

Р. Г. Якупов, Д. М. Зарипов

ДИНАМИКА МАГИСТРАЛЬНОГО ТРУБОПРОВОДА ПРИ ДЕЙСТВИИ СЕЙСМИЧЕСКОЙ ВОЛНЫ ВЗРЫВА

Действие сейсмической волны, возникающей в результате взрыва заряда взрывчатого вещества (ВВ) в грунтах, на магистральный трубопровод исследовано ранее [1]. Определены силы, действующие на трубопровод, напряжения и деформации трубопровода в зависимости от величины ВВ и глубины его взрыва. С использованием преобразования Лапласа по времени решены уравнения движения теории балок Тимошенко. Ниже решаем уравнение движения теории изгиба балок. Сравниваются результаты по обеим теориям. *Трубопровод; грунт; сейсмическая волна взрыва; напряжения и деформации*

ВВЕДЕНИЕ

Наблюдения движения земной поверхности при землетрясениях и взрывах показывают, что по кинематическим и динамическим признакам сейсмические волны, возникающие и в том и в другом случаях, родственны, аналогичны и их действия на инженерные сооружения. Отличаются волны размерами источника. При взрыве ВВ параметры волны взрыва известны. Это позволяет определить предельные значения параметров волны, при которых возникают повреждения трубопровода. Работа является продолжением [1], где решены уравнения движения теории балок Тимошенко, определены напряжения и деформации в трубопроводе.

ФОРМУЛИРОВКА ЗАДАЧИ

Заряд ВВ сферической формы весом S , кг и радиусом R_0 заложен под трубой на глубине l . Трубопровод находится на глубине h . Требуется определить напряжения и деформации трубопровода, возникающие в результате взрыва заряда ВВ.

По-прежнему магистральный трубопровод моделируем тонким стержнем бесконечной длины, находящимся в грунте, и уравнение движения принимаем в форме

$$EJ \frac{\partial^4 W}{\partial x^4} + (\rho F + m_2) \frac{\partial^2 W}{\partial t^2} = p(x, t), \quad (1)$$

где W – прогиб, x, t – продольная координата и время, ρ, E – плотность и модуль упругости материала трубопровода, F, J – площадь поперечного сечения и осевой момент инерции, m_2 – масса грунта над трубой, $p(x, t)$ – внешняя сила [1]. Геометрические параметры задачи приведены на рис. 1.

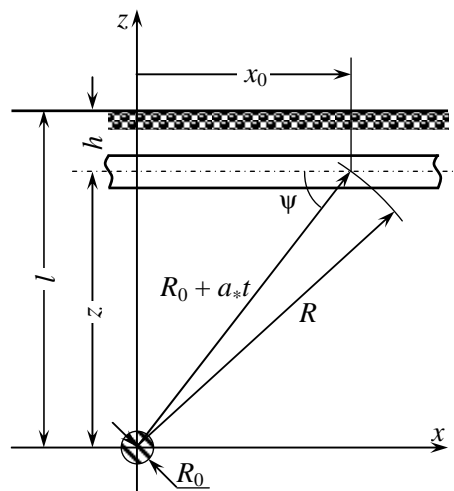


Рис. 1. Модельные параметры

Используем безразмерные величины

$$\xi = \frac{x}{r}, \quad \tau = \frac{c_1 t}{r}, \quad \omega = \frac{W}{t}$$

и уравнение движения (1) приводим к виду

$$\frac{\partial^4 \omega}{\partial \xi^4} + \gamma \frac{\partial^2 \omega}{\partial \tau^2} = \frac{r^3 p(\xi, \tau)}{EJ}, \quad (2)$$

где

$$p(\xi, \tau) = p(\xi_0) \delta(\xi - \xi_0) = \beta p(\xi_0) \delta(\tau - \beta \xi),$$

$$p(\xi_0) = K_1 D \sigma_z(\tau) \tan \varphi + m_1 \ddot{v}(\tau),$$

$$\sigma_z(\tau) = \frac{p_0 R_0 c_1}{a_* r} \left[(1 - 2k_1^2) + 2k_1^2 \left(\frac{\tau_1}{\tau} \right)^2 \right] \left(\frac{1}{\tau} - \frac{1}{\tau_0} \right),$$

$$\ddot{v}(\tau) = \frac{2\alpha p_0 R_0 c_1}{\rho_2 a_* r} \left(\frac{\tau_1}{\tau} \right) \left(\frac{1}{\tau} - \frac{1}{\tau_0} \right),$$

$$\beta = \frac{c_1}{a_* \cos \psi}, \quad r^2 = \frac{J}{F}, \quad c_1^2 = \frac{E}{\rho}, \quad \gamma = 1 + \frac{m_2}{\rho F},$$

