центростремительное ускорение; Δr – расстояние от точки A до точки B; V – скорость.

3. Расчетная модель, приведенная в п. 2 (третий случай), используется для определения ускорения силы тяжести.

Земля, двигаясь по орбите вокруг Солнца, обладает кинетической энергией $mV^2/2$. Тело, находящееся в относительном покое на поверхности Земли, также обладает кинетической энергией, определяемой скоростью движения Земли вокруг Солнца. Если бы не существовало силы тяжести, действующей в направлении центра Земли, то рассматриваемое тело под действием центробежной силы, возникающей вследствие криволинейного движения и направленной от центра Земли, покинуло бы пределы Земли. Поэтому рассматриваемое тело находится в относительном покое на поверхности Земли вследствие работы силы тяжести, так как других сил нет. В этом случае можно использовать соотношение (1).

Причем центростремительное ускорение силы тяжести направлено к центру Земли, а центробежное ускорение от кинетической энергии рассматриваемого тела направлено от центра Земли. Иначе говоря, векторы обоих видов ускорений противоположны и направлены вдоль радиуса (или диаметра) Земли.

Из соотношения (1) можно определить ускорение силы тяжести

$$g = V^2/2\Delta r. \qquad (2)$$

Таким образом, получена базовая формула ускорения силы тяжести.

В свою очередь, работа силы тяжести $mg\Delta r$ для покоящегося тела на поверхности Земли не равна нулю. Об этом свидетельствует осадка зданий на непрочных грунтах, оползни в горах и т. п. Относительный покой рассматриваемого тела обусловлен равновесием силы тяжести и силы реакции опоры.

В частности, для того чтобы вывести рассматриваемое тело из состояния относительного покоя, необходимо придать ему некоторую *избыточную* кинетическую энергию (или скорость). Например, бросить камень или запустить искусственный спутник Земли.

4. При совместном орбитальном и вращательном движении Земли по причине разности импульсов $mV_1 > mV_2$ возникает крутящий момент, т. е. точка A совершает вращательное движение относительно точки B (рис. 5, 6).

Важно подчеркнуть, что *мгновенный центр вращения – точка B* также *перемещается по окружности* вследствие вращения Земли. Подобно тому, как поступательно летит вращающаяся палка.

Отсюда следует, что радиус, вдоль которого действует центростремительное ускорение, равен расстоянию AB (рис.4), т. е. диаметру Земли $\Delta r = 2R$.

Кроме того, отсюда же следует, что вектор мгновенной максимальной $V_{макс}$ или минимальной $V_{мин}$ линейной скорости изменяет свое направление и величину, т. е. является переменной величиной. Поэтому в расчете используется средняя скорость.

При этом максимальная мгновенная линейная скорость на поверхности Земли в точке A будет равна

$$V_{макс} = V_{орб} + V_{вр},$$

где $V_{орб} \approx 30$ км/с – линейная скорость движения Земли по орбите вокруг Солнца; $V_{вр} \approx 0{,}5$ км/с – линейная скорость вращения Земли вокруг собственной оси [3]. При подстановке численных значений $V_{макс} \approx 30{,}5$ км/с.

Минимальная мгновенная линейная скорость будет равна нулю и определяется следующим образом.

Если некоторое положение мгновенного центра вращения – точку B – принять за начало координат, то всегда можно найти точку A_1, в которой мгновенная скорость будет равна (рис. 7)

$$V = -(V_{орб} + V_{вр}).$$

Но начало координат – т. В – движется со скоростью $V = V_{орб} + V_{вр}$, поэтому точка A_1 имеет мгновенную линейную скорость относительно точки В, равную

$$V_{мин} = V_{орб} + V_{вр} - (V_{орб} + V_{вр}) = 0,$$

Это и есть минимальная мгновенная линейная скорость $V_{мин}$.

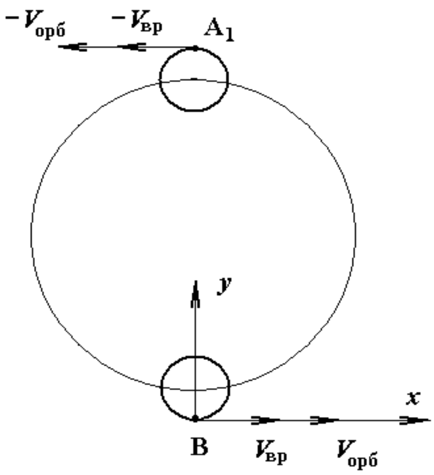

Рис. 7

Тогда средняя скорость

$$V_{ср} = (V_{макс} + V_{мин})/2 = (V_{макс} + 0)/2.$$

При подстановке численных данных получим

$$V_{ср} = (V_{орб} + V_{вр})/2 = (30 + 0,5)/2 = 15,25 \text{ км/с}.$$

Таким образом, определены средняя линейная скорость на поверхности Земли и радиус вращения, вдоль которого действует центростремительное ускорение.

На основании изложенных предпосылок расчетная формула ускорения силы тяжести и результат расчета принимают вид

$$g = \frac{(0,5(V_{вр} + V_{орб}))^2}{2\Delta r} = \frac{(0,5(0,5 \cdot 10^3 + 30 \cdot 10^3))^2}{2 \cdot 12,744 \cdot 10^3} = 9,11.$$

Справочное значение ускорения силы тяжести 9,80 м/с^2 [3]. Расхождение расчетного ускорения силы тяжести по сравнению со справочным значением составляет 7%.