$$m_1 = \frac{\rho_2 D^2}{4} \left[\tan \left(45 + \frac{\varphi}{2} \right) - \frac{\pi}{180} \left(45 + \frac{\varphi}{2} \right) \right],$$

$$m_2 = \rho_2 [D(h - 0.39D + h^2 \tan(0.7\varphi))],$$

δ – дельта-функция Дирака, a_* – скорость продольной волны в грунте. В выражении $p(\xi_0)$ сохранены обозначения [1]. Безразмерное смещение сосредоточенной силы $\xi_0 = x_0 / r$ определяется по формуле

$$\xi_0 = \frac{a_*}{c_1} \sqrt{\tau^2 - \tau_1^2} = \frac{a_*}{c_1} \tau \cos \psi = \frac{\tau}{\beta}, \quad \tau > \tau_1.$$

В момент времени $\tau = \frac{(z - R_0)c_1}{a_* r} \sim \frac{zc_1}{a_* r}$ вер-

шина сферической волны достигает оси трубопровода. Для покоящегося трубопровода, когда внешняя сила только начинает двигаться, начальные условия имеют вид

$$\tau_2 = \tau - \tau_1 = 0, \quad \omega(\xi, 0) = \partial \omega(\xi, 0) / \partial \tau = 0.$$

Безразмерный изгибающий момент определяем по формуле

$$m = \frac{Mr}{EJ} = \frac{\partial^2 \omega}{\partial \xi^2}, \quad (3)$$

где M – размерный изгибающий момент.

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ

К уравнению (2) применяем преобразование Лапласа по времени:

$$\begin{aligned} \frac{d^4 \bar{\omega}}{d\xi^4} + \gamma s^2 \bar{\omega} &= \\ &= \frac{\beta r^3 p(\xi_0)}{EJ} \int_0^\infty e^{-s\tau} \delta(\tau_2 - \xi \beta) d\tau_2, \end{aligned} \quad (4)$$

где s – параметр преобразования, $\bar{\omega}$ – изображение прогиба. После интегрирования правой части уравнения (4) получим

$$\frac{d^4 \bar{\omega}}{d\xi^4} + 4\lambda^2 \bar{\omega} = k e^{-\beta s \xi}, \quad (5)$$

здесь $4\lambda^2 = \gamma s^2$, $\lambda = \sqrt[4]{\gamma} \sqrt{s/2}$, $k = \beta r^3 p(\xi_0) / EJ$.

Решение уравнения (5), удовлетворяющее условиям затухания на бесконечности, имеет вид

$$\bar{\omega} = e^{-\lambda \xi} (A_1 \sin \lambda \xi + A_2 \cos \lambda \xi) + A_3 e^{-\beta s \xi}, \quad (6)$$

где $A_{1,2}$ – постоянные интегрирования, $A_3 = k / s^2 (\beta^4 s^2 + \gamma)$. Частное решение (5) определено методом неопределенных коэффициентов.

Сечение стержня $x = 0$ представляет подвижную заделку, где вследствие симметрии относительно оси z угол поворота касательной к осевой линии и поперечные силы равны нулю:

$$\xi = 0, \quad \frac{d\bar{\omega}}{d\xi} = \frac{d^3 \bar{\omega}}{d\xi^3} = 0.$$

Постоянные интегрирования, удовлетворяющие этим условиям, равны

$$A_1 = \frac{\beta s}{2\lambda} \left(1 + \frac{\beta^2 s^2}{2\lambda^2} \right) A_3, \quad (7)$$

$$A_2 = -\frac{\beta s}{2\lambda} \left(1 - \frac{\beta^2 s^2}{2\lambda^2} \right) A_3.$$

Подставляя постоянные интегрирования (7) в (6), получим

$$\begin{aligned} \bar{\omega} &= A_3 \left\{ \frac{\beta \sqrt{s} e^{-\lambda \xi}}{\sqrt{2^4 \gamma^3}} \left[(\sqrt{\gamma} + \beta^2 s) \sin \lambda \xi - \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - (\sqrt{\gamma} + \beta^2 s) \cos \lambda \xi \right] + e^{-\beta s \xi} \right\}, \\ \bar{m} &= -\frac{k\beta}{\beta^4 s^2 + \gamma_3} \left\{ \frac{e^{-\lambda \xi}}{\sqrt[4]{4\gamma s^2}} \left[(\sqrt{\gamma} - \beta^2 s) \sin \lambda \xi + \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + (\sqrt{\gamma} + \beta^2 s) \cos \lambda \xi \right] - \beta e^{-\beta s \xi} \right\}. \end{aligned}$$

Оригиналы прогиба изгибающего момента находим с помощью контурного интеграла

$$\frac{1}{2\pi i} \int_{c-i\infty}^{c+i\infty} F(s) e^{\tau_2 s} ds = \begin{cases} f(\tau_2), & \tau_2 > 0, \\ 0, & \tau_2 < 0. \end{cases}$$

Выражения оригиналов изгибающего момента и прогиба запишем в форме

$$\begin{aligned} m(\xi, \tau) &= \frac{1}{2\pi i} (I_1 + I_2), \\ \omega(\xi, \tau) &= \frac{1}{2\pi i} (I_3 + I_4), \end{aligned} \quad (8)$$

где

$$\begin{aligned} I_1 &= -\frac{k\beta}{\sqrt[4]{4\gamma}} \int_{c-i\infty}^{c+i\infty} A_1^* e^{\tau_2 s - \lambda \xi} ds, \\ I_2 &= k\beta^2 \int_{c-i\infty}^{c+i\infty} A_2^* e^{(\tau_2 - \beta \xi) s} ds, \\ I_3 &= \frac{k\beta}{\sqrt[4]{4\gamma^3}} \int_{c-i\infty}^{c+i\infty} A_3^* e^{\tau_2 s - \lambda \xi} ds, \\ I_4 &= k \int_{c-i\infty}^{c+i\infty} A_4^* e^{(\tau_2 - \beta \xi) s} ds, \\ A_1^* &= \frac{1}{\sqrt{s}(\beta^4 s^2 + \gamma)} \left[(\sqrt{\gamma} - \beta^2 s) \sin \lambda \xi + \right. \\ &\quad \left. + (\sqrt{\gamma} + \beta^2 s) \cos \lambda \xi \right], \quad A_2^* = \frac{1}{\beta^4 s^2 + \gamma}, \\ A_3^* &= \frac{1}{s^{3/2}(\beta^4 s^2 + \gamma)} \left[-(\sqrt{\gamma} - \beta^2 s) \cos \lambda \xi + \right. \\ &\quad \left. + (\sqrt{\gamma} + \beta^2 s) \sin \lambda \xi \right], \quad A_4^* = \frac{1}{s^2(\beta^4 s^2 + \gamma)}. \end{aligned}$$

Подынтегральные выражения в (8) обладают следующим свойством:

$$s \rightarrow \infty: A_1^*(s) \rightarrow 0, A_2^*(s) \rightarrow 0, A_3^*(s) \rightarrow 0,$$

$$A_4^*(s) \rightarrow 0, \lim_{s \rightarrow \infty} \frac{\lambda}{s} = 0.$$

В любой момент времени $\tau_2 > 0$ интегралы I_1 и I_3 не равны нулю, интегралы I_2 и I_4 не равны нулю при $\xi < \tau_2 / \beta$, равны нулю при $\xi > \tau_2 / \beta$; координата границы области равна координате подвижной силы $\xi_3 = \xi_0 = \tau_2 / \beta$. Все подынтегральные функции в интегралах $I_i (i = 1-4)$ имеют простые полюсы в точках $s = \pm i(\sqrt{\gamma} / \beta^2)$. Кроме них подынтегральные функции в I_1 и I_3 в точке $s = 0$ имеют ветвления, в интеграле I_4 – кратные полюсы.

Контур интегрирования для I_1 и I_3 состоит из окружности с малым радиусом в начале координат, берегов разреза вдоль отрицательной части действительной оси, которые замыкаются окружностью бесконечно большого радиуса, лежащей в комплексной плоскости.

Вычисления проводились по формуле

$$I = \sum \operatorname{res}(s) - \sum_{\gamma_i} \int,$$

где γ_i – пути интегрирования по берегам разреза и дуге окружности бесконечно малого радиуса. При стремлении радиуса окружности к нулю интегралы равны нулю.

Для расчета прогиба и изгибающего момента имеем соотношения

$$\left. \begin{aligned} \omega(\xi, \tau) &= \frac{k}{\gamma} \left\{ \begin{aligned} &\tau_2 - \beta\xi - \\ &-\frac{2\beta^2}{\sqrt{\gamma}} \sin \left[\frac{\sqrt{\gamma}}{\beta^2} (\tau_2 - \beta\xi) \right] \end{aligned} \right\}, \\ m(\xi, \tau) &= \frac{2k}{\sqrt{\gamma}} \sin \left[\frac{\sqrt{\gamma}}{\beta^2} (\tau_2 - \beta\xi) \right], \end{aligned} \right\} \tau_2 > \beta\xi, \quad (9)$$

$$\left. \begin{aligned} \omega(\xi, \tau) &= -\frac{k\beta^2}{\gamma\sqrt{\gamma}} \sin \left[\frac{\sqrt{\gamma}}{\beta^2} (\tau_2 - \beta\xi) \right], \\ m(\xi, \tau) &= \frac{k}{\sqrt{\gamma}} \sin \left[\frac{\sqrt{\gamma}}{\beta^2} (\tau_2 - \beta\xi) \right], \end{aligned} \right\} \tau_2 > 0.$$