На основе разработанной модели можно рассчитать и гравитационную постоянную. Вывод расчетной формулы гравитационной постоянной основан на следующих дополнительных предпосылках.

Тело, находящееся на поверхности Земли, подвергается действию силы тяжести F, которая в соответствии с законом всемирного тяготения определяется по формуле

$$F = GMm/D^2. \qquad (3)$$

С другой стороны, планета Земля совершает сложное движение, состоящее, в частности, из движения по орбите вокруг Солнца и вращения вокруг собственной оси. В результате движения по криволинейной траектории рассматриваемое тело вместе с Землей испытывает центростремительное ускорение a. В предпосылках 1–5 показано, что центростремительное ускорение a есть ускорение силы тяжести, а также что расстояние между крайними точками диаметра Земли равно отрезку АВ, т. е. $D = 2R$.

Тогда силу тяжести можно определить по второму закону Ньютона как

$$F = ma. \qquad (4)$$

Приравнивая (3) и (4), получим

$$ma = GMm/D^2.$$

Отсюда гравитационная постоянная G

$$G = aD^2/M. \qquad (5)$$

Используя известное соотношение [4], связывающее перемещение, ускорение и скорость, и учитывая, что перемещение направлено вдоль диаметра Земли D, можно записать

$$D = V^2/2a$$

или

$$a = V^2 / 2D. \qquad (6)$$

Подставим (6) в (5), тогда

$$G = \frac{\frac{V^2}{2D} \cdot D^2}{M} = \frac{\frac{V^2}{2} \cdot D}{M} = V^2x/M$$

где $x = D/2 = R$.

Поскольку x – радиус сложного криволинейного движения, то более точно он определяется как

$$x = R - r = 6,37 \cdot 10^6 - 4,70 \cdot 10^6 = 1,67 \times 10^6 \text{ м},$$

где $r = 4,70 \cdot 10^6$м – эксцентриситет вращения Земли.

В результате выведена расчетная формула гравитационной постоянной, которая имеет вид

$$G = xV^2 / M. \qquad (7)$$

При подстановке в (7) численных значений гравитационная постоянная G равна

$$G = xV^2/M = (1,67 \cdot 10^6(15,25 \cdot 10^3)^2) / 5,98 \cdot 10^{24} = 6,47 \cdot 10^{-11} \text{м}^3/(\text{кг} \cdot \text{с}^2)$$

Справочное значение гравитационной постоянной $6{,}67\cdot10^{-11}$ Нм^2/кг^2 [3]. Размерность м^3/(кг·с^2) тождественна Нм^2/кг^2. Расхождение расчетного значения гравитационной постоянной по сравнению со справочной величиной составляет 3%.

Удовлетворительная сходимость результатов расчета ускорения силы тяжести и гравитационной постоянной с экспериментальными данными подтверждают адекватность модели.

Одним из частных случаев реализации предлагаемой модели применительно к ГТД является использование ориентации ротора двигателя и летательного аппарата с целью снижения внешних нагрузок. Например, можно расположить самолет вертикального взлета и посадки в соответствии с направлением векторов скоростей $V_{орб}$, $V_{вр}$ так, чтобы центростремительное ускорение, возникающее вследствие вращения ротора ГТД, было направлено в противоположную сторону ускорения силы тяжести. То есть получим центростремительное ускорение численно равное ускорению силы тяжести, но противоположное по знаку. При этом положим, что линейная скорость вращения на контуре ротора 500 м/с, а масса ротора m_1 = 300 кг. Тогда центростремительная сила ротора F_1, направленная против силы тяжести, определяется как

$$F_1 = -m_1 a = -300\cdot 9{,}8 = 2940\ \text{Н}.$$

Таким образом, при вертикальном взлете ориентированно расположенного самолета можно получить дополнительный прирост к подъемной тяге двигателя на величину 2,94 кН.

ВЫВОДЫ

Применение разработанной модели силы тяжести позволяет заложить основы для снижения нагрузок на двигатель (тем самым повысить прочность элементов ГТД), а также увеличения подъемной силы летательного аппарата за счет соответствующей ориентации векторов действующих сил.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Конструкция и проектирование авиационных и газотурбинных двигателей / С. А. Вьюнов [и др.]; под общ. ред. Д. В. Хронина. М.: Машиностроение: учеб. для студентов вузов, 1989. 568 с.

2. **Трофимова Т. И.** Курс физики: учеб. пособие для вузов. М.: Высшая школа, 2003. 542 с.

3. **Аллен К. У.** Астрофизические величины. М.: Мир, 1977. 460 с.

4. **Кикоин И. К., Кикоин А. К.** Физика. М.: Просвещение, 1998. 191 с.

ОБ АВТОРЕ

Бадамшин Ильдар Хайдарович, доц. каф. авиац. двигателей. Дипл. инженер по авиац. двигателям (УАИ, 1979). Д-р техн. наук по динамике и прочности машин. (УГАТУ, 2010). Иссл. в обл. испытаний и прочности ГТД.