ЧИСЛЕННЫЙ ПРИМЕР

Заряд весом $C = 30$ кг ($R_0 = 0,158$ м) взрывается в песчаном грунте плотностью $\rho_2 = 1,53$ т/м³, $a_* = 660$ м/с на глубине $l = z + h$. Трубопровод диаметром $D = 1$ м с толщиной стенки $h_0 = 0,01$ м проложен на глубине $h = 1,5$ м, $E = 2 \cdot 10^5$ МПа, $\rho = 8$ т/м³, $c_1 = 5 \cdot 10^3$ м/с (рис. 1). Угол внутреннего трения песчаного грунта $\varphi = 30^\circ$. Принимаем $z = 150R_0$, $t_0 = 0,1$ с.

Расчеты проводились по формулам (9). Наибольший изгибающий момент и прогиб возникают в области $-\xi_0 \leq \xi \leq \xi$. По данным расчетов построены графики изменения максимального изгибающего момента $m_{\max}(\tau)$ и прогиба $\omega(\tau)$ в эпицентре взрыва в сечении трубопровода $\xi = 0$ в зависимости от времени (кривые 1 на рис. 2 и 3). Эти величины можно определить по формулам

$$m_{\max} = \frac{2r\beta\rho(\xi_0)}{\sqrt{\gamma EF}},$$

$$\omega(0, \tau_2) = \frac{k}{\gamma} (\tau_2 - \beta\xi), \quad \tau_2 > \beta\xi_0.$$

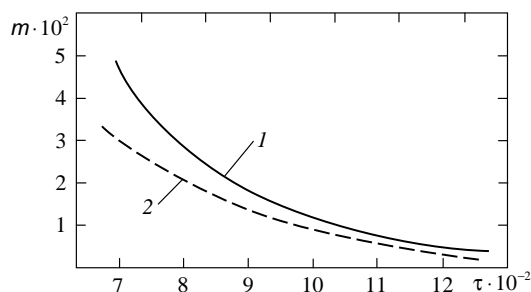


Рис. 2. Графики изменения максимального изгибающего момента $m(\tau)$ по времени: 1 – по теории изгиба; 2 – по теории типа Тимошенко

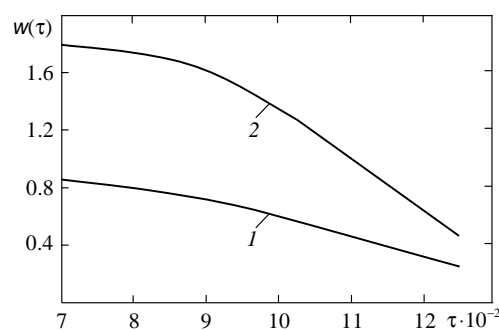


Рис. 3. Графики изменения максимального прогиба $\omega(\tau)$ по времени: 1 – по теории изгиба; 2 – по теории типа Тимошенко

Графики 2 на рис. 2 и 3 построены по результатам решения уравнений движения балки типа Тимошенко, приведенным в [1]. Прогиб трубопровода в эпицентре взрыва по теории изгиба в два раза меньше по сравнению с теорией, учитывающей деформацию сдвига, а напряжения – на 35–40% больше. Согласно теории типа Тимошенко, полный угол поворота равен

$\partial\omega / \partial\xi = \theta + \beta_*$, где θ, β – углы поворота, обусловленные изгибающим моментом и поперечной силой соответственно. По теории изгиба изгибающий момент определяется производной полного угла поворота, по более точной теории – производной только угла θ .

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Получены аналитические выражения для определения деформаций и напряжений в трубопроводе в зависимости от величины сейсмической волны взрыва по технической теории изгиба балки. Сравниваются результаты расчета по теории балок типа Тимошенко и по теории изгиба балок.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Якупов Р. Г., Зарипов Д. М.** Воздействие сейсмических волн взрыва на магистральный трубопровод // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2010. № 3. С. 60–75.

ОБ АВТОРАХ

Якупов Радик Гиззатович, проф., гл. науч. сотр. лаборатории ин-та механики УНЦ РАН. Дипл. инж.-механик (УАИ, 1958). Д-р техн. наук по прочности и пластичности (ЛПИ, 1984). Иссл. в обл. механики деформируемого твердого тела, аэроупругости.

Зарипов Дамир Мунзирович, уч. секретарь ин-та механики УНЦ РАН (УГАТУ, 1997). Канд. физ.-мат. наук (СГПА, 2006). Иссл. в обл. механики деформируемого твердого тела, численного моделирования.